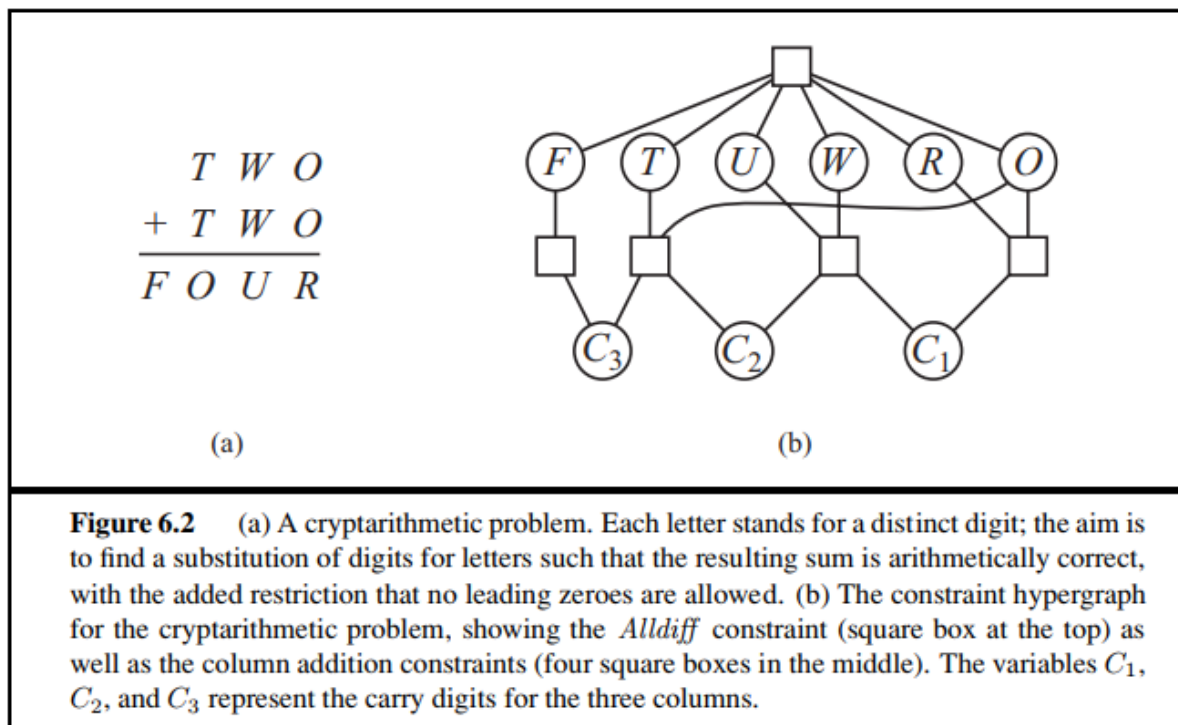


人工智能第三次作业

6.5 Solve the cryptarithmic problem in Figure 6.2 by hand, using the strategy of backtracking with forward checking and the MRV and least-constraining-value heuristics.



解：从上往下，从左往右，每个多元约束分别为

- F、T、U、W、R、O互不相同
- $F = C_3$
- $C_3 \times 10 + O = 2 \times T + C_2$
- $C_2 \times 10 + U = 2 \times W + C_1$
- $C_1 \times 10 + R = 2 \times O$

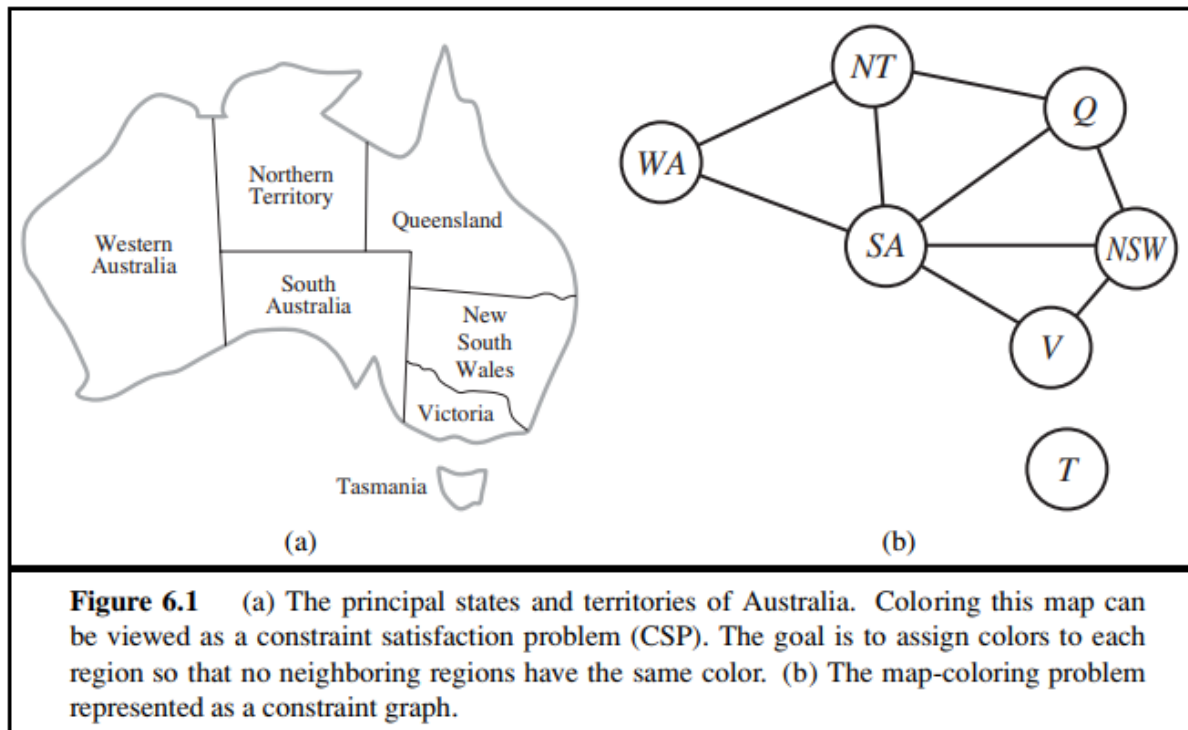
由单元约束，T、U、W、R、O均为0-9之间的数字，F和 C_1, C_2, C_3 取值均为0或1。

罗列算法模拟执行步骤如下

- 选定T为初始变量，因为它是度数最高的节点之一
- T尝试赋值1,在当前信息下这是可能的给邻居变量留下最多选择的赋值之一
- 前向检验，F、U、W、R以及 C_3 删去1，O的取值范围删至 $\{2, 3\}$ 。
- 由MRV，选定F为下一个变量，因为它是取值范围最小的变量之一
- F尝试赋值0，因为其仅有一个赋值可能
- 前向检验，U、W、R删去0
- 由MRV，选定 C_3 为下一个变量，因为它是取值范围最小的变量之一
- C_3 尝试赋值0，因为其仅有一个赋值可能
- 前向检验，无变动
- 由MRV，选定O为下一个变量，因为它是取值范围最小的变量之一
- O尝试赋值3，在当前信息下这是可能的给邻居变量留下最多选择的赋值之一

- 前向检验, R的取值范围删至 $\{6\}$, C_1 的取值范围删至 $\{0\}$, C_2 的取值范围删至 $\{1\}$, U、W删去3
- 由MRV, 选定R为下一个变量, 因为它是取值范围最小的变量之一
- R尝试赋值6, 因为其仅有一个赋值可能
- 前向检验, U、W删去6
- 由MRV, 选定 C_1 为下一个变量, 因为它是取值范围最小的变量之一
- C_1 尝试赋值0, 因为其仅有一个赋值可能
- 前向检验, U的取值范围删至 $\{4, 8\}$, W的取值范围删至 $\{7, 9\}$ 。
- 由MRV, 选定 C_2 为下一个变量, 因为它是取值范围最小的变量之一
- C_2 尝试赋值1, 因为其仅有一个赋值可能
- 前向检验, 无变动
- 由MRV, 选定U为下一个变量, 因为它是取值范围最小的变量之一
- U尝试赋值4, 在当前信息下这是可能的给邻居变量留下最多选择的赋值之一
- 前向检验, W删去9
- 由MRV, 选定W为下一个变量, 因为它是取值范围最小的变量之一
- W尝试赋值7, 因为其仅有一个赋值可能
- 前向检验, 无变动
- 完成, 得到一个赋值方案

6.11 Use the AC-3 algorithm to show that arc consistency can detect the inconsistency of the partial assignment $WA=green, V=red$ for the problem shown in Figure 6.1



解: 罗列算法模拟执行步骤如下

- 队列中放入所有边 (二元约束条件), 除WA,V外, 所有节点的可能属性值集合为 $\{red, yellow, green\}$ 。
- $\langle SA, WA \rangle$ 出队列, 从SA中去掉 *green*, 将 $\langle NT, SA \rangle$ 、 $\langle Q, SA \rangle$ 、 $\langle NSW, SA \rangle$ 、 $\langle V, SA \rangle$ 、 $\langle WA, SA \rangle$ 加入队列 (如果队列中没有的话)

- $\langle SA, V \rangle$ 出队列，从SA中去掉 *red*，将 $\langle NT, SA \rangle$ 、 $\langle Q, SA \rangle$ 、 $\langle NSW, SA \rangle$ 、 $\langle V, SA \rangle$ 、 $\langle WA, SA \rangle$ 加入队列（如果队列中没有的话）
- $\langle NT, WA \rangle$ 出队列，从NT中去掉 *green*，将 $\langle WA, NT \rangle$ 、 $\langle SA, NT \rangle$ 、 $\langle Q, NT \rangle$ 加入队列（如果队列中没有的话）
- $\langle NT, SA \rangle$ 出队列，从NT中去掉 *yellow*，将 $\langle WA, NT \rangle$ 、 $\langle SA, NT \rangle$ 、 $\langle Q, NT \rangle$ 加入队列（如果队列中没有的话）
- $\langle NSW, V \rangle$ 出队列，从NSW中去掉 *red*，将 $\langle V, NSW \rangle$ 、 $\langle SA, NSW \rangle$ 、 $\langle Q, NSW \rangle$ 加入队列（如果队列中没有的话）
- $\langle NSW, SA \rangle$ 出队列，从NSW中去掉 *yellow*，将 $\langle V, NSW \rangle$ 、 $\langle SA, NSW \rangle$ 、 $\langle Q, NSW \rangle$ 加入队列（如果队列中没有的话）
- $\langle Q, NT \rangle$ 出队列，从Q中去掉 *red*，将 $\langle NT, Q \rangle$ 、 $\langle SA, Q \rangle$ 、 $\langle NSW, Q \rangle$ 加入队列（如果队列中没有的话）
- $\langle Q, SA \rangle$ 出队列，从Q中去掉 *yellow*，将 $\langle NT, Q \rangle$ 、 $\langle SA, Q \rangle$ 、 $\langle NSW, Q \rangle$ 加入队列（如果队列中没有的话）
- $\langle Q, NSW \rangle$ 出队列，从Q中去掉 *green*，将 $\langle NT, Q \rangle$ 、 $\langle SA, Q \rangle$ 、 $\langle NSW, Q \rangle$ 加入队列（如果队列中没有的话）
- 此时Q的可能属性值集合已经为空集，返回错误

6.12 What is the worst-case complexity of running AC-3 on a tree-structured CSP?

解：假设有 n 个节点，那么由于其为树结构，所以有 $n - 1$ 条边（二元约束条件），假设每个节点至多有 k 个取值可能，不妨将边加入队列的次数和删减取值的次数分开统计，那么在执行AC-3算法的过程中，每一条边（二元约束条件）上至多执行 k 次删减取值的操作，同时也至多 k 次加入队列，所以在不考虑revise检查相容性的开销的情况下，总时间复杂度为 $O(nk)$ 。

但是如果考虑revise检查相容性的开销，每次相当于 $O(\text{两个结点的取值可能数的乘积})$ 。那么总时间复杂度直接为 $O(nk^3)$ 。