人工智能导论第二次作业

4.1 跟踪A*搜索算法用直线距离启发式求解从Lugoj到Bucharest问题的过程。按顺序列出算法扩展的节点和每个节点的f,g,h值。

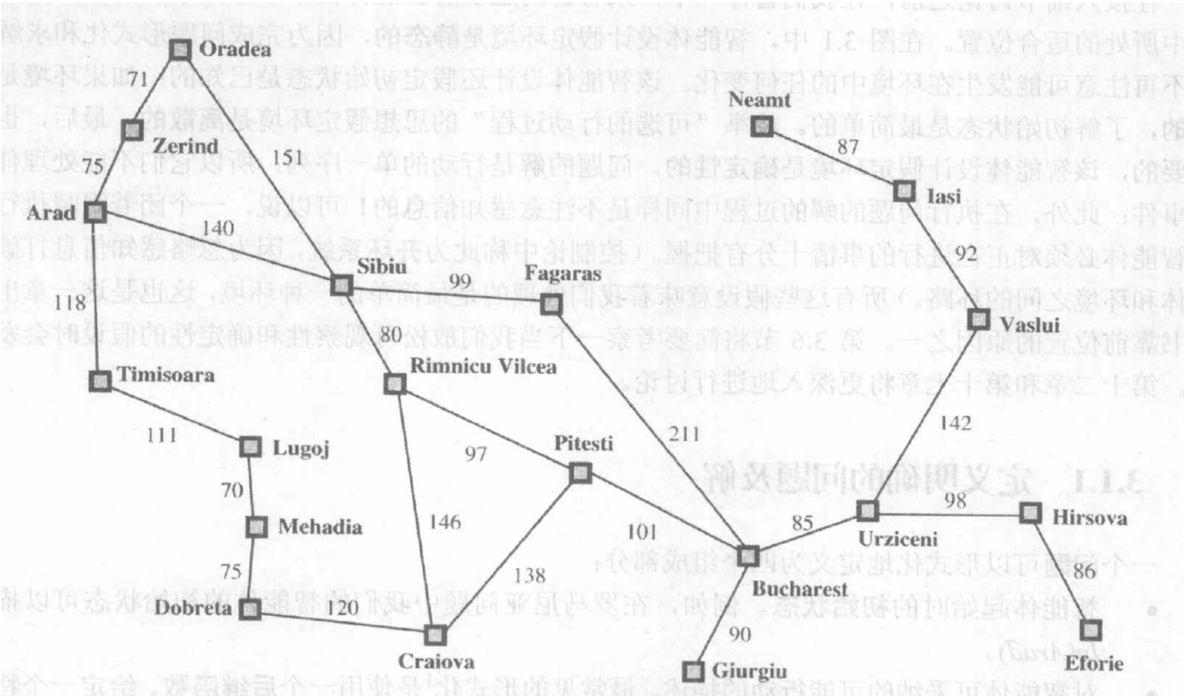


图 3.2　一个简化的部分罗马尼亚道路图

Arad	366	Mehadia	241
Bucharest	0	Neamt	234
Craiova	160	Oradea	380
Dobreta	242	Pitesti	100
Eforie	161	Rimnicu Vilcea	193
Fagaras	176	Sibiu	253
Giurgiu	77	Timisoara	329
Hirsova	151	Urziceni	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugoj	244	Zerind	374

图 4.1　h_{SLD} 的值——到 Bucharest 的直线距离

解：两点之间直线最短，故对于任意节点 a,b 和目标节点 c， $h(a,c)$ 作为 a 与 c 之间的直线距离必然 $\leq a$ 与 b 之间的距离 + b 与 c 之间的直线距离，故可知其满足一致性，可以使用图算法拓展的A*搜索算法。此处用 $name(f,g,h)$ 表示每个节点及其 f,g,h 值

1. Lugoj(244,0,244)
2. Mehadia(311,70,241) , Timisoara(440,111,329)
3. Dobreta(387,145,242)
4. Craiova(425,265,160)
5. Pitesti(503,403,100) , Rimnicu Vilcea(604,411,193)

6. Arad(595,229,366)
7. Bucharest(504,504,0)

4.2 启发式路径算法是一个最佳优先搜索，它的目标函数是 $f(n) = (2-\omega)g(n) + \omega h(n)$ 。算法中 ω 取什么值能保证算法是最优的?当 $\omega = 0$ 时，这个算法是什么搜索? $\omega = 1$ 呢? $\omega = 2$ 呢?

解：考虑

$$f(n) = (2-\omega)g(n) + \omega h(n) = (2-\omega)(g(n) + \frac{\omega}{2-\omega}h(n))$$

仅考虑$(2-\omega)$系数后面的部分，令$h'(n) = \frac{\omega}{2-\omega}h(n)$，则在$h(n)$作为一个单独函数本身满足其可采纳的情况下，若

$$h'(n) = \frac{\omega}{2-\omega}h(n) \leq h(n)$$

即 $\omega \leq 1$ ，那么

$$h'(n) \leq h(n) \leq h^*(n)$$

所以这种情况下 $h'(n)$ 是可采纳的，即可以保证算法是最优的

由定义得

当 $\omega = 0$ 时，这个算法是一致代价搜索

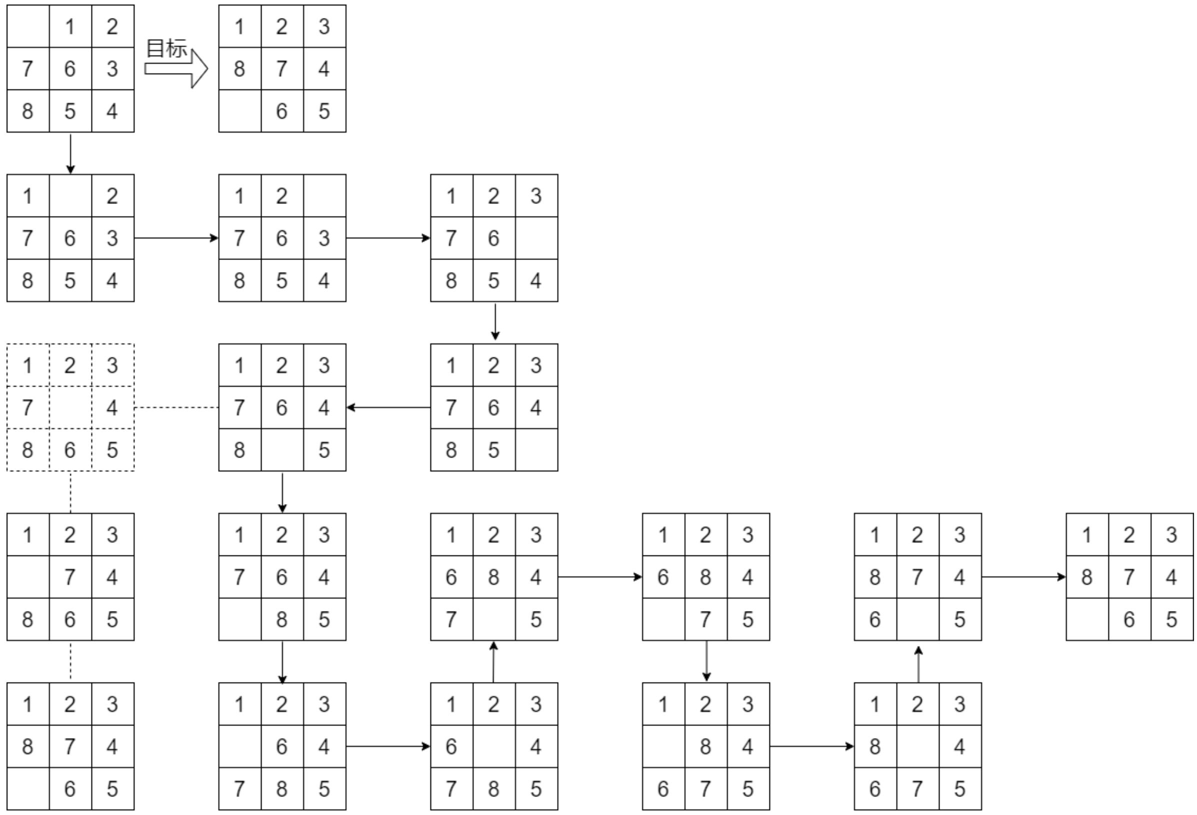
当 $\omega = 1$ 时，这个算法是A*搜索

当 $\omega = 2$ 时，这个算法是贪心搜索

4.6 设计一个启发函数，使它在八数码游戏中有时会估计过高，并说明它在什么样的特殊问题下会导致非最优解。(可以借助计算机的帮助。)证明：如果 h 被高估的部分从来不超过 c ， A^* 算法返回的解的耗散比最优解的耗散多出的部分也不超过 c 。

解：设计启发函数如下——

$h(n)$是如此一个函数，当它处在某个特定状态时，其值极大（显然可以做到足够大使得其远超出实际的耗散，并且下一步的拓展必然不选择该状态），其余状态均定义为不在位的棋子数，于是由图可见一特殊问题例子



下面对本图做一些说明，每个状态由一个九宫格标记，其中虚线九宫格所对应的就是该 $h(n)$ 定义中被赋予足够大值的”特殊状态“。其中”目标“箭头由初始状态指向目标状态，而实箭头表示按照上述 $h(n)$ 定义下所搜索到的解，在箭头的分支处，虚线箭头表示这一步之后本应当是最优解的各步骤。显然这个启发函数在箭头分支处导致了估计过高，并且最后找出来的解也不是最优解。

下面证明命题。

证明：对于任意的节点 s_0 与目标 s ，考虑其基于此处的启发式函数的扩展序列 $s_1, s_2, ..., s_n, s$,与此同时另有一条最优路径的序列 $s'_1, s'_2, ..., s'_m, s$ ，设 $s_i = s'_j, s_{i+1} \neq s'_{j+1}$，且 s_{i+1} 并不在基于启发式函数求出的解的路径上。那么有

$g(s) = f(s) \leq f(s_{i+1}) \leq f(s'_{i+1}) \leq g(s'_{i+1}) + h^*(s_{i+1}) + c = h^*(s_0) + c$

证毕

4.7 证明如果一个启发式是一致的，它肯定是可采纳的。构造一个非一致的可采纳启发式。

证明：首先，如果启发式 $h(n)$ 是一致的，即对于任何状态 i, j 以及目标状态 s ，设 j 为 i 的后继，则 $h(i) + c(i, j) \geq h(j)$ 。

那么对于任一节点 s_0 ，考虑其到目标状态 s 最短路径上的一系列节点 $s_1, s_2, ..., s_n$ ，那么有

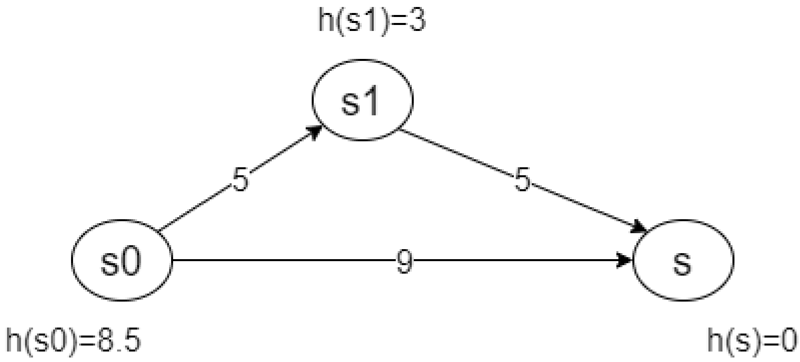
$h^*(s_0) = c(s_0, s_1) + c(s_1 + s_2) + \cdots + c(s_n, s) \geq (h(s_n) - h(s)) + \cdots + (h(s_1) - h(s_2)) + (h(s_0) - h(s_1)) = h(s_0) - h(s) = h(s_0)$

故得到结论

$$h(s_0) \leq h^*(s_0)$$

由于节点 s_0 的选取是任意的，得证其满足可采纳性

构造：如图



首先易知 $h(s0)=8.5 \le h^*(s0)=9, h(s1)=3 \le h^*(s1)=5, h(s)=0$ ，满足一致性要求，但是 $h(s0)=8.5 > c(s0,s1)+h(s1)=5+3=8$ 。并不具备一致性。