

人工智能第五次作业

7.13 :This exercise looks into the relationship between clauses and implication sentences.

Show that the clause $(\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m \vee Q)$ is logically equivalent to the implication sentence.

$$(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow Q$$

解：采用等价替换原则推理如下

$$\begin{aligned}(\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m \vee Q) &\Leftrightarrow (\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m) \vee Q \\&\Leftrightarrow \neg(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \vee Q \\&\Leftrightarrow (P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow Q\end{aligned}$$

Show that every clause (regardless of the number of positive literals) can be written in the form

$(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_q \vee \dots \vee Q_n)$, where the P_s and Q_s are proposition symbols. A knowledge base consisting of such sentences is in implicative normal form or Kowalski from (Kowalski, 1979).

解：采用等价替换原则，可按如下方式对任意给定的子句 $(\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m \vee Q_q \vee \dots \vee Q_n)$ 进行转化

$$\begin{aligned}(\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m \vee Q_q \vee \dots \vee Q_n) &\Leftrightarrow (\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_m) \vee (Q_q \vee \dots \vee Q_n) \\&\Leftrightarrow \neg(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \vee (Q_q \vee \dots \vee Q_n) \\&\Leftrightarrow (P_1 \wedge \dots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_q \vee \dots \vee Q_n)\end{aligned}$$

Write down the full resolution rule for sentences in implicative normal form.

每一个蕴含范式可看作一个析取式，那么，用于析取式的完整归结原则转换到蕴含范式中则如下：

如果 $P_i = S_j$

$$\begin{aligned}(P_1 \wedge \dots \wedge P_m) &\Rightarrow (Q_q \vee \dots \vee Q_n) \\(R_q \wedge \dots \wedge R_k) &\Rightarrow (S_s \vee \dots \vee S_t)\end{aligned}$$

$$(P_1 \wedge \dots \wedge P_{i-1} \wedge P_{i+1} \wedge \dots \wedge P_m \wedge R_q \wedge \dots \wedge R_k) \Rightarrow (Q_q \vee \dots \vee Q_n \vee S_s \vee \dots \vee S_{j-1} \vee S_{j+1} \vee \dots \vee S_t)$$

Proof : Prove the completeness of the forward chaining algorithm.

证明：易证前向链接算法中，新加入的结论总是可靠的，而且由于子句和符号是有限的，那么前向链接算法必然在有限步内终结。下证明任何一个可靠的符合KB的单个命题词 q 总能被算法找到。

因为KB中的知识并不矛盾，所以假如 q 能由KB推出，那么 q 这个符号必然在KB的知识中出现过。同时，KB能推出 q ，等价于KB和 $\neg q$ 不可满足。

假设 q 仅仅出现在子句的前提部分，将KB看作一系列析取式的集合，那么 q 将仅仅出现在包含 $\neg q$ 的析取式里，显然 $\neg q$ 是可满足的，矛盾。

所以 q 也会出现在子句的结论部分。考虑所有这样的子句，必然存在至少一条子句，其所有的前提都是可以被KB推出的，不然 $\neg q$ 就可满足了。考虑这些子句的所有前提，要么是事实，要么出现在其它至少一条子句的结论部分，以此类推追溯，如果 q 确实能够被KB推出，那么可以排除在几条子句间反复循环追溯的情况，于是必然存在一棵以 q 为根的树，其每个非叶子结点都和其所有子节点一同表示一条子句的结论和前提，并且其叶子结点都是事实。

那么容易论证，按照前向链接算法，总会沿着这棵树反向推出其根结点 q 。

如果 q 不是KB能推出来的，那么由于算法的可靠性，它并不能被加入，而由于算法必然有限步内终结，所以总能输出 q 不符合。

综上，算法是完备的。