

1. ¿En qué punto de la curva $xy = (1-x-y)^2$ la recta tangente es paralela al eje x ?

Solución. Derivamos implícitamente

$$xy = (1-x-y)^2 \quad (1)$$

$$x \frac{dy}{dx} + y = 2(1-x-y) \left(-1 - \frac{dy}{dx}\right)$$

Hacemos $\frac{dy}{dx} = 0$

$$y = -2(1-x-y)$$

$$y = 2(1-x) \quad (2)$$

Sustituimos en (1)

$$x(2(1-x)) = (1-x-2(1-x))^2$$

$$2x(1-x) = (1-x)^2 \quad \vee$$

$$2x(1-x)(2x - (1-x)) = 0$$

$$(1-x)(3x-1) = 0$$

$$x=1 \quad \vee \quad x=\frac{1}{3}$$

Sustituyendo en (2)

$$\text{si } x=1 \quad y=0$$

$$\text{si } x=\frac{1}{3} \quad y=\frac{4}{3}$$

Luego los puntos donde la recta tangente es paralela al eje x son:

$$(1,0) \quad \vee \quad \left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right).$$