SENAC CAS
Física Elétrica

Circuito RLC Série

Ressonância, Fator de Qualidade e Automação de Medidas em Python

João Henrique Teixeira Ferreira
Gustavo Germiniani
Henrique Macedo de Souza
Henrique Prado Carvalho de Sá Lima
Nathaly Vieira Costa

<u>Professor:</u>
Jorge de Oliveira Echeimberg
Ricardo Dalke Meucci

24 de novembro de 2025

Conteúdo

1 Introdução Teórica

Este relatório apresenta o estudo experimental de um circuito RLC série, focado na determinação da frequência de ressonância e do fator de qualidade (Q) para diferentes capacitores, bem como na análise do circuito como filtro passa-banda. Além da montagem física, foi desenvolvido um software em Python capaz de simular o circuito, controlar os instrumentos de medida e automatizar a aquisição e análise dos dados.

1.1 Frequência, frequência angular e período

Um sinal senoidal pode ser descrito genericamente por

$$v(t) = V_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \varphi), \tag{1}$$

onde V_{m} é a amplitude máxima, ω é a *frequência angular* e φ é a fase inicial. A frequência angular mede quantos *radianos* o sinal percorre por segundo:

$$\omega = 2\pi f, \tag{2}$$

em que f é a frequência em hertz (ciclos por segundo). O período T é o tempo de um ciclo completo:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{3}$$

Na prática, trabalhar com ω simplifica a notação em circuitos alternados, pois a maior parte das expressões de reatância depende de ω de forma direta ou inversa.

1.2 Impedância e reatâncias

Em regime senoidal, cada elemento do circuito é representado por uma *impedância complexa*. Para o circuito RLC série:

- o resistor é descrito por uma impedância puramente real:

$$Z_R = R$$

- o indutor é descrito por uma impedância imaginária positiva:

$$Z_L = jX_L = j\omega L$$

- o capacitor é descrito por uma impedância imaginária negativa:

$$Z_C = -jX_C = -\frac{j}{\omega C}$$

Chamamos X_L de **reatância indutiva** e X_C de **reatância capacitiva**. Do ponto de vista físico:

- X_L cresce com a frequência: quanto mais rápido o campo magnético é solicitado, mais o indutor “se opõe” à variação de corrente.
- X_C diminui com a frequência: quanto mais alta a frequência, mais rapidamente o capacitor carrega e descarrega, comportando-se como um “curto” para altas frequências.

A impedância equivalente do circuito RLC série é a soma das três impedâncias:

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C = R + j(X_L - X_C). \tag{4}$$

A **magnitude** da impedância (o módulo no plano complexo) é dada por

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}. \tag{5}$$

onde:

Z é a impedância total em série, medida em ohms (Ω);

R é a resistência equivalente em série;

X_L é a reatância indutiva, $X_L = \omega L$;

X_C é a reatância capacitiva, $X_C = 1/(\omega C)$.

1.3 Ganho de tensão e função de transferência

No circuito RLC série, a corrente é a mesma em todos os elementos. Assim, para um dado valor de frequência:

$$I = \frac{V_{\text{in}}}{Z}, \tag{6}$$

$$V_R = IR = \frac{V_{\text{in}}R}{Z}. \tag{7}$$

O **ganho de tensão** no resistor é definido como

$$H(f) = \frac{V_R(f)}{V_{\text{in}}(f)}. \tag{8}$$

Tomando a magnitude (pois o osciloscópio mede módulo da tensão),

$$|H(f)| = \left|\frac{R}{Z}\right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \tag{9}$$

Portanto, a forma da curva de ganho em função da frequência é totalmente determinada pelos valores de R, L e C.

1.4 Ressonância, banda passante e largura de banda

A **frequência de ressonância** é a frequência em que as reatâncias se cancelam:

$$X_L = X_C \quad \Rightarrow \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}. \tag{10}$$

então,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \tag{11}$$

Em f_0, o termo reativo da impedância é nulo, a impedância total é mínima ($Z \approx R$) e a corrente no circuito é máxima. Consequentemente, o ganho no resistor atinge um pico.

Na prática, o circuito se comporta como um **filtro passa-banda**: existe uma faixa de frequências em torno de f_0 onde o ganho é relativamente alto, chamada de **banda passante**. A largura dessa banda é caracterizada pelas frequências f_1 e f_2, definidas a partir do nível de meia potência:

$$|H(f_1)| = |H(f_2)| = \frac{|H(f_0)|}{\sqrt{2}}, \tag{12}$$

e a **largura de banda** é

$$\text{BW} = f_2 - f_1. \tag{13}$$

A resposta em frequência desse tipo de circuito é representada em escala logarítmica no eixo de frequências, ressaltando a região da banda passante.

1.5 Fator de qualidade (Q)

O **fator de qualidade** Q quantifica o quão "seletivo" é um circuito em torno da frequência de ressonância. A definição operacional usada em filtros passa-banda é dada por

$$Q = \frac{f_0}{\mathrm{BW}}, \tag{14}$$

onde f_0 é a frequência de ressonância e $\mathrm{BW} = f_2 - f_1$ é a largura de banda limitada pelas frequências de meia potência definidas na Equação (16).

Valores altos de Q produzem um pico estreito e altamente seletivo, enquanto valores baixos resultam em uma resposta ampla.

Derivação da forma aproximada de Q Para circuitos RLC série com resistência relativamente pequena, é possível obter uma expressão aproximada de Q em função de R, L e C. Partimos de duas relações já estabelecidas no texto:

1. A frequência de ressonância:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \tag{15}$$

2. A condição de meia potência:

$$|H(f_{1,2})| = \frac{|H(f_0)|}{\sqrt{2}}, \tag{16}$$

com $H(f)$ definido na Equação (8).

Ao aplicar a condição de meia potência sobre a expressão geral da impedância:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

e considerando que R é pequeno comparado aos termos reativos próximos de f_0, obtém-se uma equação quadrática para $\omega = 2\pi f$ cujas soluções aproximadas são:

$$\omega_{1,2} \approx \omega_0 \mp \frac{R}{2L}, \tag{17}$$

isto é,

$$f_{1,2} \approx f_0 \mp \frac{R}{4\pi L}. \tag{18}$$

A largura de banda, definida por $\mathrm{BW} = f_2 - f_1$, torna-se então:

$$\mathrm{BW} \approx \frac{R}{2\pi L}. \tag{19}$$

Substituindo (15) e (19) na definição de Q na Equação (14):

$$Q = \frac{f_0}{\mathrm{BW}} \approx \frac{\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}{\frac{R}{2\pi L}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}},$$

obtemos a expressão aproximada:

$$Q \approx \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}, \tag{20}$$

que será usada mais adiante para discutir a influência de R, L e C na seletividade do circuito.

Interpretação física. A Equação (20) mostra claramente que:

- aumentar R reduz Q, alargando a banda;
- aumentar L eleva Q;

- aumentar C diminui Q;
- Q cresce quando a energia armazenada nas parcelas reativas é grande em comparação com a energia dissipada por ciclo.

2 Objetivos

Os objetivos deste trabalho podem ser divididos em dois níveis: físico-experimental e computacional.

Objetivo físico-experimental

- Determinar experimentalmente a frequência de ressonância f_0 de diferentes capacitores em um circuito RLC série.
- Medir as frequências laterais f_1 e f_2 associadas ao nível de meia potência.
- Calcular a largura de banda BW e o fator de qualidade Q de cada configuração.
- Avaliar o comportamento do circuito como filtro passa-banda para valores de capacitância na faixa de nF a µF.

Objetivo computacional

- Desenvolver uma ferramenta integrada em Python para:
  - Simular teoricamente a resposta em frequência do circuito RLC série.
  - Controlar via VISA um gerador de função AFG3021B e um osciloscópio DPO2012B.
  - Automatizar a varredura em frequência e a aquisição de dados (V_{in}, V_R).
  - Calcular e comparar métricas teóricas e experimentais.
  - Ajustar curvas teóricas aos dados experimentais por minimização de mínimos quadrados (Gauss–Marquardt).
  - Realizar projeto inverso dos componentes R, L, C a partir de especificações de f_0 e Q.

3 Materiais e Métodos

3.1 Materiais Utilizados

Componentes e montagem física

- Protoboard.
- Resistor fixo nominal de $330\,\Omega$.
- Indutor de aproximadamente $10\,\text{mH}$ com resistência série medida de $96\,\Omega$.
- Resistência total considerada no modelo:
$$R_{\text{total}} \approx 426\,\Omega.$$
- Seis capacitores, medidos com multímetro, usados em seis experimentos distintos:
$$\begin{array}{lll} C_1 \approx 1.20 \text{ nF}, & C_2 \approx 9.96 \text{ nF}, & C_3 \approx 57 \text{ nF}, \\ C_4 \approx 1.00\ \mu\text{F}, & C_5 \approx 11.0\ \mu\text{F}, & C_6 \approx 97.77\ \mu\text{F}. \end{array}$$
- Fios de conexão.

Instrumentação eletrônica

- Gerador de função Tektronix AFG3021B.
- Osciloscópio digital Tektronix DPO2012B.
- Multímetro digital (medidas de resistência e capacitância).
- Interface de comunicação USB com suporte a VISA.

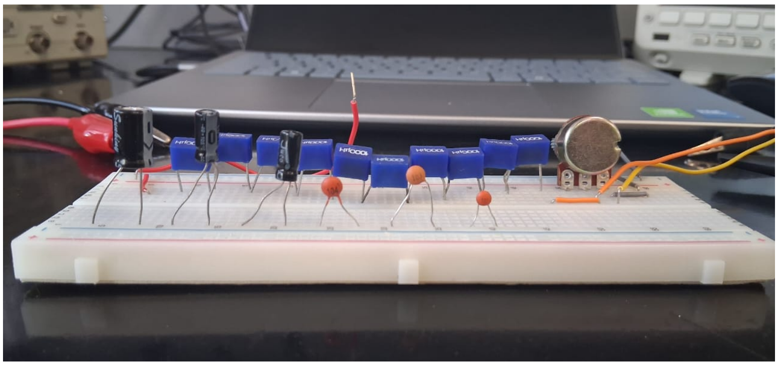

Figura 1: Capacitores utilizados.

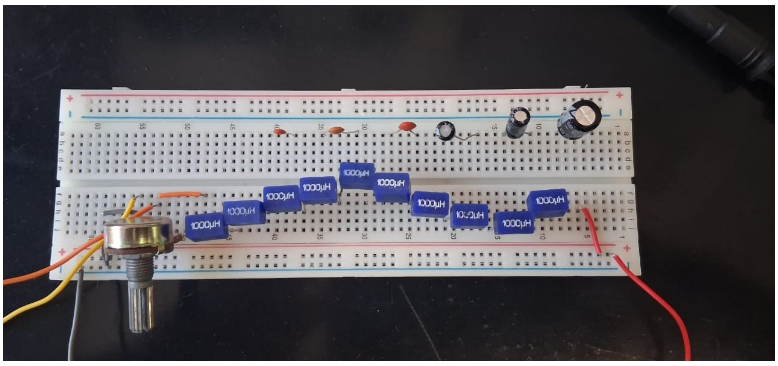

Figura 2: Indutores utilizados.

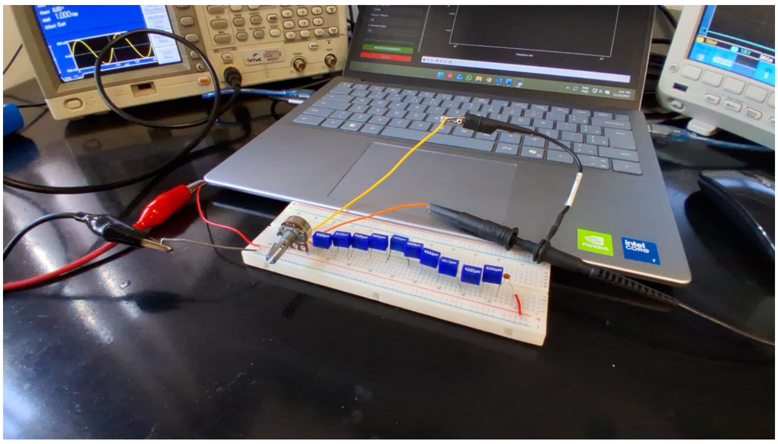

Figura 3: Circuito completo montado.

Ambiente de software

- Linguagem: Python.

- Bibliotecas principais: `pyvisa` (controle dos instrumentos), `numpy`, `pandas`, `matplotlib`, `scipy.optimize` (ajuste Gauss–Marquardt), entre outras.
- Estrutura modular de código, com diretórios `core/` e `gui/`.

3.2 Arquitetura Geral do Software

O software foi concebido como uma ferramenta integrada de simulação, controle experimental e análise de dados, estruturada em torno de três abas principais na interface gráfica:

- **Aba Simulador Teórico**: definição de R, L, C, tolerâncias e faixa de frequência, com cálculo da resposta teórica $H(f)$ e das métricas de ressonância.
- **Aba Experimento & Controle**: configuração do sweep de frequência do AFG3021B, medição de V_{in} e V_R pelo DPO2012B e armazenamento dos dados experimentais.
- **Aba Análise de Dados**: carregamento de curvas teóricas e experimentais a partir de arquivos `.csv` e `.json`, comparação visual, ajuste de curvas e projeto inverso.

4 Tratamento das Incertezas

Nesta seção descreve-se como as incertezas foram tratadas para cada medida obtida durante o experimento.

4.1 Incertezas dos instrumentos

Os fabricantes especificam as incertezas em termos relativos e absolutos.

Multímetro (resistência e capacitância)

Para resistência em faixas em torno de $600\,\Omega$, é comum uma especificação do tipo

$$\Delta R = \pm\big(\alpha_R\% \cdot R + N_R D_R\big), \tag{21}$$

em que:

- $\alpha_R\%$ é a porcentagem da leitura;
- D_R é o valor do dígito menos significativo na escala usada;
- N_R é o número de dígitos adicionais considerado.

Para capacitância na faixa de $10\,\text{nF}$ a $100\,\mu\text{F}$, uma forma típica é

$$\Delta C = \pm\big(\alpha_C\% \cdot C + N_C D_C\big), \tag{22}$$

com α_C em torno de 3,5% e N_C representando a quantidade de dígitos (por exemplo, $20D$).

Gerador de função AFG3021B

Para a amplitude de saída (onda senoidal) vale, de forma geral:

$$\Delta V_{p-p} = \pm\big(\alpha_V\% \cdot V_{p-p} + V_{\text{offset}}\big), \tag{23}$$

onde α_V é da ordem de 1% e V_{offset} é um termo fixo pequeno (tipicamente na ordem de milivolts).

A frequência gerada possui erro relativo muito pequeno, da ordem de poucos ppm:

$$\Delta f_{\text{AFG}} \approx \pm(\alpha_f \text{ ppm}) \cdot f. \tag{24}$$

Em frequências na faixa de kHz, isso resulta em erros de frações de hertz, muito menores que a resolução do sweep.

Osciloscópio DPO2012B

Para o ganho vertical (medida de tensão), a especificação típica é

$$\Delta V_{\text{DPO}} = \pm \beta_V \% \cdot V_{\text{medido}}, \tag{25}$$

com β_V tipicamente em torno de 3%.

Na prática, tanto V_R quanto V_{in} sofrem esse tipo de incerteza. O ganho medido

$$G = \frac{V_R}{V_{\text{in}}} \tag{26}$$

tem incerteza obtida por propagação:

$$\frac{\Delta G}{G} \approx \sqrt{\left(\frac{\Delta V_R}{V_R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_{\text{in}}}{V_{\text{in}}}\right)^2}. \tag{27}$$

4.2 Derivação logarítmica para f_0 teórico

A frequência de ressonância teórica é:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \tag{28}$$

Para entender como as incertezas de L e C impactam f_0, é mais limpo trabalhar com o logaritmo:

$$\ln f_0 = -\frac{1}{2}\ln L - \frac{1}{2}\ln C - \ln(2\pi). \tag{29}$$

Derivando ambos os lados:

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta L}{L} - \frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C}. \tag{30}$$

Em termos de módulo das incertezas relativas, podemos escrever a aproximação

$$\left|\frac{\Delta f_0}{f_0}\right| \approx \frac{1}{2}\left(\left|\frac{\Delta L}{L}\right| + \left|\frac{\Delta C}{C}\right|\right). \tag{31}$$

Se considerarmos L e C como grandezas independentes, é usual combinar as contribuições em quadratura:

$$\left(\frac{\Delta f_0}{f_0}\right)^2 \approx \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C}\right)^2. \tag{32}$$

Em muitos casos práticos, a incerteza relativa de capacitância ($\Delta C/C$) é muito maior que a de indutância ($\Delta L/L$). Nesse cenário, o termo de L pode ser desprezado e a expressão se reduz a:

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} \approx \frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C}, \qquad \Delta f_0 \approx f_0 \cdot \frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C}. \tag{33}$$

Essa simplificação é útil para estimar rapidamente o impacto da tolerância do capacitor na frequência de ressonância teórica.

4.3 Incerteza em f_0 experimental

A frequência de ressonância experimental é obtida a partir de uma varredura em frequência com o AFG3021B. Para cada experimento, define-se uma faixa de varredura $[f_{\min}, f_{\max}]$ e um número de pontos N. O passo em frequência é

$$\Delta f_{\text{step}} = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{N-1}. \tag{34}$$

O máximo de ganho é localizado em um dos pontos da malha. Mesmo que a função de transferência tenha um pico *exato* em algum ponto entre duas frequências da malha, o algoritmo só enxerga os pontos discretos. Assim, uma estimativa conservadora da incerteza associada à discretização é

$$\Delta f_{0,\text{exp}} \approx \frac{\Delta f_{\text{step}}}{2}. \tag{35}$$

A incerteza de frequência do próprio gerador (ppm) é muito menor do que Δf_{step} e, portanto, foi considerada desprezível frente ao efeito da resolução da malha.

4.4 Incerteza qualitativa do fator de qualidade Q

O fator de qualidade experimental é calculado a partir de:

$$Q_{\text{exp}} = \frac{f_{0,\text{exp}}}{\text{BW}}, \qquad \text{BW} = f_2 - f_1. \tag{36}$$

Assumindo que as incertezas em f_0, f_1 e f_2 são todas da ordem de Δf_{step}, a incerteza em BW é aproximadamente

$$\Delta\text{BW} \approx \sqrt{(\Delta f_1)^2 + (\Delta f_2)^2} \approx \sqrt{2}\Delta f_{\text{step}}. \tag{37}$$

Usando propagação de incertezas em forma relativa,

$$\left(\frac{\Delta Q_{\text{exp}}}{Q_{\text{exp}}}\right)^2 \approx \left(\frac{\Delta f_{0,\text{exp}}}{f_{0,\text{exp}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\text{BW}}{\text{BW}}\right)^2. \tag{38}$$

Na prática, isso mostra que o Q experimental será tão mais confiável quanto mais estreita for a banda (maior Q) *e* quanto menor for o passo de frequência escolhido no sweep.

5 Resultados e Análise

Foram realizados seis experimentos, variando-se o capacitor do circuito RLC série e mantendo-se aproximadamente constantes o resistor (330 Ω) e o indutor (10 mH com 96 Ω de resistência série).

As Tabela **??** 2 apresentam um resumo dos resultados obtidos. Os valores de $f_{0,\text{teo}}$ foram calculados pelo simulador a partir de R, L e C medidos, enquanto os valores de $f_{0,\text{exp}}$ foram extraídos automaticamente das curvas medidas pelo software.

Tabela 1: Resultados teóricos: frequência de ressonância e fator de qualidade.

Capacitor	$f_{0,\text{teo}} \pm \Delta f_{0,\text{teo}}$ (Hz)	$Q \pm \Delta Q$
C1 (1.20 nF)	45944 ± 800	6.78 ± 0.12
C2 (9.96 nF)	15947 ± 280	2.35 ± 0.04
C3 (57 nF)	6666 ± 120	0.98 ± 0.02
C4 (1.00 μF)	1591 ± 28	0.23 ± 0.01
C5 (11 μF)	479 ± 8	0.07 ± 0.002
C6 (97.77 μF)	160 ± 4	0.02 ± 0.001

Tabela 2: Resultados experimentais para os cinco primeiros experimentos, com faixa de sweep, frequência de ressonância, largura de banda e fator de qualidade com suas incertezas.

Exp.	Capacitor	$f_{0,\text{exp}} \pm \Delta f_{0,\text{exp}}$ (Hz)	$\text{BW}_{\text{exp}} \pm \Delta\text{BW}$ (Hz)	$Q_{\text{exp}} \pm \Delta Q$	Faixa de sweep (Hz)
1	$C_1 \approx 1{,}20$ nF	$46\,456 \pm 34$	$9\,354 \pm 48$	$4{,}97 \pm 0{,}03$	30 000–64 000
2	$C_2 \approx 9{,}96$ nF	$16\,852 \pm 32$	$9\,119 \pm 45$	$1{,}85 \pm 0{,}01$	8 000–40 000
3	$C_3 \approx 57$ nF	$6\,195 \pm 49$	$9\,415 \pm 70$	$0{,}66 \pm 0{,}01$	800–50 000
4	$C_4 \approx 1{,}00$ μF	$1\,805 \pm 42$	$7\,955 \pm 60$	$0{,}23 \pm 0{,}01$	100–42 000
5	$C_5 \approx 11{,}0$ μF	291 ± 30	$8\,018 \pm 43$	$0{,}036 \pm 0{,}004$	10–30 000
6	$C_6 \approx 97{,}77$ μF	27 ± 25	$8\,185 \pm 35$	$0{,}0033 \pm 0{,}0031^{\dagger}$	1–25 000

As incertezas teóricas e experimentais apresentadas na Tabela **??** foram calculadas a partir dos valores medidos dos capacitores e dos parâmetros de varredura (sweep) utilizados em cada experimento.

1. Incertezas teóricas

A incerteza teórica da frequência de ressonância $f_{0,\text{teo}}$ decorre principalmente da incerteza da capacitância medida pelo multímetro.

- Para os capacitores C1–C5, o multímetro apresenta:

$$\Delta C = \pm(3{,}5\% \cdot C), \qquad \frac{\Delta C}{C} = 0{,}035.$$

- Para o capacitor C6, a faixa correspondente apresenta:

$$\Delta C = \pm(5\% \cdot C), \qquad \frac{\Delta C}{C} = 0{,}05.$$

Pela derivação logarítmica,

$$\frac{\Delta f_{0,\text{teo}}}{f_{0,\text{teo}}} \approx \frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C}.$$

Assim:

$$\text{C1–C5:} \quad \frac{\Delta f_{0,\text{teo}}}{f_{0,\text{teo}}} = 0{,}0175$$
$$\text{C6:} \quad \frac{\Delta f_{0,\text{teo}}}{f_{0,\text{teo}}} = 0{,}025.$$

2. Incerteza experimental

A incerteza experimental em $f_{0,\text{exp}}$ é dominada pela resolução do sweep.
Cada experimento utilizou o número de pontos:

$$N = 500.$$

Logo, o passo em frequência é:

$$\Delta f_{\text{step}} = \frac{f_{\text{max}} - f_{\text{min}}}{N-1}, \qquad \Delta f_{0,\text{exp}} \approx \frac{\Delta f_{\text{step}}}{2}.$$

Os intervalos originais de varredura foram:

- Exp. 1: 30 000–64 000 Hz
- Exp. 2: 8 000–40 000 Hz
- Exp. 3: 800–50 000 Hz

- Exp. 4: 100–42 000 Hz
- Exp. 5: 10–30 000 Hz
- Exp. 6: 1–25 000 Hz

Os passos de sweep resultantes são:

$$
\begin{aligned}
&\text{Exp. 1: } \Delta f_{\text{step}} = 68 \text{ Hz} \quad &&\Rightarrow \Delta f_{0,\text{exp}} = 34 \text{ Hz} \\
&\text{Exp. 2: } \Delta f_{\text{step}} = 64 \text{ Hz} \quad &&\Rightarrow \Delta f_{0,\text{exp}} = 32 \text{ Hz} \\
&\text{Exp. 3: } \Delta f_{\text{step}} = 98 \text{ Hz} \quad &&\Rightarrow \Delta f_{0,\text{exp}} = 49 \text{ Hz} \\
&\text{Exp. 4: } \Delta f_{\text{step}} = 84 \text{ Hz} \quad &&\Rightarrow \Delta f_{0,\text{exp}} = 42 \text{ Hz} \\
&\text{Exp. 5: } \Delta f_{\text{step}} = 60 \text{ Hz} \quad &&\Rightarrow \Delta f_{0,\text{exp}} = 30 \text{ Hz} \\
&\text{Exp. 6: } \Delta f_{\text{step}} = 50 \text{ Hz} \quad &&\Rightarrow \Delta f_{0,\text{exp}} = 25 \text{ Hz}
\end{aligned}
$$

5.1 Curvas de resposta em frequência

As Figuras 4–9 mostram as curvas de ganho normalizado para cada capacitor, com a sobreposição entre curvas teóricas e experimentais. Em todas elas o eixo de frequência é logarítmico, facilitando a visualização da banda passante.

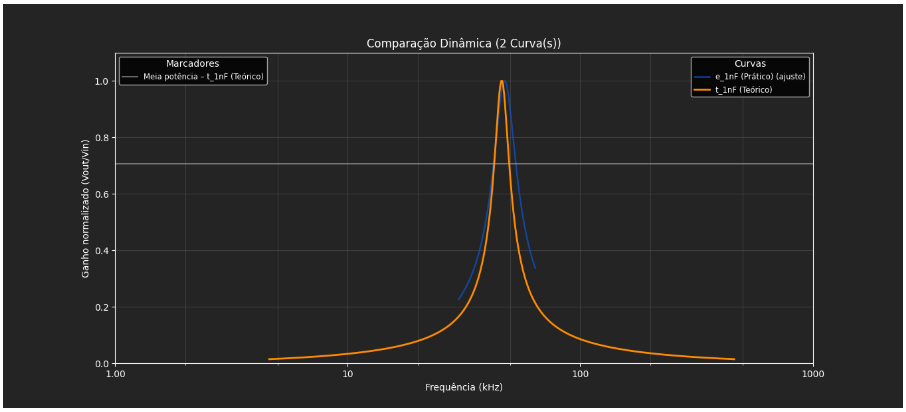

Figura 4: Comparação teórico–experimental para $C_1 \approx 1{,}20$ nF (Experimento 1).

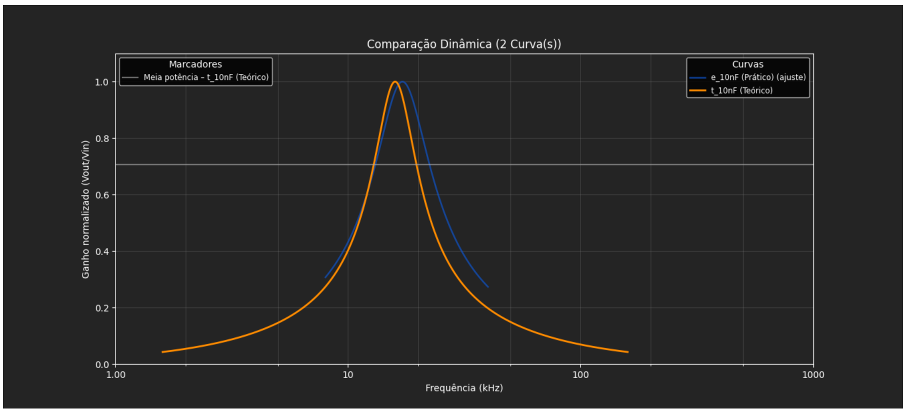

Figura 5: Comparação teórico–experimental para $C_2 \approx 9{,}96$ nF (Experimento 2).

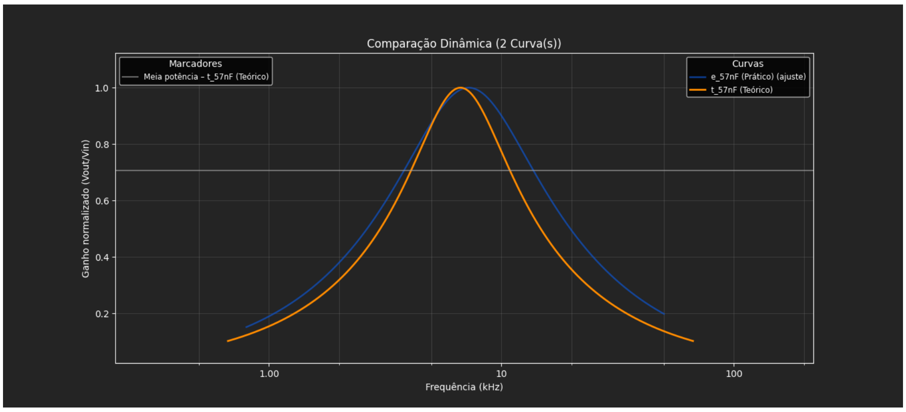

Figura 6: Comparação teórico–experimental para $C_3 \approx 57$ nF (Experimento 3).

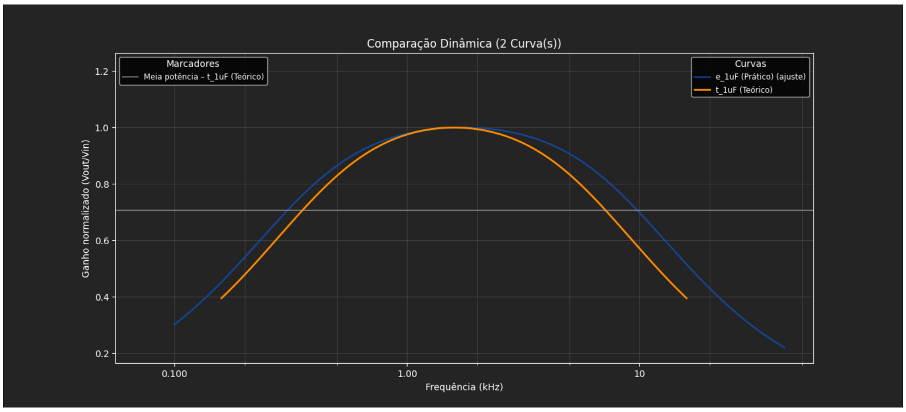

Figura 7: Comparação teórico–experimental para $C_4 \approx 1{,}00\ \mu$F (Experimento 4).

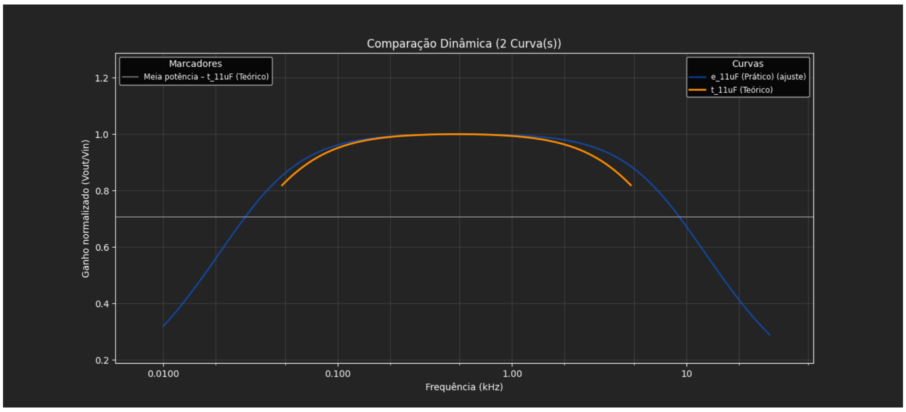

Figura 8: Comparação teórico–experimental para $C_5 \approx 11{,}0\ \mu$F (Experimento 5).

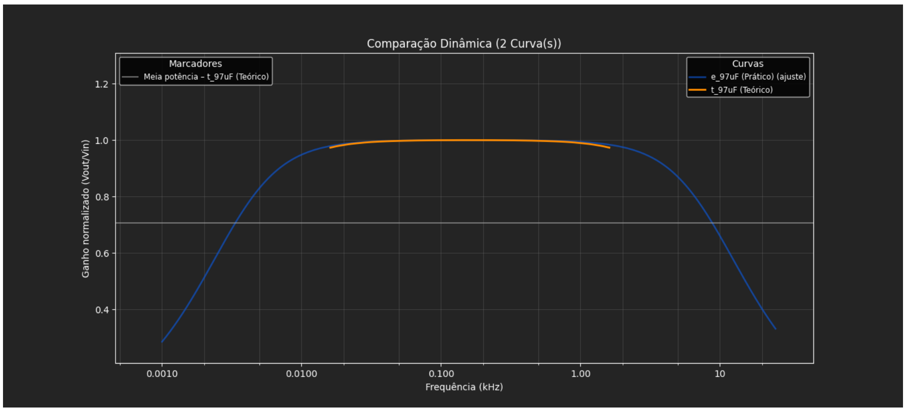

Figura 9: Comparação teórico–experimental para $C_6 \approx 97{,}77\ \mu$F (Experimento 6, regime fortemente amortecido).

5.2 Discussão qualitativa

Alguns pontos se destacam:

- **Tendência de f_0 com C**: os resultados acompanham a relação

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

  isto é, quanto maior o capacitor, menor a frequência de ressonância.

- **Largura de banda e Q**: para capacitores menores, o pico de ganho é mais agudo e a banda passante mais estreita (maior Q); para capacitores grandes, o pico se alarga e a banda fica mais difusa (menor Q). Isso está alinhado com a expressão aproximada

$$Q \approx \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

- **Caso extremo com C_6**: para o capacitor de aproximadamente 100 µF, o circuito torna-se fortemente amortecido. A resposta em frequência lembra mais um filtro passa-baixa do que um passa-banda bem definido, e a fase se aproxima de 180° em parte da faixa. Nesse regime, a definição de f_0 por um pico único perde sentido.

- **Consistência com as incertezas**: as diferenças entre $f_{0,\text{teo}}$ e $f_{0,\text{exp}}$ ficam, em geral, dentro do que se espera considerando a tolerância dos capacitores e a resolução em frequência do sweep. Em outras palavras, não há indício de erro sistemático no desenvolvimento do software.

6 Conclusão

Foi estudado o comportamento de um circuito RLC série sob o ponto de vista teórico, experimental e computacional. A modelagem analítica, baseada em impedância complexa e função de transferência, permitiu prever a forma da resposta em frequência e a posição da ressonância. O experimento, com seis capacitores diferentes, mostrou:

- a redução de f_0 com o aumento da capacitância;
- o alargamento da banda passante e a queda do fator de qualidade em capacitores maiores;
- a limitação do conceito de ressonância bem definida em regimes fortemente amortecidos.

Do ponto de vista de instrumentação e automação, o software em Python integrado ao AFG3021B e ao DPO2012B permitiu:

- varrer automaticamente faixas amplas de frequência;

- calcular, de forma uniforme, f_0, f_1, f_2, BW e Q;
- registrar os dados em arquivos `.csv` e `.json`, facilitando a comparação teoria–experimento;
- incorporar rotinas de ajuste de curvas e projeto inverso de componentes, aproximando o experimento da prática profissional em engenharia.

A discussão detalhada da origem das fórmulas (impedância, reatâncias, frequência angular, fator de qualidade) e do tratamento das incertezas torna o trabalho acessível mesmo para leitores com pouca familiaridade prévia com eletromagnetismo, ao mesmo tempo em que mantém o rigor esperado em um contexto de ensino de Física e Engenharia.

Referências

[1] Robert L. Boylestad. *Introdução à Análise de Circuitos*. Pearson, 12 edition, 2013.

[2] David Halliday, Robert Resnick, and Jearl Walker. *Fundamentos de Física, Vol. 3: Eletromagnetismo*. LTC, Rio de Janeiro, Brasil, 10 edition, 2016.

[3] Minipa do Brasil, São Paulo, Brasil. *Manual do Usuário – Multímetro Digital ET-1507B*, 2019. Manual técnico do multímetro utilizado para medidas de resistência e capacitância.

[4] Tektronix, Beaverton, OR. *AFG3000 Series Arbitrary/Function Generators: Specifications and Performance*, 2017. Datasheet. Arquivo consultado no PDF enviado pelo autor.

[5] Tektronix, Beaverton, OR. *MSO/DPO2000B Mixed Signal Oscilloscopes: Specifications and Performance*, 2017. Datasheet. Arquivo consultado no PDF enviado pelo autor.