

第十一届蓝桥杯大赛软件类决赛

C/C++ 大学 A 组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

注意：main 函数结束必须返回 0

注意：所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

试题 A: 合数个数

本题总分：5 分

【问题描述】

一个数如果除了 1 和自己还有其他约数，则称为一个合数。例如：1, 2, 3 不是合数，4, 6 是合数。

请问从 1 到 2020 一共有多少个合数。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 含 2 天数

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝特别喜欢 2，今年是公元 2020 年，他特别高兴，因为每天日历上都可以看到 2。

如果日历中只显示年月日，请问从公元 1900 年 1 月 1 日到公元 9999 年 12 月 31 日，一共有多少天日历上包含 2。即有多少天中年月日的数位中包含数字 2。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 本质上升序列

本题总分：10 分

【问题描述】

小蓝特别喜欢单调递增的事物。

在一个字符串中，如果取出若干个字符，将这些字符按照在字符串中的顺序排列后是单调递增的，则成为这个字符串中的一个单调递增子序列。

例如，在字符串 `lanqiao` 中，如果取出字符 `n` 和 `q`，则 `nq` 组成一个单调递增子序列。类似的单调递增子序列还有 `lnq`、`i`、`ano` 等等。

小蓝发现，有些子序列虽然位置不同，但是字符序列是一样的，例如取第二个字符和最后一个字符可以取到 `ao`，取最后两个字符也可以取到 `ao`。小蓝认为他们并没有本质不同。

对于一个字符串，小蓝想知道，本质不同的递增子序列有多少个？

例如，对于字符串 `lanqiao`，本质不同的递增子序列有 21 个。它们分别是 `l`、`a`、`n`、`q`、`i`、`o`、`ln`、`an`、`lq`、`aq`、`nq`、`ai`、`lo`、`ao`、`no`、`io`、`lnq`、`anq`、`lno`、`ano`、`aio`。

请问对于以下字符串（共 200 个小写英文字母，分四行显示）：（如果你把以下文字复制到文本文件中，请务必检查复制的内容是否与文档中的一致。在试题目录下有一个文件 `inc.txt`，内容与下面的文本相同）

```
tocyjkdzcieoiodfpgcncsrjbbhmugdnojjddhllnofawllbhf  
iadgdcdjstemphmnjihecoapdjrrprqrnhgccevdarufmliqij  
gihhfgdcmxvicfauachlifhafpdccfseflcdgjncadfcclvmad  
vrnaaahahndsikzssoywakgnfjjaihtniptwoulxbaeqkqhfwl
```

本质不同的递增子序列有多少个？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

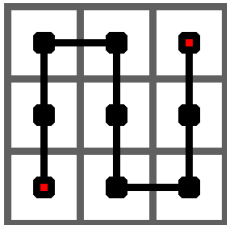
试题 D: 咫尺天涯

本题总分：10 分

【问题描述】

皮亚诺曲线是一条平面内的曲线。

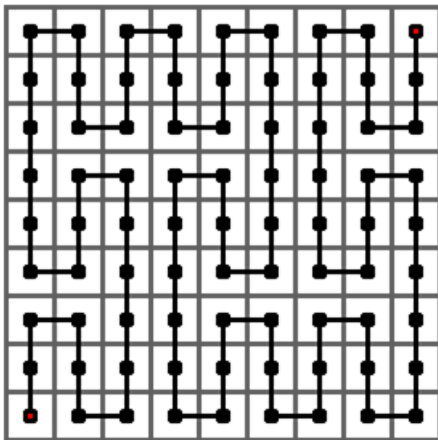
下图给出了皮亚诺曲线的 1 阶情形，它是从左下角出发，经过一个 3×3 的方格中的每一个格子，最终到达右上角的一条曲线。



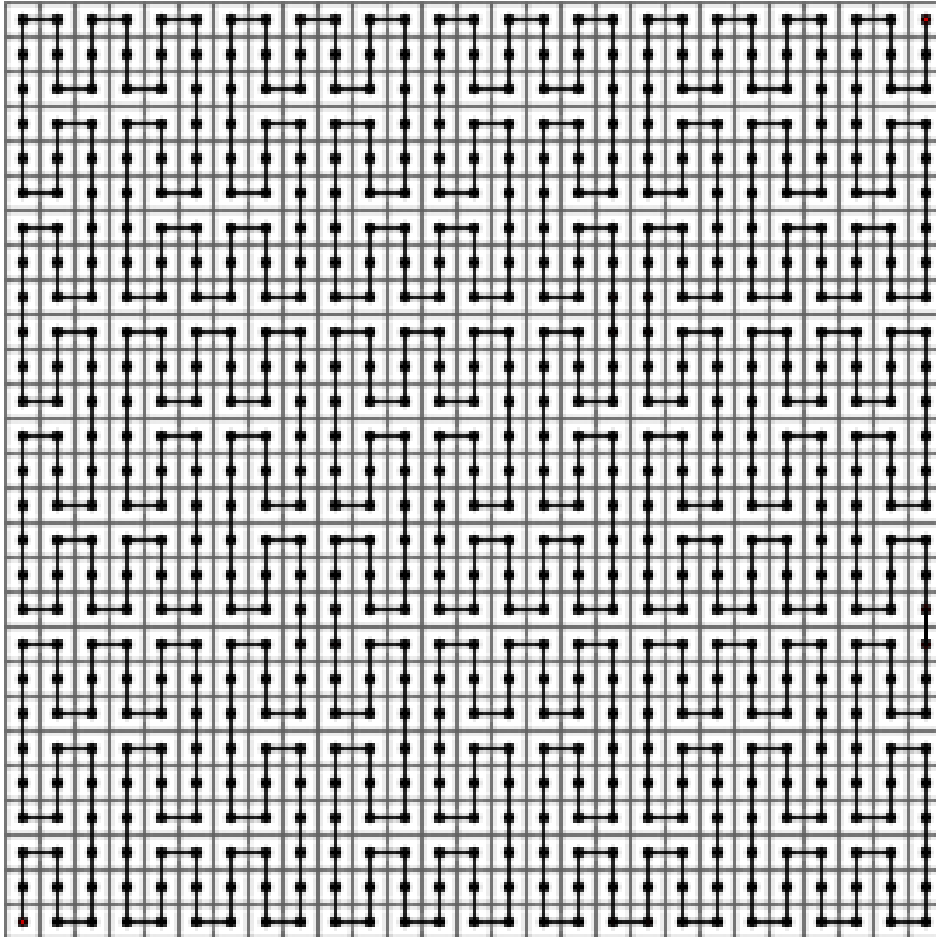
设每个格子的边长为 1，在上图中，有的相邻的方格（四相邻）在皮亚诺曲线中也是相邻的，在皮亚诺曲线上的距离是 1，有的相邻的方格在皮亚诺曲线中不相邻，距离大于 1。

例如，正中间方格的上下两格都与它在皮亚诺曲线上相邻，距离为 1，左右两格都与它在皮亚诺曲线上不相邻，距离为 3。

下图给出了皮亚诺曲线的 2 阶情形，它是经过一个 $3^2 \times 3^2$ 的方格中的每一个格子的一条曲线。它是将 1 阶曲线的每个方格由 1 阶曲线替换而成。



下图给出了皮亚诺曲线的 3 阶情形，它是经过一个 $3^3 \times 3^3$ 的方格中的每一个格子的一条曲线。它是将 2 阶曲线的每个方格由 1 阶曲线替换而成。



皮亚诺曲线总是从左下角开始出发，最终到达右上角。

小蓝对于相邻的方格在皮亚诺曲线上的相邻关系很好奇，他想知道相邻的方格在曲线上的距离之和是多少。

例如，对于 1 阶皮亚诺曲线，距离和是 24，有 8 对相邻的方格距离为 1，2 对相邻的方格距离为 3，2 对相邻的方格距离为 5。

再如，对于 2 阶皮亚诺曲线，距离和是 816。

请求出对于 12 阶皮亚诺曲线，距离和是多少。

提示：答案不超过 10^{18} 。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 E: 玩具蛇

本题总分：15 分

【问题描述】

小蓝有一条玩具蛇，一共有 16 节，上面标着数字 1 至 16。每一节都是一个正方形的形状。相邻的两节可以成直线或者成 90 度角。

小蓝还有一个 4×4 的方格盒子，用于存放玩具蛇，盒子的方格上依次标着字母 A 到 P 共 16 个字母。

小蓝可以折叠自己的玩具蛇放到盒子里面。他发现，有很多种方案可以将玩具蛇放进去。

下图给出了两种方案：

^A 1	^B 2	^C 3	^D 4	^A 13	^B 12	^C 11	^D 10
^E 8	^F 7	^G 6	^H 5	^E 14	^F 1	^G 2	^H 9
^I 9	^J 10	^K 11	^L 12	^I 15	^J 4	^K 3	^L 8
^M 16	^N 15	^O 14	^P 13	^M 16	^N 5	^O 6	^P 7

请帮小蓝计算一下，总共有多少种不同的方案。如果两个方案中，存在玩具蛇的某一节放在了盒子的不同格子里，则认为是不同的方案。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

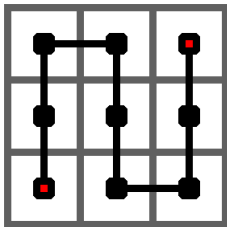
试题 F：皮亚诺曲线距离

时间限制：1.0s 内存限制：256.0MB 本题总分：15 分

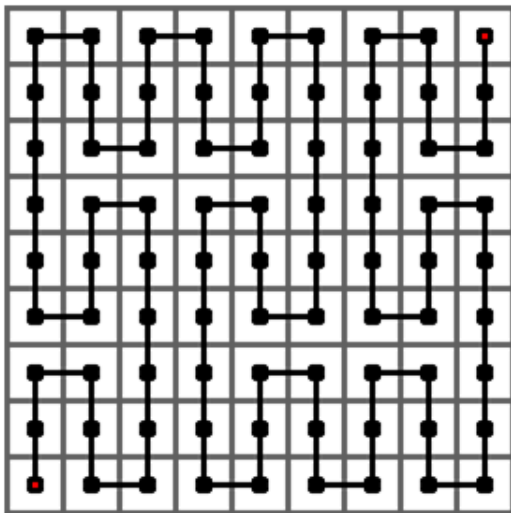
【问题描述】

皮亚诺曲线是一条平面内的曲线。

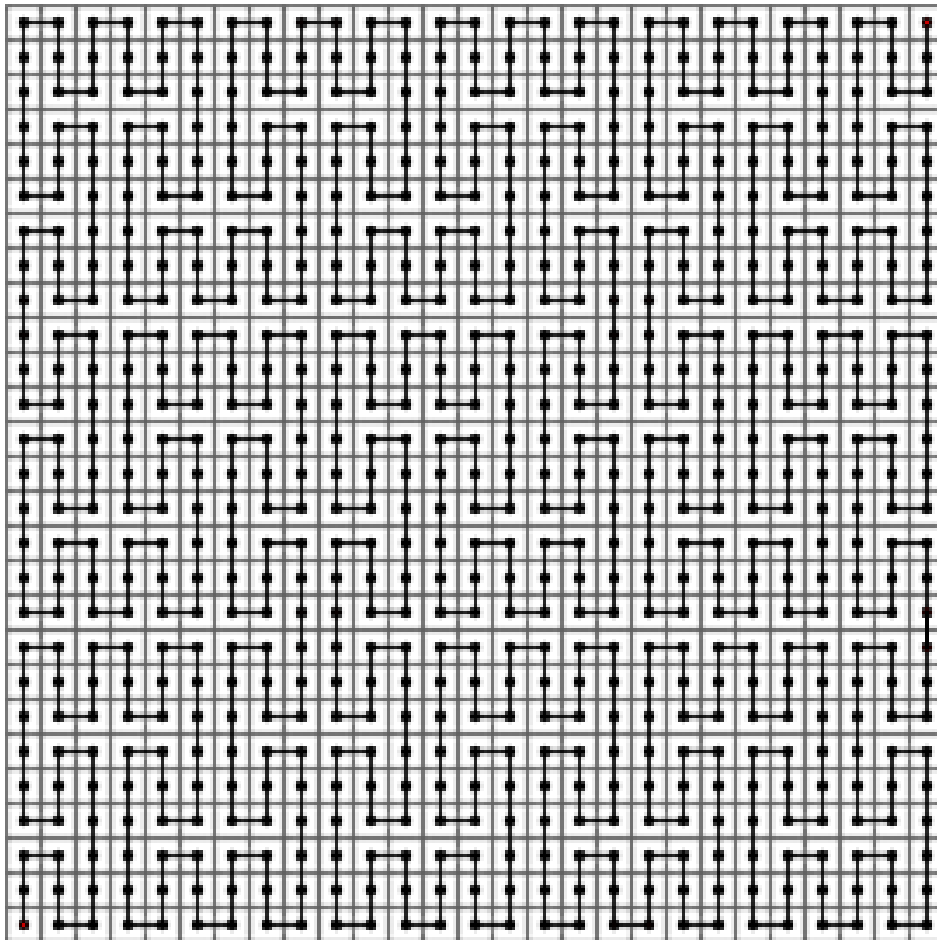
下图给出了皮亚诺曲线的 1 阶情形，它是从左下角出发，经过一个 3×3 的方格中的每一个格子，最终到达右上角的一条曲线。



下图给出了皮亚诺曲线的 2 阶情形，它是经过一个 $3^2 \times 3^2$ 的方格中的每一个格子的一条曲线。它是将 1 阶曲线的每个方格由 1 阶曲线替换而成。



下图给出了皮亚诺曲线的 3 阶情形，它是经过一个 $3^3 \times 3^3$ 的方格中的每一个格子的一条曲线。它是将 2 阶曲线的每个方格由 1 阶曲线替换而成。



皮亚诺曲线总是从左下角开始出发，最终到达右上角。

我们将这些格子放到坐标系中，对于 k 阶皮亚诺曲线，左下角的坐标是 $(0,0)$ ，右上角坐标是 $(3^k - 1, 3^k - 1)$ ，右下角坐标是 $(3^k - 1, 0)$ ，左上角坐标是 $(0, 3^k - 1)$ 。

给定 k 阶皮亚诺曲线上的两个点的坐标，请问这两个点之间，如果沿着皮亚诺曲线走，距离是到少？

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 k ，皮亚诺曲线的阶数。

第二行包含两个整数 x_1, y_1 ，表示第一个点的坐标。

第三行包含两个整数 x_2, y_2 ，表示第二个点的坐标。

【输出格式】

输出一个整数，表示给定的两个点之间的距离。

【样例输入】

```
1
0 0
2 2
```

【样例输出】

```
8
```

【样例输入】

```
2
0 2
0 3
```

【样例输出】

```
13
```

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $0 \leq k \leq 10$ 。

对于 50% 的评测用例， $0 \leq k \leq 20$ 。

对于所有评测用例， $0 \leq k \leq 100$, $0 \leq x_1, y_1, x_2, y_2 < 3^k$, $x_1, y_1, x_2, y_2 \leq 10^{18}$ 。
数据保证答案不超过 10^{18} 。

试题 G: 出租车

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝在 L 市开出租车。

L 市的规划很规整, 所有的路都是正东西向或者正南北向的, 道路都可以看成直线段。东西向的道路互相平行, 南北向的道路互相平行, 任何一条东西向道路垂直于任何一条南北向道路。

从北到南一共有 n 条东西向道路, 依次标号为 H_1, H_2, \dots, H_n 。从西到东一共有 m 条南北向的道路, 依次标号为 S_1, S_2, \dots, S_m 。

每条道路都有足够长, 每一条东西向道路和每一条南北向道路都相交, H_i 与 S_j 的交叉路口记为 (i, j) 。

从 H_1 和 S_1 的交叉路口 $(1, 1)$ 开始, 向南遇到的路口与 $(1, 1)$ 的距离分别是 h_1, h_2, \dots, h_{n-1} , 向东遇到路口与 $(1, 1)$ 的距离分别是 w_1, w_2, \dots, w_{m-1} 。

道路在每个路口都有一个红绿灯。

时刻 0 的时候, 南北向绿灯亮, 东西向红灯亮, 南北向的绿灯会持续一段时间 (每个路口不同), 然后南北向变成红灯, 东西向变成绿灯, 持续一段时间后, 再变成南北向绿灯, 东西向红灯。

已知路口 (i, j) 的南北向绿灯每次持续的时间为 g_{ij} , 东西向的绿灯每次持续的时间为 r_{ij} , 红绿灯的变换时间忽略。

当一辆车走到路口时, 如果是绿灯, 可以直行、左转或右转。如果是红灯, 可以右转, 不能直行或左转。如果到路口的时候刚好由红灯变为绿灯, 则视为看到绿灯, 如果刚好由绿灯变为红灯, 则视为看到红灯。

每段道路都是双向道路, 道路中间有隔离栏杆, 在道路中间不能掉头, 只能在红绿灯路口掉头。掉头时不管是红灯还是绿灯都可以直接掉头。掉头的时间可以忽略。

小蓝时刻 0 从家出发。今天, 他接到了 q 个预约的订单, 他打算按照订单的顺序依次完成这些订单, 就回家休息。中途小蓝不准备再拉其他乘客。

小蓝的家在两个路口的中点，小蓝喜欢用 x_1, y_1, x_2, y_2 来表示自己家的位置，即路口 (x_1, y_1) 到路口 (x_2, y_2) 之间的道路中点的右侧，保证两个路口相邻（中间没有其他路口）。请注意当两个路口交换位置时，表达的是路的不同两边，路中间有栏杆，因此这两个位置实际要走比较远才能到达。

小蓝的订单也是从某两个路口间的中点出发，到某两个路口间的中点结束。小蓝必须按照给定的顺序处理订单，而且一个时刻只能处理一个订单，不能图省时间而同时接两位乘客，也不能插队完成后面的订单。

小蓝只对 L 市比较熟，因此他只会在给定的 n 条东西向道路和 m 条南北向道路上行驶，而且不会驶出 H_1, H_n, S_1, S_m 这几条道路所确定的矩形区域（可以到边界）。

小蓝行车速度一直为 1，乘客上下车的时间忽略不计。

请问，小蓝最早什么时候能完成所有订单回到家。

【输入格式】

输入第一行包含两个整数 n, m ，表示东西向道路的数量和南北向道路的数量。

第二行包含 $n - 1$ 个整数 h_1, h_2, \dots, h_{n-1} 。

第三行包含 $m - 1$ 个整数 w_1, w_2, \dots, w_{m-1} 。

接下来 n 行，每行 m 个整数，描述每个路口南北向绿灯的时间，其中的第 i 行第 j 列表示 g_{ij} 。

接下来 n 行，每行 m 个整数，描述每个路口东西向绿灯的时间，其中的第 i 行第 j 列表示 r_{ij} 。

接下来一行包含四个整数 x_1, y_1, x_2, y_2 ，表示小蓝家的位置在路口 (x_1, y_1) 到路口 (x_2, y_2) 之间的道路中点的右侧。

接下来一行包含一个整数 q ，表示订单数量。

接下来 q 行，每行描述一个订单，其中第 i 行包含八个整数 $x_{i1}, y_{i1}, x_{i2}, y_{i2}, x_{i3}, y_{i3}, x_{i4}, y_{i4}$ ，表示第 i 个订单的起点为路口 (x_{i1}, y_{i1}) 到路口 (x_{i2}, y_{i2}) 之间的道路中点的右侧，第 i 个订单的终点为路口 (x_{i3}, y_{i3}) 到路口 (x_{i4}, y_{i4}) 之间的道路中点的右侧。

【输出格式】

输出一个实数，表示小蓝完成所有订单最后回到家的最早时刻。四舍五入保留一位小数。

【样例输入】

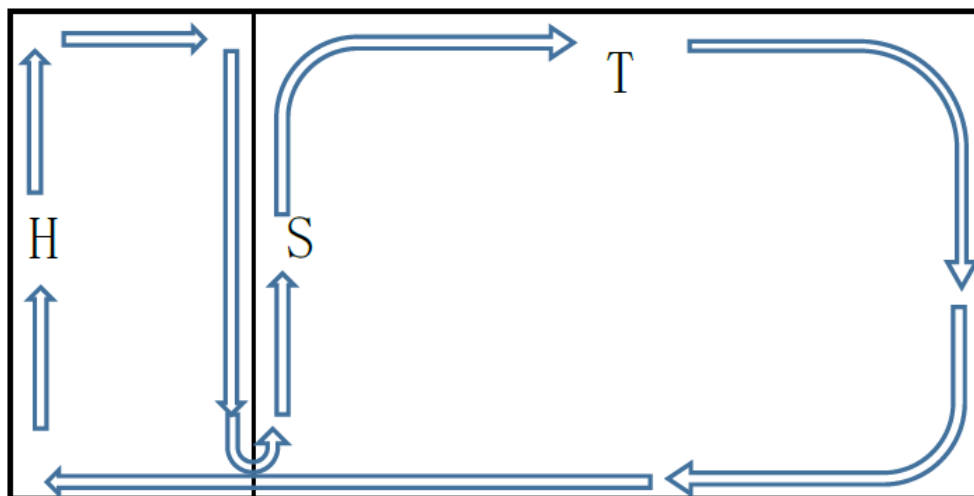
```
2 3
200
100 400
10 20 10
20 40 30
20 20 20
20 20 20
2 1 1 1
1
2 2 1 2 1 2 1 3
```

【样例输出】

```
1620.0
```

【样例说明】

小蓝有一个订单，他的行车路线如下图所示。其中 H 表示他家的位置，S 表示订单的起点，T 表示订单的终点。小明在最后回家时要在直行的红绿灯路口等绿灯，等待时间为 20。



【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 5$ ， $1 \leq q \leq 10$ 。

对于 50% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 30$ ， $1 \leq q \leq 30$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n, m \leq 100$ ， $1 \leq q \leq 30$ ， $1 \leq h_1 < h_2 < \cdots < h_{n-1} \leq 100000$ ， $1 \leq w_1 < w_2 < \cdots < w_{m-1} \leq 100000$ ， $1 \leq g_{ij} \leq 1000$ ， $1 \leq r_{ij} \leq 1000$ ，给定的路口一定合法。

试题 H: 答疑

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

有 n 位同学同时找老师答疑。每位同学都预先估计了自己答疑的时间。

老师可以安排答疑的顺序，同学们要依次进入老师办公室答疑。

一位同学答疑的过程如下：

1. 首先进入办公室，编号为 i 的同学需要 s_i 毫秒的时间。
2. 然后同学问问题老师解答，编号为 i 的同学需要 a_i 毫秒的时间。
3. 答疑完成后，同学很高兴，会在课程群里面发一条消息，需要的时间可以忽略。
4. 最后同学收拾东西离开办公室，需要 e_i 毫秒的时间。一般需要 10 秒、20 秒或 30 秒，即 e_i 取值为 10000, 20000 或 30000。

一位同学离开办公室后，紧接着下一位同学就可以进入办公室了。

答疑从 0 时刻开始。老师想合理的安排答疑的顺序，使得同学们在课程群里面发消息的时刻之和最小。

【输入格式】

输入第一行包含一个整数 n ，表示同学的数量。

接下来 n 行，描述每位同学的时间。其中第 i 行包含三个整数 s_i, a_i, e_i ，意义如上所述。

【输出格式】

输出一个整数，表示同学们在课程群里面发消息的时刻之和最小是多少。

【样例输入】

```
3
10000 10000 10000
```


20000 50000 20000
30000 20000 30000

【样例输出】

280000

【样例说明】

按照 1, 3, 2 的顺序答疑，发消息的时间分别是 20000, 80000, 180000。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq n \leq 20$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq n \leq 200$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 1000$ ， $1 \leq s_i \leq 60000$ ， $1 \leq a_i \leq 1000000$ ， $e_i \in \{10000, 20000, 30000\}$ ，即 e_i 一定是 10000、20000、30000 之一。

试题 I: 奇偶覆盖

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

在平面内有一些矩形，它们的两条边都平行于坐标轴。

我们称一个点被某个矩形覆盖，是指这个点在矩形的内部或者边界上。

请问，被奇数个矩形覆盖和被偶数 (≥ 2) 个矩形覆盖的点的面积分别是多少？

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 n ，表示矩形的个数。

接下来 n 行描述这些矩形，其中第 i 行包含四个整数 l_i, b_i, r_i, t_i ，表示矩形的两个对角坐标分别为 $(l_i, b_i), (r_i, t_i)$ 。

【输出格式】

输出两行。

第一行包含一个整数，表示被奇数个矩形覆盖的点的面积。

第二行包含一个整数，表示被偶数 (≥ 2) 个矩形覆盖的点的面积。

【样例输入】

```
3
1 1 3 3
2 2 4 4
3 3 5 5
```

【样例输出】

```
8
2
```

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10$, $0 \leq l_i < r_i \leq 100$, $0 \leq b_i < t_i \leq 100$ 。

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n \leq 1000$, $0 \leq l_i < r_i \leq 100$, $0 \leq b_i < t_i \leq 100$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10000$, $0 \leq l_i < r_i \leq 1000$, $0 \leq b_i < t_i \leq 1000$ 。

对于 80% 的评测用例， $1 \leq n \leq 100000$, $0 \leq l_i < r_i \leq 100000$, $0 \leq b_i < t_i \leq 100000$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 100000$, $0 \leq l_i < r_i \leq 10^9$, $0 \leq b_i < t_i \leq 10^9$ 。

试题 J: 蓝跳跳

时间限制: 2.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

小蓝制作了一个机器人，取名为蓝跳跳，因为这个机器人走路的时候基本靠跳跃。

蓝跳跳可以跳着走，也可以掉头。蓝跳跳每步跳的距离都必须是整数，每步可以跳不超过 k 的长度。由于蓝跳跳的平衡性设计得不太好，如果连续两次都是跳跃，而且两次跳跃的距离都至少是 p ，则蓝跳跳会摔倒，这是小蓝不愿意看到的。

小蓝接到一个特别的任务，要在一个长为 L 舞台上展示蓝跳跳。小蓝要控制蓝跳跳从舞台的左边走到右边，然后掉头，然后从右边走到左边，然后掉头，然后再从左边走到右边，然后掉头，再从右边走到左边，然后掉头，如此往复。

为了让观者不至于太无趣，小蓝决定让蓝跳跳每次用不同的方式来走。小蓝将蓝跳跳每一步跳的距离记录下来，按顺序排成一列，显然这一列数每个都不超过 k 且和是 L 。这样走一趟就会出来一列数。如果两列数的长度不同，或者两列数中存在一个位置数值不同，就认为是不同的方案。

请问蓝跳跳在不摔倒的前提下，有多少种不同的方案从舞台一边走到另一边。

【输入格式】

输入一行包含三个整数 k, p, L 。

【输出格式】

输出一个整数，表示答案。答案可能很大，请输出答案除以 20201114 的余数。

【样例输入】

3 2 5

【样例输出】

9

【样例说明】

蓝跳跳有以下 9 种跳法：

1. $1+1+1+1+1$
2. $1+1+1+2$
3. $1+1+2+1$
4. $1+2+1+1$
5. $2+1+1+1$
6. $2+1+2$
7. $1+1+3$
8. $1+3+1$
9. $3+1+1$

【样例输入】

5 3 10

【样例输出】

397

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq p \leq k \leq 50$ ， $1 \leq L \leq 1000$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq p \leq k \leq 50$ ， $1 \leq L \leq 10^9$ 。

对于 80% 的评测用例， $1 \leq p \leq k \leq 200$ ， $1 \leq L \leq 10^{18}$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq p \leq k \leq 1000$ ， $1 \leq L \leq 10^{18}$ 。