泊松分布与二项分布的关系。

$X \sim B(n,p)$，$Y \sim P(np)$　$\lambda = np$

p很小，n很大。

$$\frac{B_k(n,p)}{B_{k-1}(n,p)} = \frac{C_n^k p^k (1-p)^{n-k}}{C_n^{k-1} p^{k-1} (1-p)^{n-k+1}} = \frac{\frac{n!}{(n-k)!k!} p^k (1-p)^{n-k}}{\frac{n!}{(n-k+1)!(k-1)!} p^{k-1} (1-p)^{n-k+1}}$$

$$= \frac{(n-k+1)p}{k(1-p)}$$

$$= \frac{np - kp + p}{k(1-p)} = \frac{\lambda - (k-1)p}{k(1-p)} \approx \frac{\lambda}{k}$$

$$B_0(n,p) = (1-p)^n$$

$$= \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n$$

$$= \left(1+\left(-\frac{\lambda}{n}\right)\right)^{\left(-\frac{n}{\lambda}\right)\cdot(-\lambda)}$$（泰勒展开式）

$$\approx e^{-\lambda}$$

几何分布：（无记忆离散）

独立重复 参数为p的伯努利分布，X为首次成功。

$$P(X=k) = (1-p)^{k-1} p \qquad 0<p<1$$

$X \sim Ge(p)$

指数分布：（无记忆连续）。

$X \sim Exp(\lambda)$，$\lambda > 0$　$F(x) = P(X \le x)$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \end{cases} \qquad = \int_{-\infty}^{x} \lambda e^{-\lambda x}\,dx$$

正态分布：$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma}} \quad (\text{pdf})$$

$\mu = 0$，$\sigma^2 = 1$，$X \sim N(0,1)$ 标准正态分布。

若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$\frac{X-\mu}{\sigma^2} \sim N(0,1)$

数据分析时的标准化可能就是转换为标准正态分布。

卡方分布：

$X \sim N(0,1)$，X^2 称为一个自由度的 χ^2 分布。

伯努利

→ 二项分布 $C_n^k p^k q^{n-k}$

→ 负二项分布 $C_{k-1}^{r-1} p^r q^{k-r}$

→ 几何分布 $q^{k-1} p$

二项分布 → 泊松分布 $P(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$