

Introduktion til Sandsynlighedsteori og Statistik Markus Kiderlen October 26, 2023

## UGESEDDEL 10

**Forelæsningerne i Uge 8:** Vi har gennemgået Afsnittene 5.2 og 5.3; dog er Afsnit 5.3.2 ikke pensum og er heller ikke blevet gennemgået. Der mangler gennemgang af Lemma 5.3 (jeg nævnte, at kovariansen er lineært i begge argumenter, som skal bruges fx. i opgave 32, ugeseddel 9) og definitionen og egenskaber af korrelationskoefficienten, som vil blive gjort i uge 9.

## Forelæsningerne i Uge 9:

- 1. **Forelæsning 17 (31. oktober):** Vi afslutter 5.3 og vil derefter kort gennemgå Afsnittene 6.1.1 og 6.1.2 der omhandler generalisationer af de todimensionelle resultater fra Kapitel 5 til flere dimensioner, samt Afsnittene 7.2.3-7.2.5 der omhandler konvergens af stokastiske variable. Derefter starter vi på det næste store emne *Statistisk Inferens* (Kapitel 8) hvor jeg regner med at vi når til og med Afsnit 8.2.1. Afsnittet "Order statistics" er ikke pensum.
- 2. **Forelæsning 18 (2. november):** Jeg regner med at vi når at gennemgå Afsnittene 8.2.2 og 8.2.3.

**Bemærkning.** Som forklaret i forelæsningen, bruger vi *konvergens i sandsynlighed* og *konvergens i fordeling* senere når vi lærer om statistiske metoder. Følgende sætning siger at konvergens i sandsynlighed er stærkere end konvergens i fordeling.

```
Sætning C. X_n \to X i sandsynlighed (n \to \infty) \Rightarrow X_n \to X i fordeling (n \to \infty).
```

**Teoretiske øvelser i Uge 10 (6.-12. november):** Alle opgaver kan regnes efter forelæsningen tirsdag d. 31. oktober pånær opgaverne 3. og 4. i Del 1, samt opgave 2. i Del 2, der alle omhandler maksimum likelihood estimation (Afsnit 8.2.3) hvilket gennemgåes torsdag d. 2. november.

## Del 1:

- 1. Afsnit 8.6: Øvelse 1.
- 2. Eksamen, Sommer 2019 (reeksamen), Opgave 7(1). "Observationsrække" betyder "stikprøve".

- 3. Afsnit 8.6: Øvelse 4. Find også loglikelihoodfunktionen.
- 4. Afsnit 8.6: Øvelserne 7.

## Del 2:

- 1. Eksamen, Vinter 2019/2020, Opgave 6.
- 2. Eksamen, Vinter 2019/2020, Opgave 7.
- 3. Afsnit 8.6: Øvelse 2.
- 4. Afsnit 8.6: Øvelserne 3.

**Afleveringsopgave 10:** Afsnit 8.6: Øvelse 8. Fortolk hvad opgaven siger om MLE for  $\lambda$ .

Bemærk at der er en trykfejl i opgaven:  $P_{X_i}(x_1,...,x_n;\lambda)$  skal rettes til  $P_{X_i}(x_i;\lambda)$ .

**Ugens udfordring:** Lad  $X_1, ..., X_n$  være en stikprøve, hvor  $X_i \sim Exponential(\lambda)$  for en ukendt parameter  $\lambda > 0$  og  $n \geq 2$ . For at estimere  $\lambda$  sæt

$$\hat{\lambda} := \frac{n-1}{n} \frac{1}{\overline{X}}, \text{ hvor } \overline{X} := \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}.$$

Er  $\hat{\lambda}$  et unbiased estimat for  $\lambda$ ? Er  $\hat{\lambda}$  et konsistent estimat for  $\lambda$ ?