

用一阶泰勒展开式证明梯度

下降.

$$f(\theta) = f(\theta_0) + f'(\theta_0) \cdot (\theta - \theta_0)$$

设 θ_0 是原点, θ 是向下步后所处的点.

$$\min: f(\theta) - f(\theta_0) = (\theta - \theta_0) \cdot f'(\theta_0)$$

用向量 \vec{v} 表示 $\theta - \theta_0$: $\vec{v} = \theta - \theta_0$.

$$f(\theta) - f(\theta_0) = \vec{v} \cdot f'(\theta_0) = \|\vec{v}\| \cdot \|f'(\theta_0)\| \cdot \cos \alpha$$

要使 $f(\theta) - f(\theta_0)$ 最小, $\cos \alpha = -1$, \vec{v} 与 $f'(\theta_0)$ 方向相反.

$$\vec{v}: \vec{v} = -\eta \cdot f'(\theta_0)$$

因为: $\vec{v} = \theta - \theta_0$, $\theta - \theta_0 = -\eta \cdot f'(\theta_0)$

$$\theta = \theta_0 - \eta \cdot f'(\theta_0)$$

因为要满足一阶泰勒展开式, 所以

$\theta \rightarrow \theta_0$, $\eta \cdot f'(\theta_0)$ 要小, η 要小, 学习率要小.