

### CÁLCULO DIFERENCIAL. EJERCICIOS PARA EL CAFÉ III.



FIGURA 1. *Composition VIII*. Wassily Kandinsky. Estilo: Abstracción lírica. Óleo sobre tela (1923).

*A mathematician, like a painter or a poet, is a maker of patterns.* – **G. H. Hardy.**

1. En los siguientes ejercicios, (a) trace la gráfica de la función mediante un software matemático; (b) indique de manera aproximada a partir de ella los máximos y mínimos de  $f$ , (c) los máximos y mínimos locales, (d) los intervalos en los que  $f$  es creciente, (e) los intervalos en los que  $f$  es decreciente.

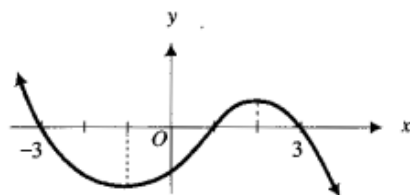
1.  $f(x) = x^2 - 4x - 1$
2.  $f(x) = 3x^2 - 3x + 2$
3.  $f(x) = x^3 - x^2 - x$
4.  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2$
5.  $f(x) = 2 \cos(3x)$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$
6.  $f(x) = (1 - x)^2(1 + x)^3$
7.  $f(x) = x^{2/3}(x - 1)^2$
8.  $f(x) = x^{5/3} - 10x^{2/3}$

2. En los siguientes ejercicios, (a) determine analíticamente los máximos y mínimos locales de  $f$ ; (b) determine los valores críticos; (c) determine los intervalos donde  $f$  es creciente y donde es decreciente. Apoye su respuesta graficando la función.

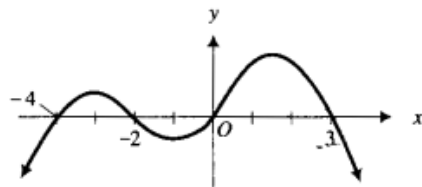
1.  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 2$
2.  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$

3.  $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x - 2$
4.  $f(x) = 2x + \frac{1}{2x}$
5.  $f(x) = 3 \csc(2x); x \in [-\pi, \pi]$
6.  $f(x) = 2 - 3(x - 4)^{2/3}$
7.  $f(x) = x\sqrt{5 - x^2}$
8.  $f(x) = (x + 1)^{2/3}(x - 2)^{1/3}$

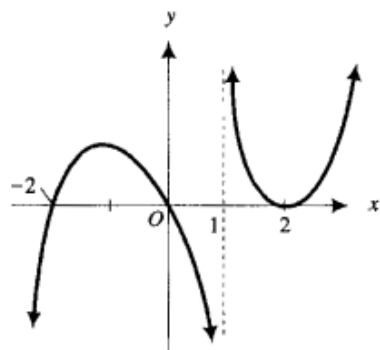
3. La figura adjunta muestra la gráfica de la derivada de una función  $f$ . A partir de la gráfica, determine (a) los puntos críticos de  $f$ , (b) los intervalos en los que  $f$  es creciente; (c) los intervalos en los que  $f$  es decreciente, y (d) los puntos mínimos y máximos locales.



1.



2.



3.

4. Encuentre los puntos de inflexión de la función y determine dónde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde es cóncava hacia abajo. Apoye su respuesta trazando la gráfica.
5.  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$
  6.  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 20$
  7.  $g(x) = x^4 - 8x^3$
  8.  $f(x) = x^4 - 2x^3$

9.  $F(x) = \frac{2}{x^2+3}$
10. Encuentre  $a$  y  $b$  tales que la función definida por  $f(x) = x^3 + ax^2 + b$  tenga un punto crítico en  $(2, 3)$ .
11. Si  $f(x) = x^k$ , donde  $k$  es un entero positivo impar, demuestre que  $f$  no tiene extremos relativos.
12. Estime las dimensiones del cilindro circular recto de mayor volumen que pueda inscribirse en un cono circular recto cuyo radio mide 5 cm y su altura es de 12 cm.
13. Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material de la cerca de los lados cuesta \$12 el metro y \$18 el metro para el lado paralelo al río, determine las dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con \$5400 de cerca.
14. Estime las dimensiones del cilindro circular recto de mayor volumen que pueda inscribirse en una esfera cuyo radio mide 1.
15. Dada la circunferencia cuya ecuación es  $x^2 + y^2 = 1$  determine la distancia más corta del punto  $(4, 5)$  a un punto de la circunferencia.
16. Determine el área del rectángulo más grande que tenga dos vértices en el eje  $x$  y los otros dos en la parábola  $y = 9 - x^2$ , por arriba del eje  $x$ .