

CÁLCULO DIFERENCIAL. EJERCICIOS PARA EL CAFÉ II.



11/15 "Chinelos" Tepoztlán Jantzen

1. En los siguientes ejercicios calcule $f'(x_0)$ con la definición.
 1. $f(x) = -4$; $x_0 = 2$
 2. $f(x) = 7x + 3$; $x_0 = 0$
 3. $f(x) = 4 + 5x - 2x^2$; $x_0 = 3$
2. En los ejercicios 1 al 5, haga lo siguiente: (a) dibuje la gráfica de la función; (b) determine si f es continua en x_1 y (c) determine si f es diferenciable en x_1 .

$$1. f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq -4 \\ -x - 6, & -4 < x \end{cases} \quad x_1 = -4$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 3 - 2x, & x < 2 \\ 3x - 7, & 2 \leq x \end{cases} \quad x_1 = 2$$

$$3. f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 2 \\ -x^2, & 2 \leq x \end{cases} \quad x_1 = 2$$

$$4. f(x) = |x - 3|, \quad x_1 = 3$$

$$5. f(x) = 1 + |x + 2| \quad x_1 = -2$$

3. Si g es continua en a y $f(x) = (x - a)g(x)$, determine $f'(a)$.
4. Determine los valores de a y b tales que la función f sea diferenciables en 1 y después dibuje la gráfica de f si

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1 \\ ax + b, & 1 \leq x \end{cases}$$

5. En los siguientes ejercicios, obtenga la recta tangente a la gráfica de la ecuación en el punto dado. Dibuje la gráfica de la ecuación y muestre un segmento de la recta tangente en el punto.
 1. $y = 9 - x^2$; $(2, 5)$
 2. $y = x^2 + 4$; $(-1, 5)$
 3. $y = 2x^2 + 4x$; $(-2, 0)$
6. Obtenga la derivada de las siguientes funciones polinomiales, mediante los teoremas vistos en clase.
 1. $f(x) = 7x - 5$
 2. $g(x) = 8 - 3x$
 3. $g(x) = 1 - 2x - x^2$
 4. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$
 5. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 1$
 6. $f(x) = (2x^2 + 5)(4x - 1)$
 7. $f(x) = (2x^4 - 1)(5x^3 + 6x)$
 8. $f(x) = (4x^2 + 3)^2$
7. En los ejercicios siguientes calcule la derivada de las siguientes funciones racionales, mediante el teorema de la derivada de un cociente:

1.

$$D_x \left(\frac{2x}{x+3} \right)$$

2.

$$D_x \left(\frac{x}{x-1} \right)$$

3.

$$D_y \left(\frac{2y+1}{3y+4} \right)$$

4.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1} \right)$$

5.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{5t}{1+2t^2} \right)$$

6.

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{y^3 - 8}{y^3 + 8} \right)$$

7.

$$D_x \left(\frac{2x+1}{x+5} (3x-1) \right)$$

8.

$$D_x \left(\frac{x^3+1}{x^2+3} (x^2-2x^{-1}+1) \right)$$

8. Calcule la derivada de las siguientes funciones

1. $f(x) = 3 \sin x$

2. $g(x) = \sin x + \cos x$

3. $f(t) = 2t \cos t$

4. $h(x) = 4 \sin x \cos x$

5. $f(x) = x^2 \sin x + \cos x$

9. Calcule las siguientes derivadas:

1.

$$D_z \left(\frac{2 \cos z}{z+1} \right)$$

2.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin x}{1 - \cos x} \right)$$

3.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\tan t}{\cos t - 4} \right)$$

4.

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{1 + \sin y}{1 - \sin y} \right)$$

5. $D_z [(z^2 + \cos z)(2z - \sin z)]$

6.

$$D_t \left(\frac{2 \csc t - 1}{\csc t + 2} \right)$$

10. Calcule la derivada de la función mediante la regla de la cadena.

1. $f(x) = (2x+1)^3$

2. $f(x) = (x^2+4x-5)^4$

3. $f(t) = (2t^4-7t^3+2t-1)^2$

4. $H(z) = (z^3-3z^2+1)^{-3}$

5. $f(x) = 4 \cos 3x - 3 \sin 4x$

6. $f(x) = 4 \cos 3x - 3 \sin 4x$

7. $h(t) = \frac{1}{3} \sec^3 2t - \sec 2t$

8. $f(x) = \cos(3x^2+1)$

11. En los siguientes ejercicios determine la derivada de la función.

1.

$$\frac{d}{dx} (\sec^2 x \tan^2 x)$$

2.

$$\frac{d}{dt}(2 \sin^3 t \cos^2 t)$$

3.

$$\frac{d}{dt}(\cos^4 t - \csc^4 t)$$

4.

$$\frac{d}{dx}[(4x^2 + 7)^2(2x^3 + 1)^4]$$

12. Calcule las siguientes derivadas mediante la regla de la cadena.

1.

$$f(x) = \left(\frac{x-7}{x+2}\right)^2$$

2.

$$f(t) = \left(\frac{2t^2 + 1}{3t^3 + 1}\right)^2$$

3. $f(x) = (\tan^2 x - x^2)^3$

4. $G(x) = (2 \sin x - 3 \cos x)^3$

5. $F(x) = 4 \cos(\sin 3x)$

13. Obtenga la ecuación de la recta tangente a la curva

$$y = (x^2 - 1)^2$$

en el punto $(2, 9)$. Apoye su respuesta trazando la gráfica de la curva y la recta tangente.

14. En los siguientes ejercicios determine $\frac{dy}{dx}$ por medio de diferenciación implícita.

1. $x^2 + y^2 = 16$

2. $4x^2 - 9y^2 = 1$

3. $x^3 + y^3 = 8xy$

4. $x^2 + y^2 = 7xy$

5. $\sec^2 x + \csc^2 y = 4$

6. $x \sin y + y \cos x = 1$

7. $\cos(x + y) = y \sin(x)$

15. Encuentre la ecuación de la recta tangente en el punto indicado. Grafique, en un software, la curva y la recta tangente.

1. $x^3 + y^3 = 9$; $(1, \sqrt[3]{8})$.

2. $y^2 - x^2 = 16$; $(-3, 5)$

3. $x^2 - y^2 = 9$; $(-5, 4)$

4. $x^2 + y^2 = 25$; $(4, 3)$

16. ¿En qué punto de la curva $xy = (1 - x - y)^2$ la recta tangente es paralela al eje x ?17. Dos rectas que pasan por el punto $(-1, 3)$, son tangentes a la curva $x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 3 = 0$. Encuentre la ecuación de cada una de las rectas.

