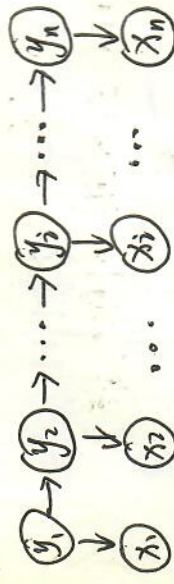


2019.10.07

概率图模型

隐马尔可夫模型的图结构



所有变量的联合概率分布为:

$$P(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) = P(y_1) P(x_1 | y_1) \prod_{i=2}^n P(y_i | y_{i-1}) P(x_i | y_i)$$

确定一个隐马尔可夫模型还需:

① 状态转移概率: $A = [a_{ij}]_{N \times N}$

$$a_{ij} = P(y_{t+1} = s_j | y_t = s_i), 1 \leq i, j \leq N$$

② 输出观测概率: $B = [b_{ij}]_{N \times M}$

$$b_{ij} = P(x_t = o_j | y_t = s_i), 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M$$

$M \leq N$, 因为有些状态并不能转换为任意其他状态.

③ 初始状态概率: $\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_N)$

$$\pi_i = P(y_1 = s_i), 1 \leq i \leq N$$

HMM的问题

① 给定模型 $\lambda = [A, B, \pi]$, 如果

计算 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 的概率 $P(x | \lambda)$

② 给定模型 $\lambda = [A, B, \pi]$ 和观测序列

$x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 找出与观测序列最匹

配的状态序列 $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$

③ 给定观测序列 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 调整模型

参数 $\lambda = [A, B, \pi]$ 使 $P(x | \lambda)$ 最大.

马尔可夫随机场

N 个变量 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

所有团构成的集合为 C

与团 $Q \in C$ 对应的变量集记为 X_Q

联合概率 $P(X)$:

$$P(X) = \frac{1}{Z} \prod_{Q \in C} \psi_Q(X_Q)$$

ψ_Q 为团 Q 对应的势函数.

$$Z = \sum_X \prod_{Q \in C} \psi_Q(X_Q)$$

若团 Q 等于 Q^* 极大团.