生信中的多元统计

矩阵 $\cdot \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$：对 $\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$ 的线性变换.

$\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = m\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + n\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

矩阵·矩阵：对多个变量(样本)同时做相同的线性变换.
(多变量组合)

矩阵的行列式 $\det(A)$ 表示矩阵的面积、体积等.

正交矩阵：方阵 $AA^T = I$

正交向量：$a^T b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_p b_p = 0$

如果某方阵 A 为正交方阵

$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ 向量两两正交，且 $\|X_1\| = \sqrt{a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2}$ 为单位向量

① 相似矩阵：

$A = PBP^{-1}$，A与B互为相似矩阵，有相同特征值.

② 若 $A(n\times n)$ 有 n 个线性无关的特征向量，那么A矩阵可以被对角化 $|A| \neq 0$

$A = P\Lambda P^{-1}$，Λ 为对角矩阵，$\begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \ddots & \lambda_n \end{bmatrix}$ 特征值矩阵

③ 若A为对称矩阵，有n个线性无关特征向量 $|A| \neq 0$

$A = T\Lambda T^{-1} = T\Lambda T^T$ Λ 为特征值矩阵

T 正交矩阵，特征向量矩阵

$= (t_1, t_2, \cdots, t_p)\begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots \lambda_p \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t_1' \\ \vdots \\ t_p' \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i t_i t_i^T$

(特征值分解
也叫谱分解)

概率论与数理统计.

pdf( ) $\quad$ cdf $= F(x)$ $\quad \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = F(x)$
$f(x)$

$F(x) = P(X \le x) \quad X \sim F(x)$

离散型，$F(x) = \sum_{x_i \le x} p_i$

连续型，$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$.

pdf：概率分布函数 $f(x) = F'(x)$

cdf：累积分布函数 $F(x)$

① 均匀分布 $f(x) = C$ $F(x) = Cx$

② 二项分布 $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ $\quad \sum_{k=0}^{k=n} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ $\quad X \sim B(n,p)$

③ 负二项分布，连续不断且独立地重复进行一个参数为p的伯努利试验，记X为第r次"成功"所需试验次数. k次试验中，前k-1次成功r-1次.

$P(X=k) = p \cdot P(B(k-1, p) = r-1)$

$= pC_{k-1}^{r-1} p^{r-1} q^{k-1-(r-1)} = C_{k-1}^{r-1} p^r q^{k-r}$.

$X \sim NB(n, p)$，限制了第k次为成功的r次.

$q = 1-p$，$k = r, r+1, \ldots$

④ 泊松分布，$P_k = P(X=k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$，$k = 0, 1, 2, \ldots$

$0! = 1$ $\quad \sum_{k=0}^{\infty} P_k = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda}e^{\lambda} = 1$