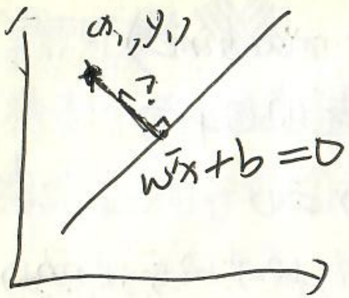


由于 $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

$$d=\frac{|w^Tx+b|}{||w||}=r.$$

$$\begin{cases} w^Tx_i+b \geq +1, & y_i=1 \\ w^Tx_i+b \leq -1, & y_i=-1 \end{cases}$$

两个异类支持向量到超平面的距离之和：

$r=\dfrac{2}{||w||}$，称为间隔.

这里先固定正样本点和负样本点到超平面 $w^Tx+b=0$ 的最小距离，再求最优的 w, b. 这里的问题是我们不一定能得到 1 和 -1 这样的最小距离，那我们可以设置得非常小 eg：10^{-10}，只要大于 0，即可.

要 r 最大，

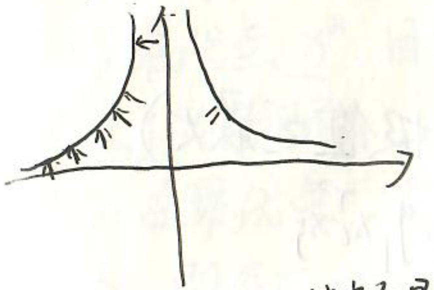
$$\begin{cases} \max\limits_{w,b} \dfrac{2}{||w||} & \text{(距离大)} \\ y_i(w^Tx_i+b) \geq 1 & \text{(分类正确)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{w,b} ||w||^2 \\ y_i(w^Tx_i+b) \geq 1 \end{cases}$$

对于：$\begin{cases} \min\limits_{w,b} ||w||^2 & \text{(凸二次规划问题)} \\ y_i(w^Tx_i+b) \geq 1, & i=1,2,3,\cdots m \end{cases}$

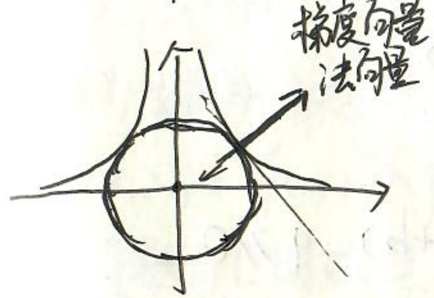
使用拉格朗日乘子法可得到其“对偶问题”

什么是拉格朗日乘子法？

$g(x,y)=x^2y$，其梯度向量 $\nabla g=\begin{pmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial g}{\partial y} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2xy \\ x^2 \end{pmatrix}$



梯度向量是等高线的法向量，梯度向量与等高线的切线垂直.



$$\begin{cases} \nabla f=\lambda \nabla g & \text{(确定梯度向量平行)} \\ x^2y=3 & \text{(等高线，确定位置)} \end{cases}$$

$g(x,y)=x^2y$ （到原点最小距离）

$f(x,y)=x^2+y^2$.

定义：函数 f 在 g 约束下的极值，这种问题可以表示为：

$\min\max f$

s.t. $g=0$

$\min f(x,y)=x^2+y^2$

subject to: $g(x,y)=x^2y-3=0$