随机变量X函数期望.

$$E(g(X))=\begin{cases}\sum_{k=1}^{\infty} g(x_k)\cdot P(X=x_k) & \text{离散}\\ \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)\,dx & \text{连续}\end{cases}$$

$Var(X)$ 方差：随机变量偏离期望的程度.

$$\begin{aligned}Var(X)&=E((X-E(X))^2)\\&=E(X^2-2XE(X)+E(X)^2)\\&=E(X^2)-2E(X)E(X)+E(X)^2\\&=E(X^2)-E(X)^2\end{aligned}$$

X与Y独立：$Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)$

X与Y不独立：$Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)+Cov(X,Y)$

不相关可以不独立

协方差

$$\begin{aligned}Cov(X,Y)&=E[(X-E(X))(Y-E(Y))]\\&=E[XY-XE(Y)-YE(X)+E(X)E(Y)]\\&=E(XY)-E(X)E(Y)-E(Y)E(X)+E(X)E(Y)\\&=E(XY)-E(X)E(Y)\end{aligned}$$

$$corr(X,Y)=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)}\cdot\sqrt{Var(Y)}}=\frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X\cdot\sigma_Y}=R.$$

$Var\left(\frac{X}{\sigma_X}\right)=1 \quad Var\left(\frac{Y}{\sigma_Y}\right)=1$

$$corr(X,Y)=Cov\left(\frac{X}{\sigma_X},\frac{Y}{\sigma_Y}\right)$$

马尔科夫不等式：