# Afleveringsopgave 3

INTRODUKTION TIL STATISTIK OG SANDSYNLIGHEDSTEORI

Kristopher B.E. Märcher, studienummer: 202205825

18.9.2023

Opgave 7
Det oplyses at 10% af befolkningen har influenza i en given periode.
(1) Antag at 20 personer vælges tilfældigt og uafhængigt af hinanden. Find sandsynligheden for at mindst en af de 20 udvalgte personer har influenza.
Vi betegner nu $D_i$ = nummer i er syg. Det vil sige at P(D) er sandsynligheden for at være syg.
I denne opgave ved vi at $P(D_i) = \frac{1}{10}$.
Desuden ved vi at de er uafhængige af hinanden.
Eftersom vi i denne opgave ønsker at mindst en af de 20 skal være syge, vil det sige at vi kan bruge foreningsmængden mellem "syge træk". Vi kan derfor fra side 49 i bogen.

$$P(D_1 \cup D_2 \cup ... \cup D_n) = 1-(1-P(D_1))(1-P(D_2))...(1-P(D_n))$$

Eftersom at $P(D^c) = 1 - P(D)$ kan vi nu beregen dette til:

$$P(D^c) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

Derfor kan vi nu opskrive den tidligere formel som:

$$P(D_1 \cup D_2 \cup ... \cup D_n) = 1 - (\frac{9}{10})^n$$

Eftersom vi her ved at n er 20 får vi:

$$P(D_1 \cup D_2 \cup ... \cup D_20) = 1 - (\frac{9}{10})^{20} = 0.8784$$

Det vil altså sige at hvis man vælger 20 personer tilfældigt h i denne befolkning er sandsynligheden 0.8784 for at man få mindst en syg.

Man kan teste om en given person har influenza ved brug af en test, der dog ikke altid
giver det rigtig svar. Testen giver et positivt svar for influenza 85% af gangene for personer der har influenza, og et negativt svar for influenza 95% af gangene for personer der ikke har influenza.
(2) Find sandsynligheden for at have influenza givet at man er blevet testet positiv for influenza.
Først vil jeg lige opsummere de vi ved fra denne opgave:

$$P(D) = 0.1$$

$$P(D^c) = 0.9$$

ovenstående er fra sidste opgave

$$P(T|D) = 0.85$$
$$P(T^c|D^c) = 0.95$$

Desuden kan vi udfra dette regne os frem til:

$$P(T^c|D) = 0.15$$
$$P(T|D^c) = 0.05$$

Jeg vil nu bruge bayes rule til at finde D givet T, matematisk skrevet $P(D|T)$

$$P(D|T) = \frac{P(T|D) \cdot P(D)}{P(T)}$$

Vi kender her $P(T|D)$ og $P(D)$. Vi vil nu indsætte disse:

$$P(D|T) = \frac{0.85 \cdot 0.1}{P(T)}$$

Vi kender ikke P(T), men vi kan benytte os af law of total probability, som siger:

$$P(T) = \Sigma_i P(T \cap D_i)$$

Eftersom vi her kun har D og $D^c$ vil dette give os:

$$P(T) = P(T \cap D) + P(T \cap D^c)$$

Vi kan nu beregne dette ved hjælp af kædereglenen:

$$P(T) = P(T|D)P(D) + P(T|D^c)P(D^c)$$

Vi kan nu indsætte vores værdier:

$$P(T) = 0.85 \cdot 0.1 + 0.05 \cdot 0.9 = 0.13$$

Derved kan vi nu sætte denne værdi ind i bayes rule vi brugte tidligere:

$$P(D|T) = \frac{0.85 \cdot 0.1}{0.13} = \frac{17}{26} \approx 0.65$$

Derved har vi at sandsynligheden for at man er syg hvis man har fået en positiv test 0.65.