

ساختمان داده ها

مثالی از مرتب سازی هرمی (Heap Sort)

مدرس: غیاثی شیرازی

دانشگاه فردوسی مشهد

با تشکر از آقای امیر یگانه خاکسار برای تهیه این اسلاید

یادآوری:

Max Heap

Complete Binary Tree + Max Tree

Min Heap

Complete Binary Tree + Min Tree

مثال:

الگوریتم مرتب‌سازی هرمی را در نظر بگیرید.

فرض کنید آرایه ورودی به شکل زیر باشد.

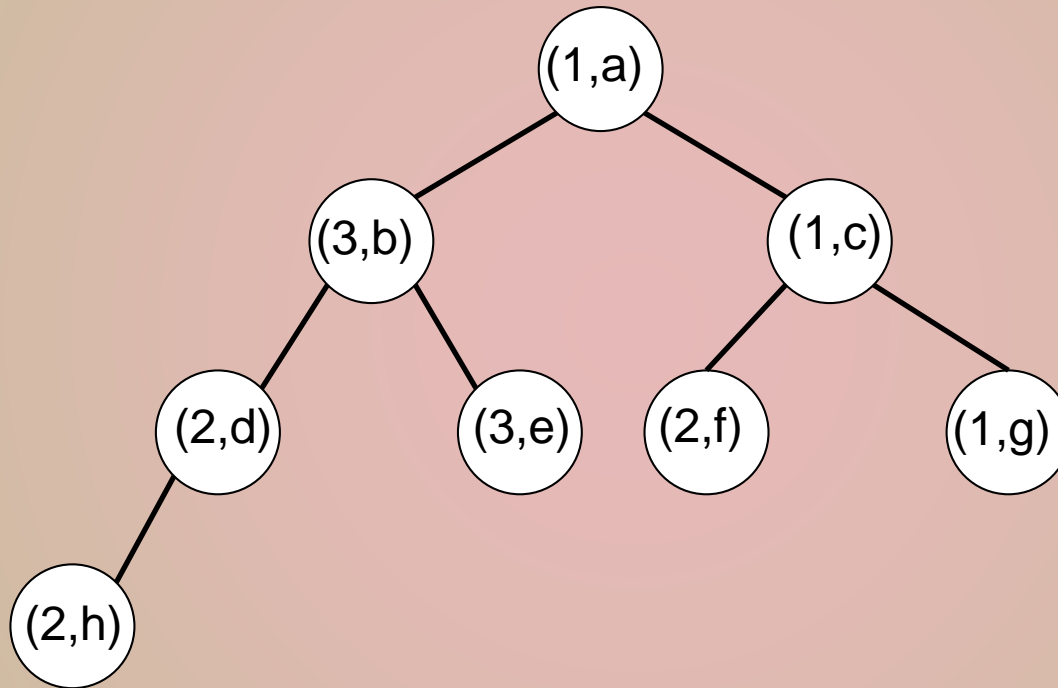
الف – در گام اول هرم را به صورت Max Heap مقداردهی اولیه کنید.

ب – عمل حذف عنصر بیشینه را تکرار کنید [تا هنگامی که آرایه با عناصر مرتب شده پر شود]. و در هر مرحله عنصر را در محلی از آرایه که از ساختار هرم حذف شده است (آخرین عنصر آرایه هرم کنونی) درج کنید و در هر مرحله نیز نتیجه را به صورت آرایه و درخت بیان کنید.

	(1,a)	(3,b)	(1,c)	(2,d)	(3,e)	(2,f)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حل:

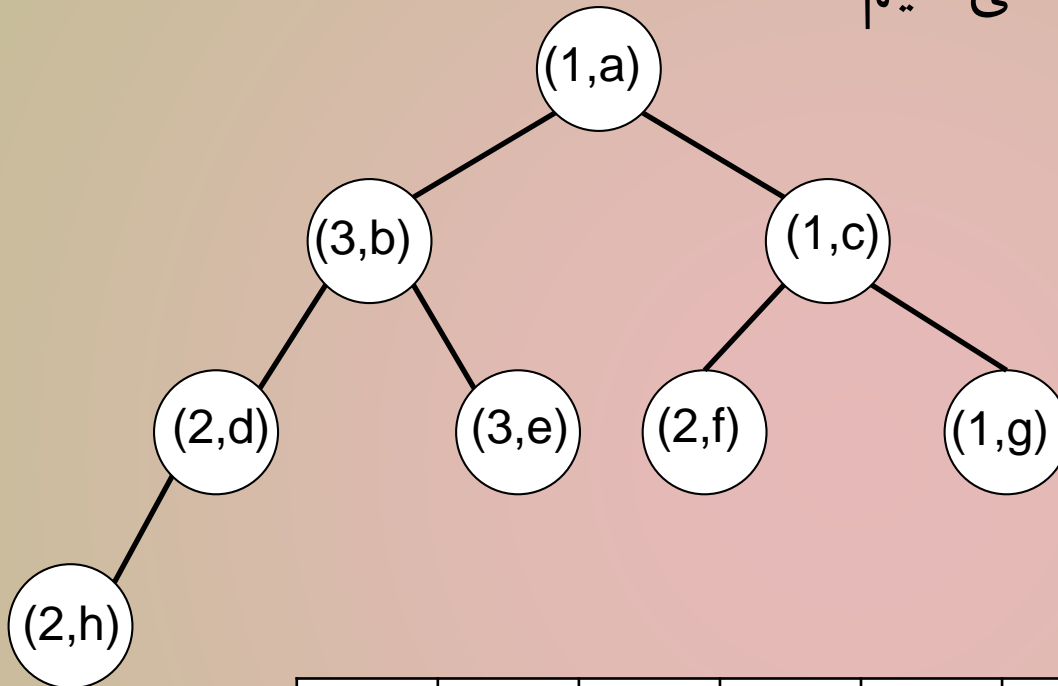
ابتدا هرم متناظر با وضعیت اولیه آرایه را در نظر می گیریم.



	(1,a)	(3,b)	(1,c)	(2,d)	(3,e)	(2,f)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حل:

حال درخت را Max Tree می‌کنیم.



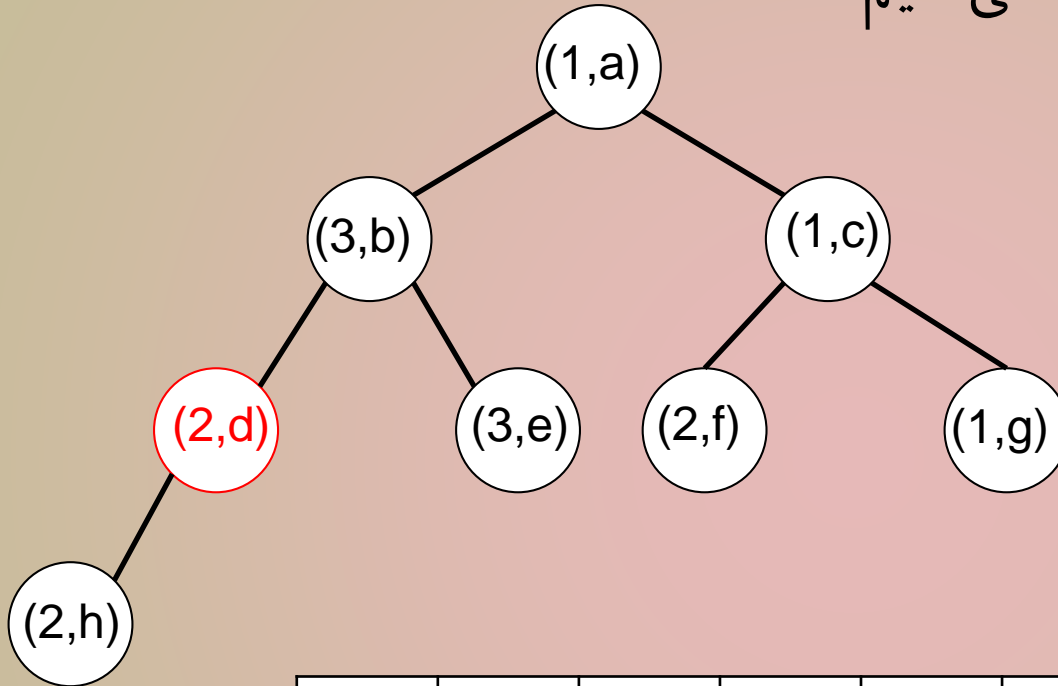
	(1,a)	(3,b)	(1,c)	(2,d)	(3,e)	(2,f)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

گره‌ها را با زیر درخت چپ و راست آن‌ها مقایسه می‌کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره‌های موجود در زیردرخت‌های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می‌کنیم.



	(1,a)	(3,b)	(1,c)	(2,d)	(3,e)	(2,f)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

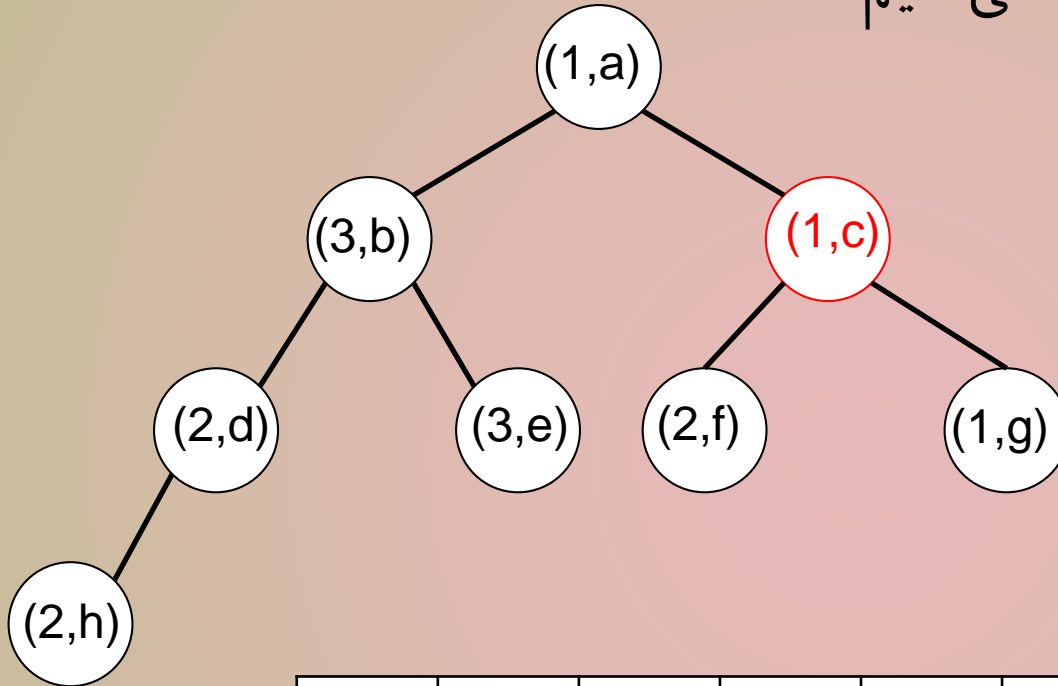
گره (2,d) را با فرزند چپ آن مقایسه می‌کنیم. چون بزرگتر مساوی فرزند چپ است پس تغییر نمی‌کند.

گره‌ها را با زیر درخت چپ و راست آن‌ها مقایسه می‌کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره‌های موجود در زیردرخت‌های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می کنیم.



	(1,a)	(3,b)	(1,c)	(2,d)	(3,e)	(2,f)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

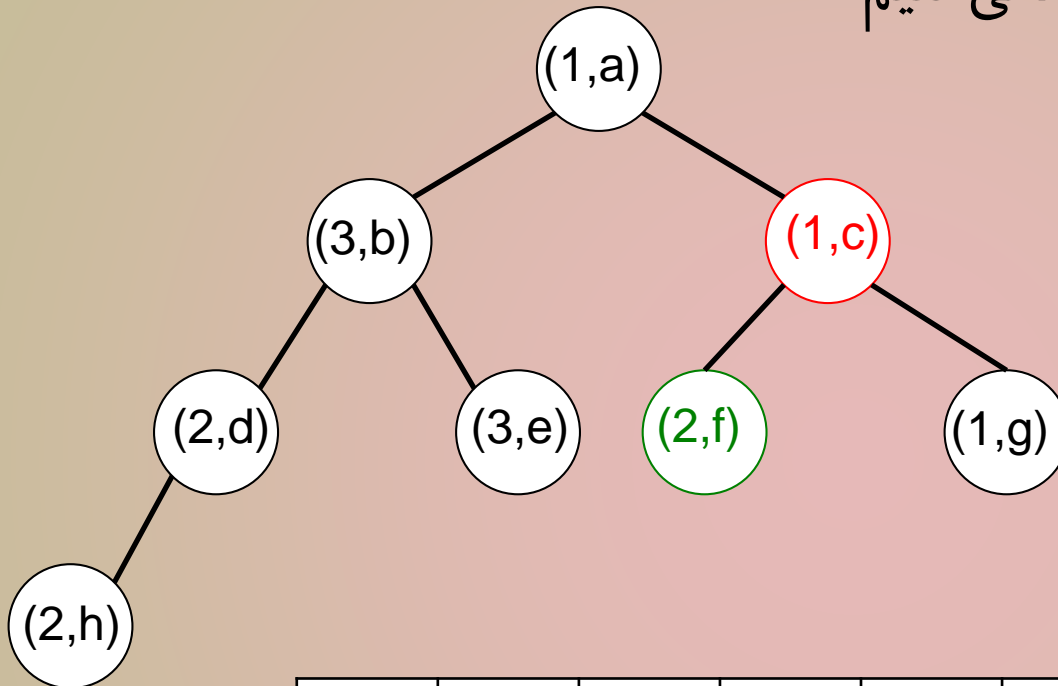
گره (1,c) را با فرزندانش مقایسه می کنیم.

گره ها را با زیر درخت چپ و راست آنها مقایسه می کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره های موجود در زیردرخت های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می کنیم.



	(1,a)	(3,b)	(1,c)	(2,d)	(3,e)	(2,f)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

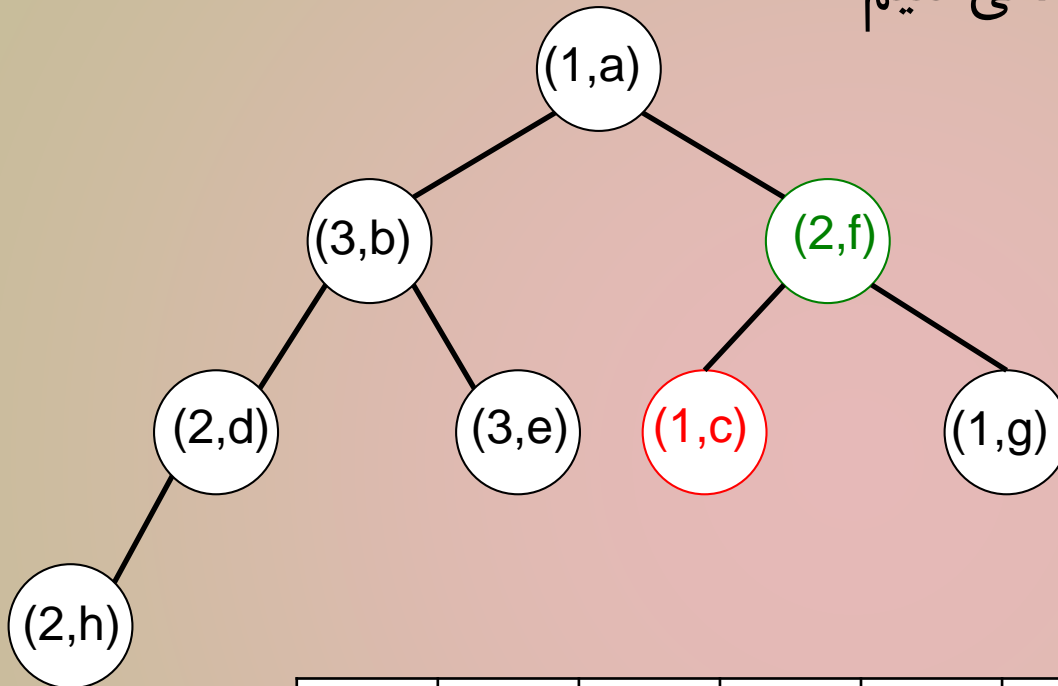
گره (1,c) را با فرزندانش مقایسه می کنیم. (2,f) از آن بزرگتر است.

گره ها را با زیر درخت چپ و راست آن ها مقایسه می کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره های موجود در زیردرخت های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می کنیم.



	(1,a)	(3,b)	(2,f)	(2,d)	(3,e)	(1,c)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

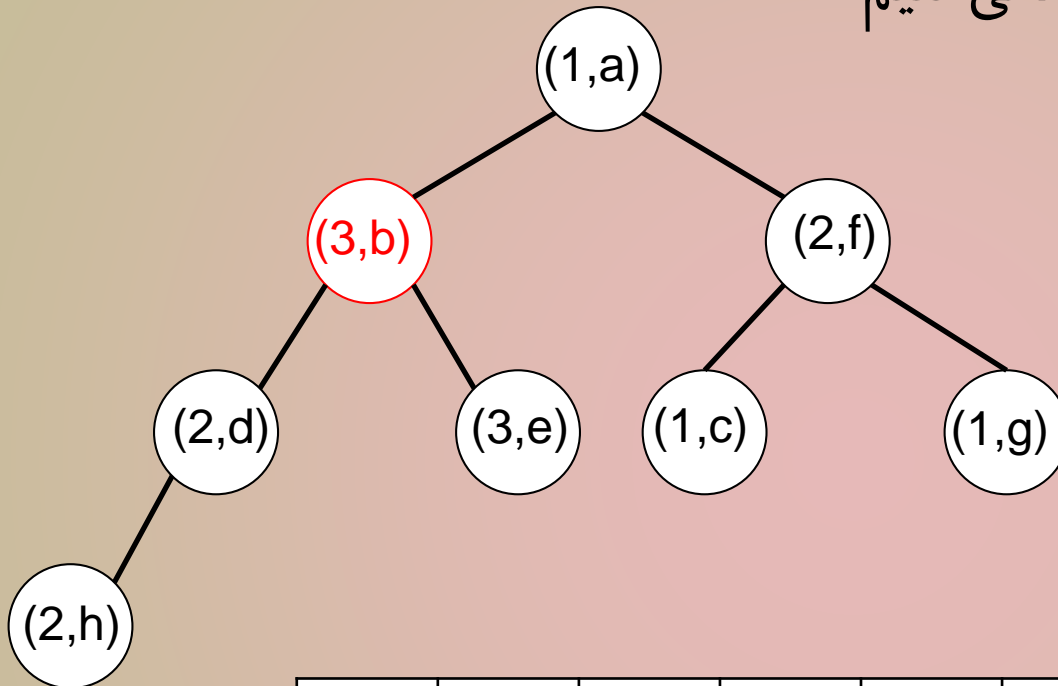
گره (1,c) را با فرزندانش مقایسه می کنیم. (2,f) از آن بزرگتر است. پس جای آن ها را عوض می کنیم.

گره ها را با زیر درخت چپ و راست آن ها مقایسه می کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره های موجود در زیردرخت های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می‌کنیم.



	(1,a)	(3,b)	(2,f)	(2,d)	(3,e)	(1,c)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

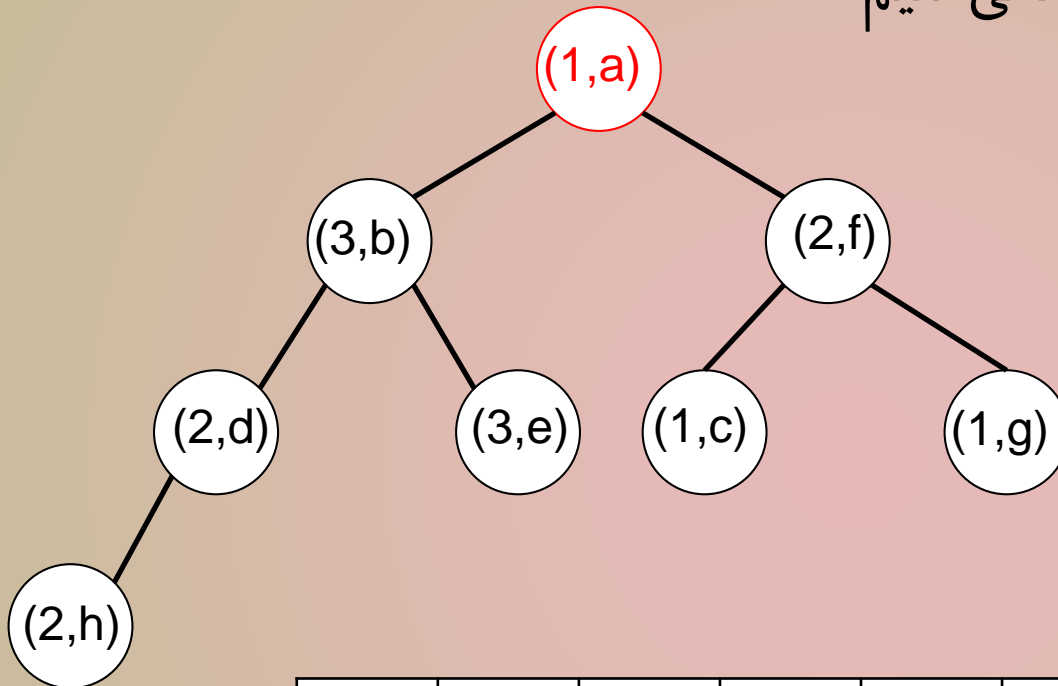
گره (3,b) را با فرزندان آن مقایسه می‌کنیم. چون بزرگتر مساوی فرزندان است پس تغییر نمی‌کند.

گره‌ها را با زیر درخت چپ و راست آن‌ها مقایسه می‌کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره‌های موجود در زیردرخت‌های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می کنیم.



	(1,a)	(3,b)	(2,f)	(2,d)	(3,e)	(1,c)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

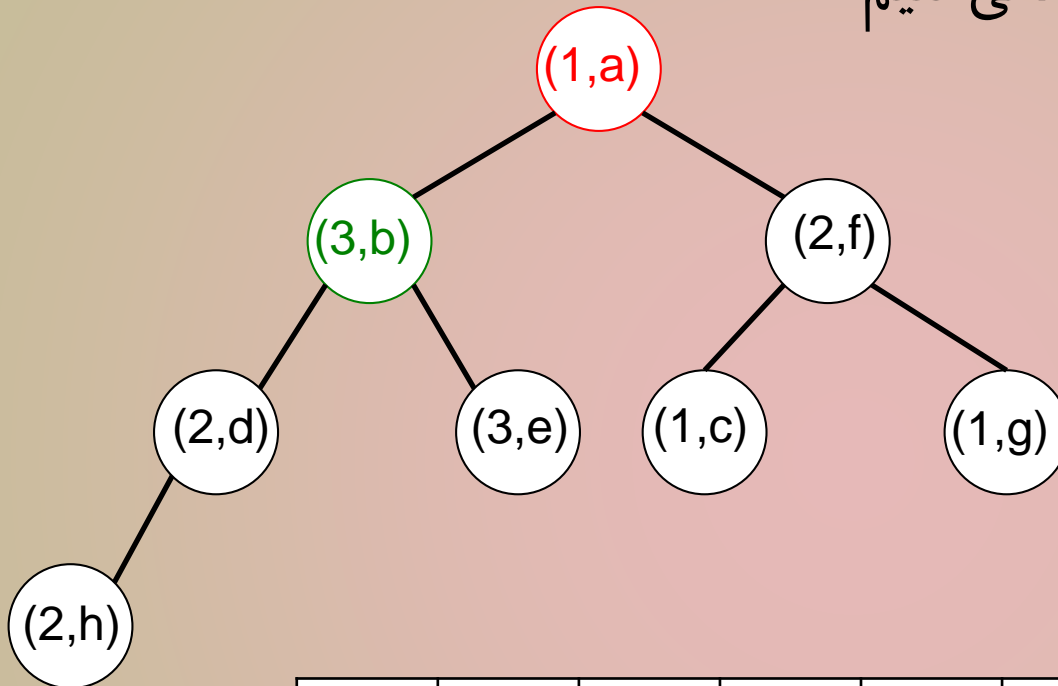
گره (1,a) را با فرزندانش مقایسه می کنیم.

گره ها را با زیر درخت چپ و راست آنها مقایسه می کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره های موجود در زیردرخت های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می کنیم.



	(1,a)	(3,b)	(2,f)	(2,d)	(3,e)	(1,c)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

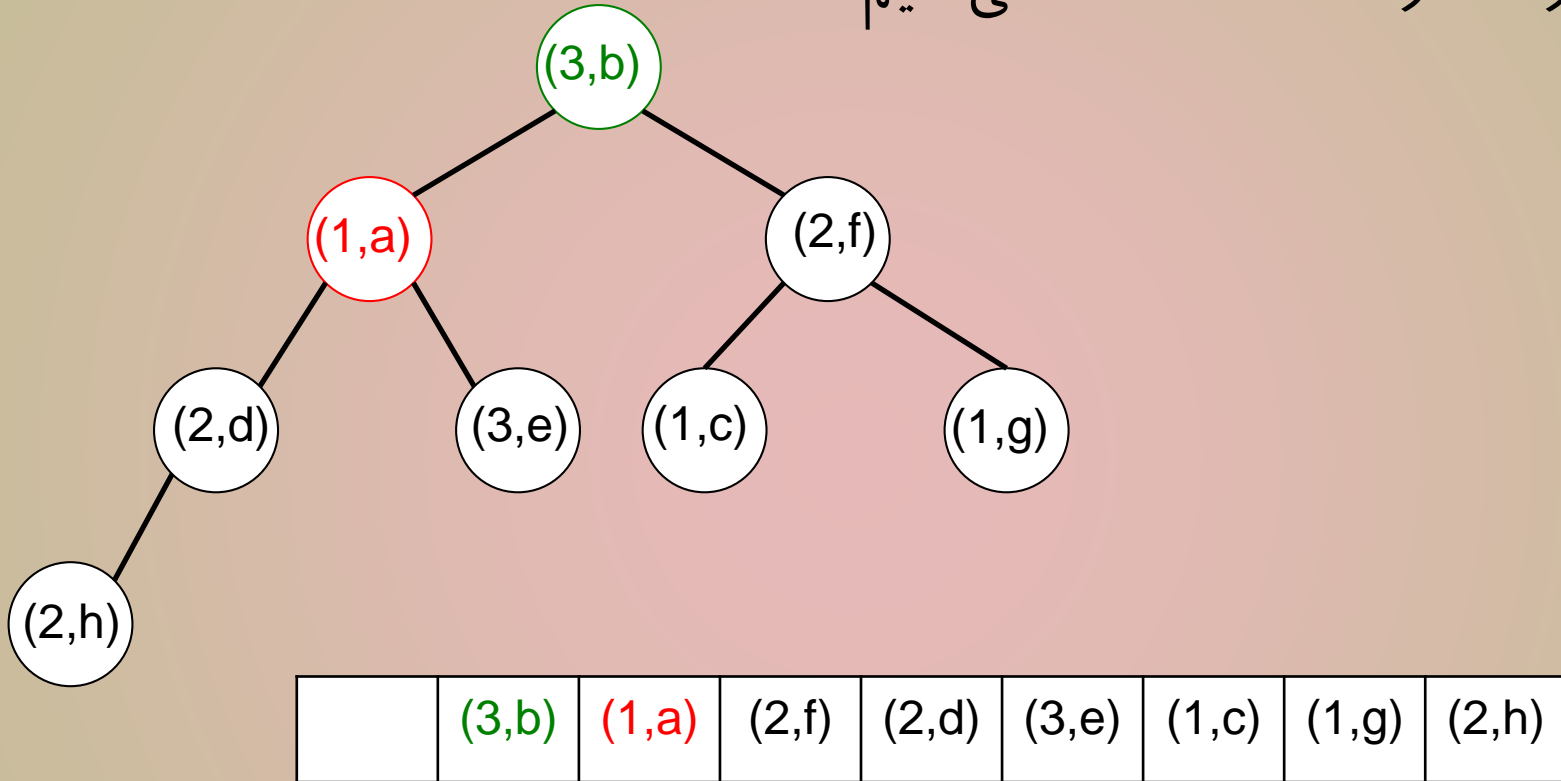
گره (1,a) را با فرزندانش مقایسه می کنیم. (3,b) از آن بزرگتر است.

گره ها را با زیر درخت چپ و راست آنها مقایسه می کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره های موجود در زیردرخت های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می کنیم.



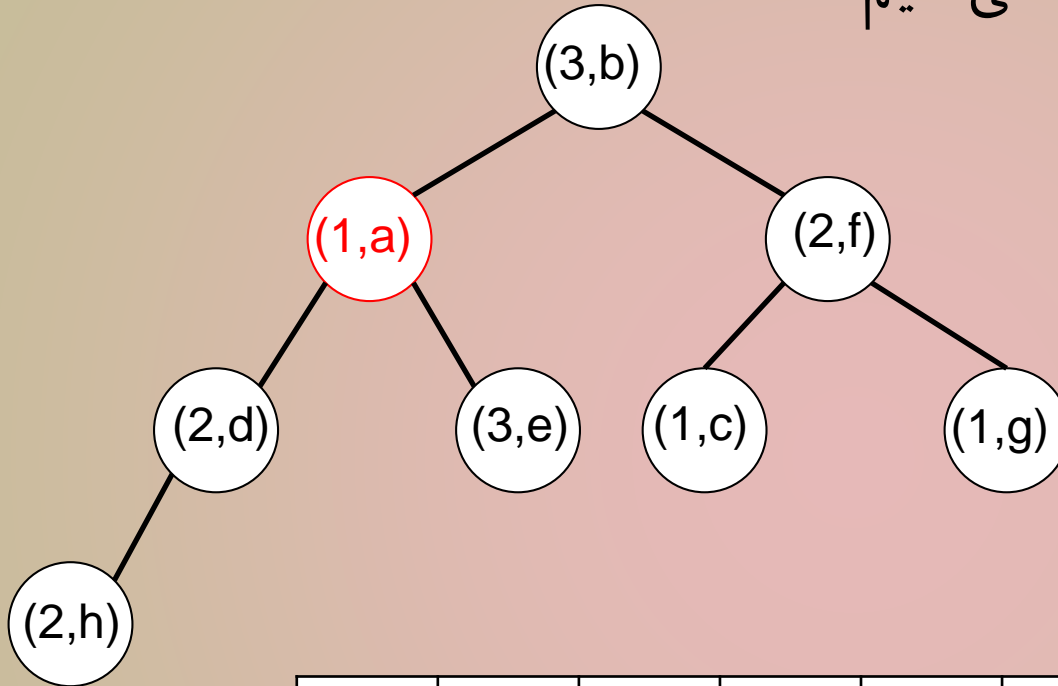
گره (1,a) را با فرزندانش مقایسه می کنیم. (3,b) از آن بزرگتر است. پس جای آن ها را عوض می کنیم.

گره ها را با زیر درخت چپ و راست آن ها مقایسه می کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره های موجود در زیردرخت های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می کنیم.



	(3,b)	(1,a)	(2,f)	(2,d)	(3,e)	(1,c)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

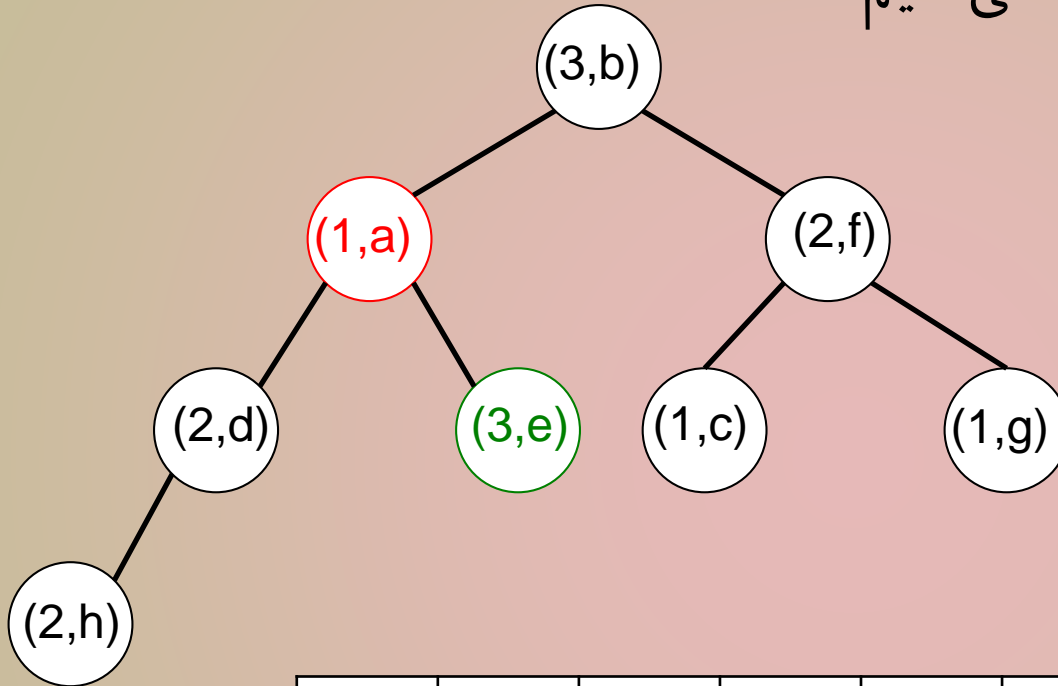
گره (1,a) را با فرزندانش مقایسه می کنیم.

گره ها را با زیر درخت چپ و راست آنها مقایسه می کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره های موجود در زیردرخت های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می کنیم.



	(3,b)	(1,a)	(2,f)	(2,d)	(3,e)	(1,c)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

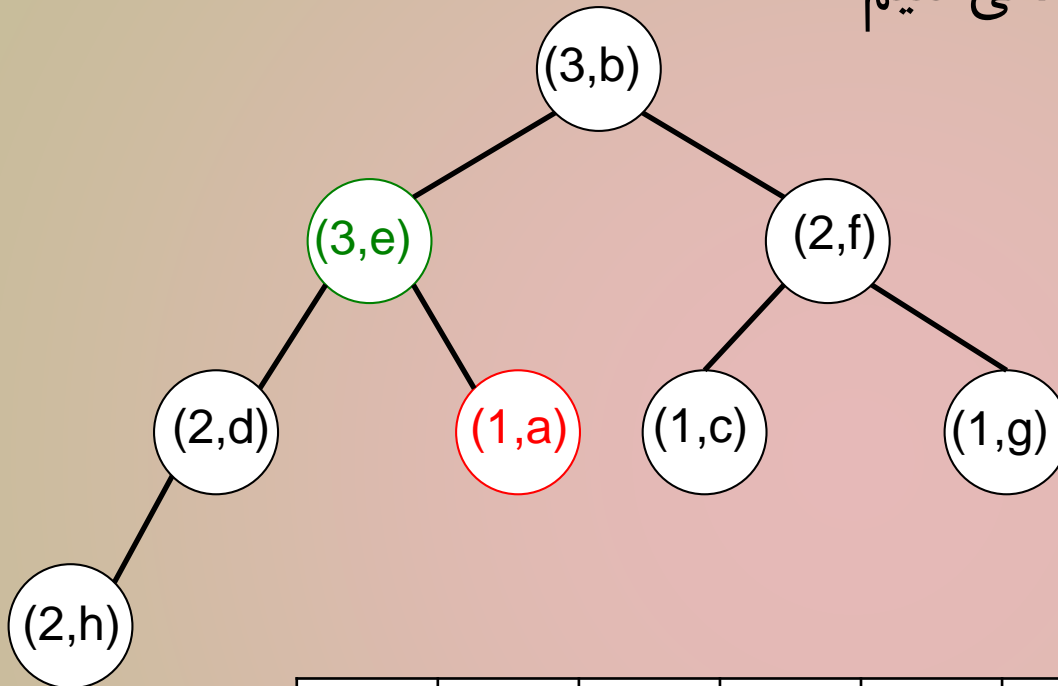
گره (1,a) را با فرزندانش مقایسه می کنیم. (3,e) از آن بزرگتر است.

گره ها را با زیر درخت چپ و راست آن ها مقایسه می کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره های موجود در زیردرخت های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال درخت را Max Tree می کنیم.



	(3,b)	(3,e)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

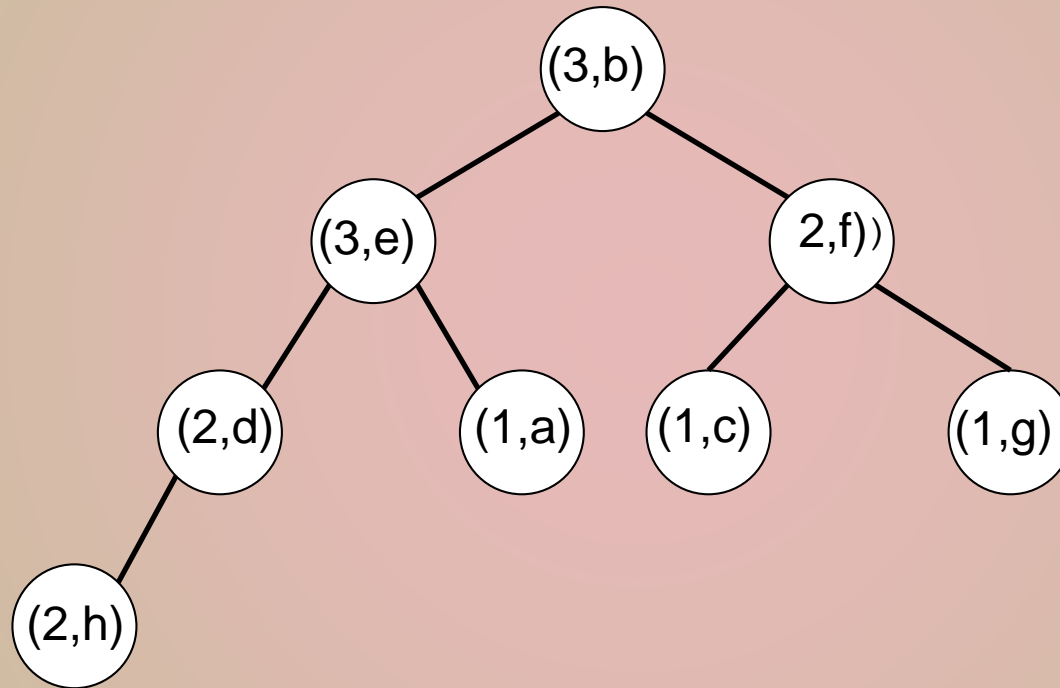
گره (1,a) را با فرزندانش مقایسه می کنیم. (3,e) از آن بزرگتر است. پس جای آن ها را عوض می کنیم.

گره ها را با زیر درخت چپ و راست آن ها مقایسه می کنیم.

در Max Tree باید هر گره بزرگتر مساوی گره های موجود در زیردرخت های چپ و راست خود باشد.

حل:

حال Max Heap داریم.



	(3,b)	(3,e)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حل:

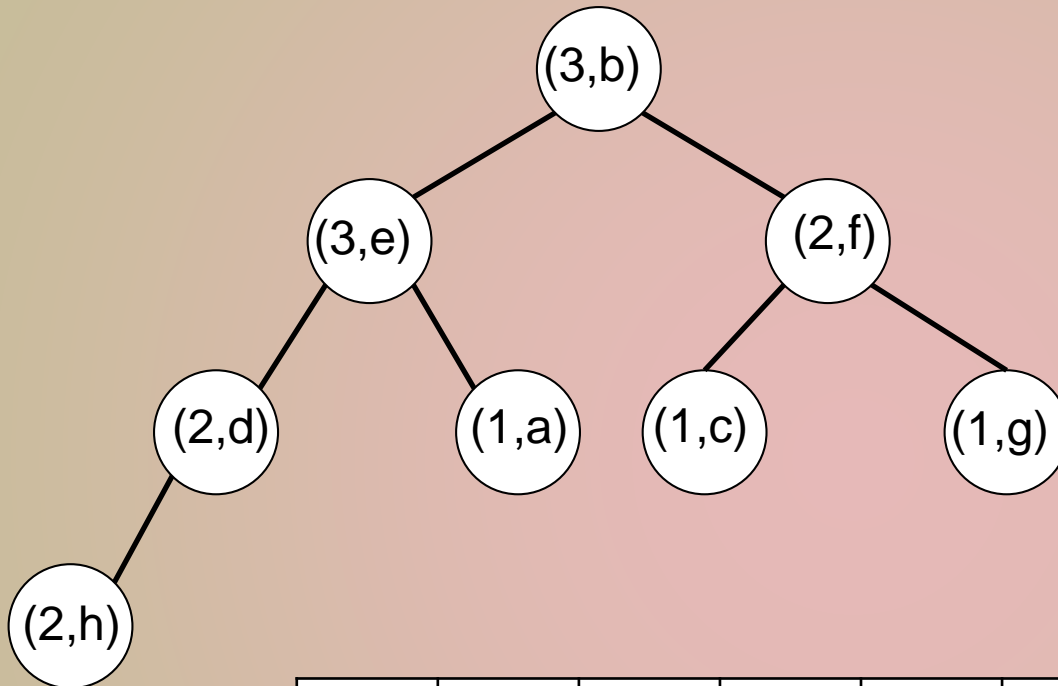
توجه

در مرتب سازی هرمی در هر مرحله بزرگترین عنصر (ریشه) از هرم خارج شده و آن عنصر در انتهای آرایه قرار می گیرد و این روند ادامه پیدا می کند تا تمام عناصر آرایه مرتب گردند. (در صورتی که Max Heap باشد).

پس از خارج شدن ریشه، هرم تغییر می کند و از عناصر آن کم خواهد شد و باید توجه گردد که با کاهش عناصر هرم همواره خاصیت Max Heap بودن آن حفظ شود.

در تعداد عناصر آرایه نیز تغییری حاصل نمی گردد.

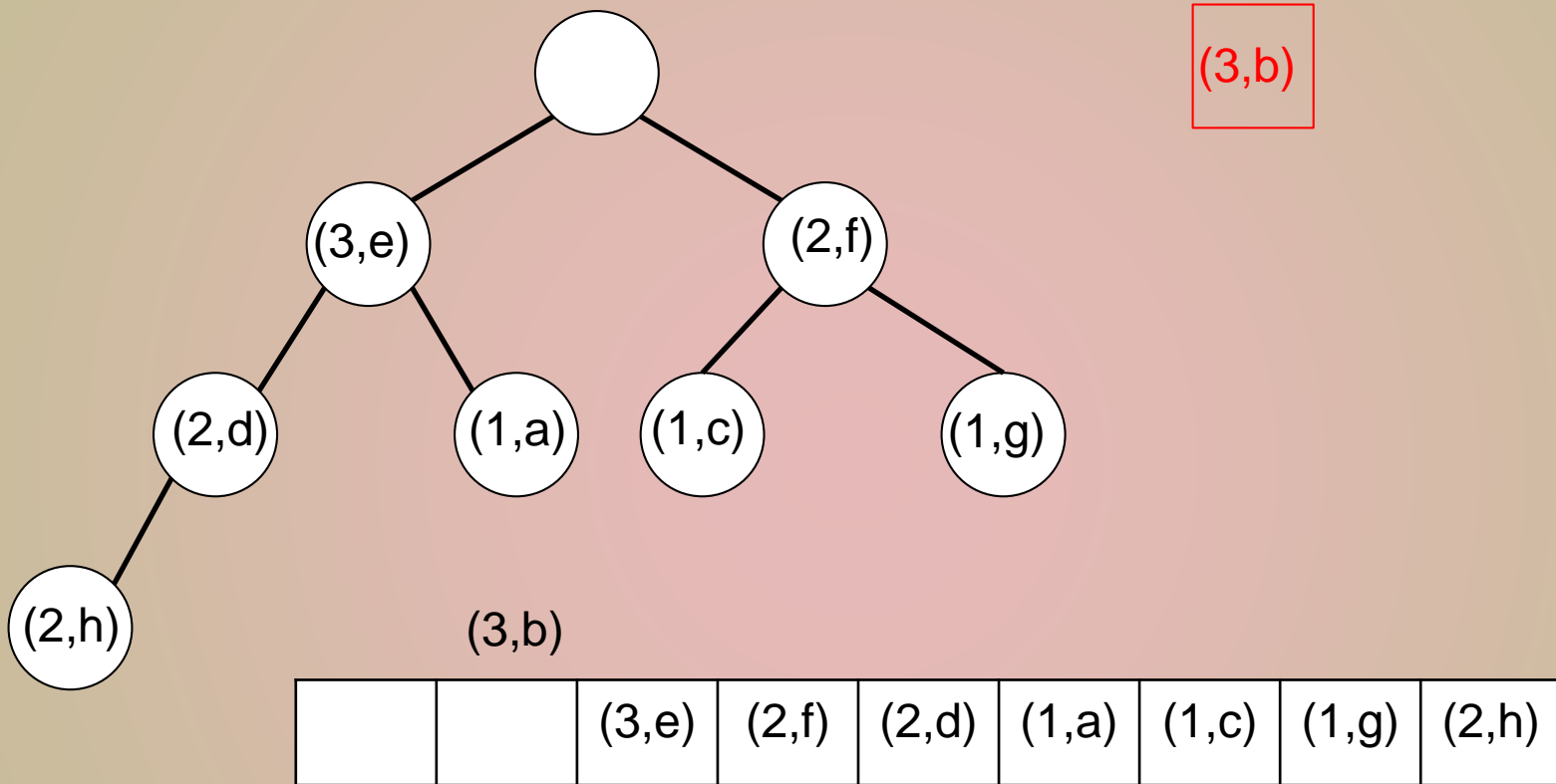
حل:



	(3,b)	(3,e)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	(2,h)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

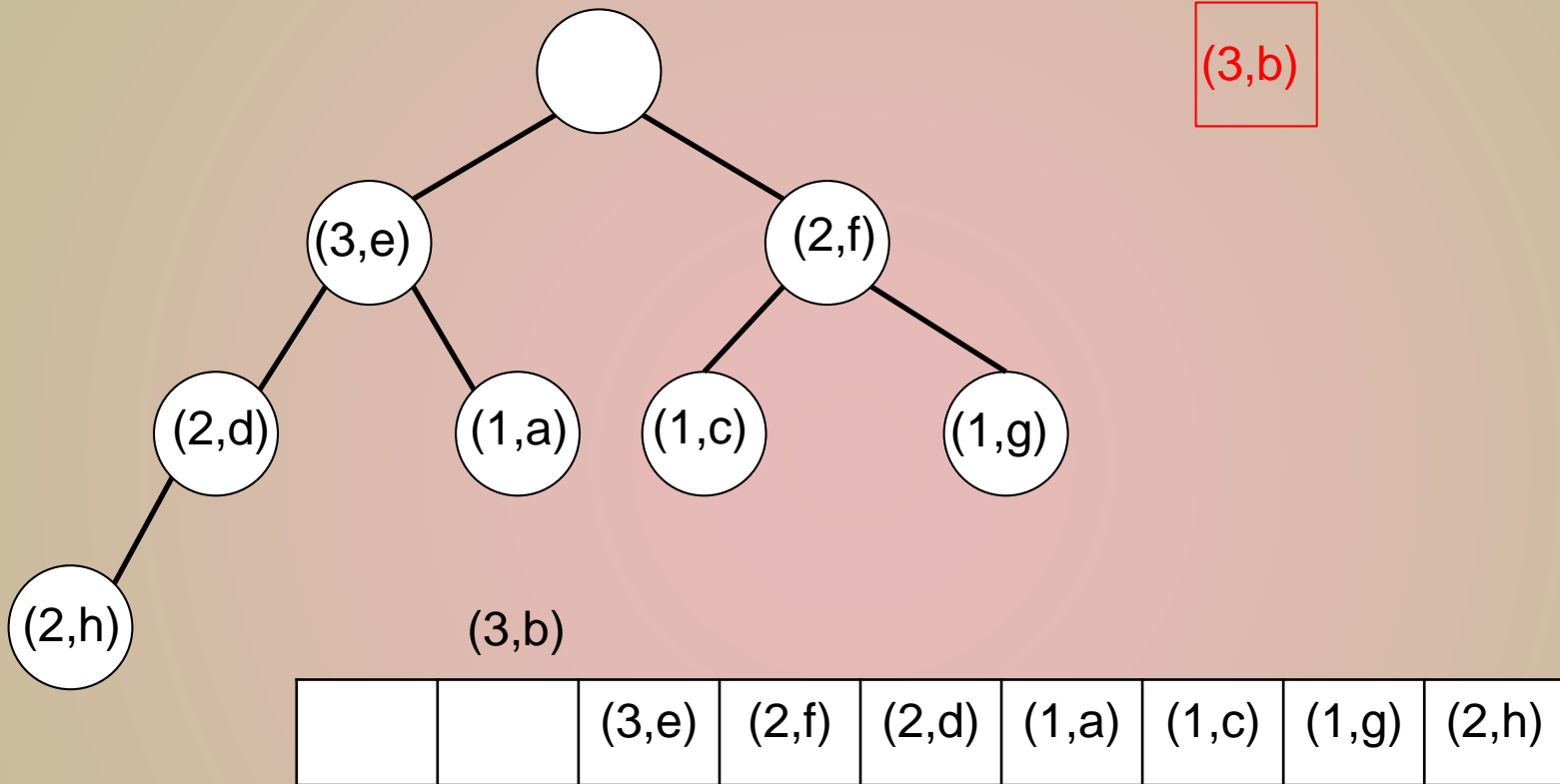
گره (3,b) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



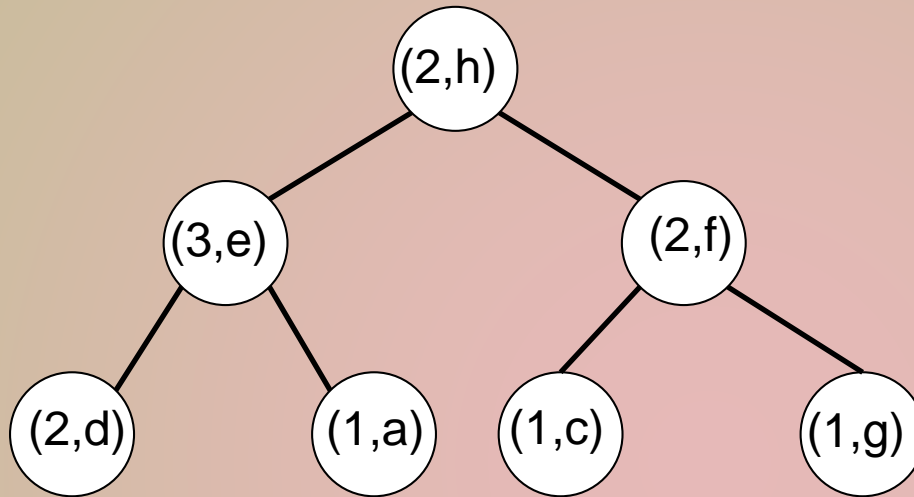
گره (3,b) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (2,h) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:



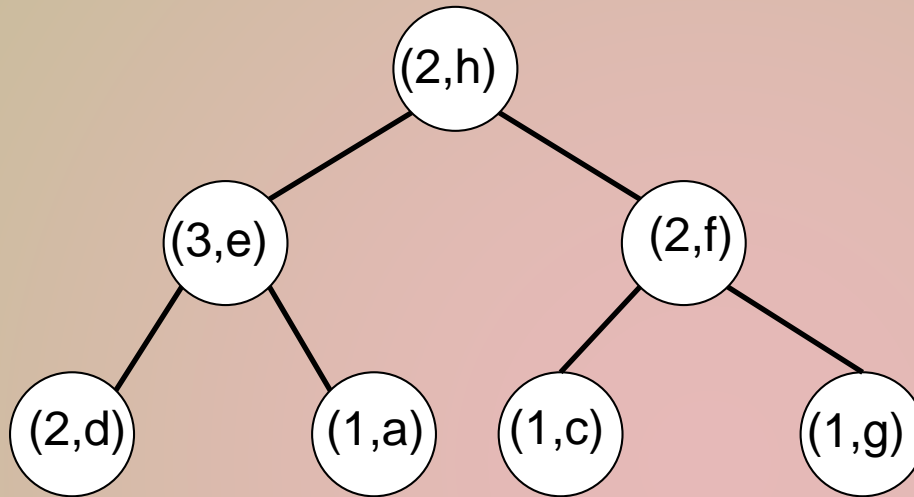
(3,b)

(3,b)

	(2,h)	(3,e)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--

حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (2,h) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:



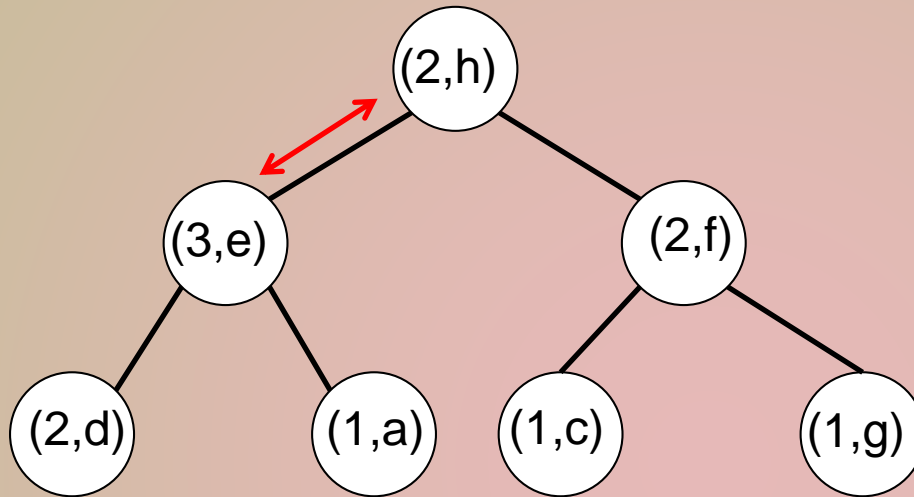
(3,b)

(3,b)

	(2,h)	(3,e)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--

حال [با توجه به Max Heap بودن هر م] باید جای (3,e) و (2,h) را عوض کنیم.

حل:



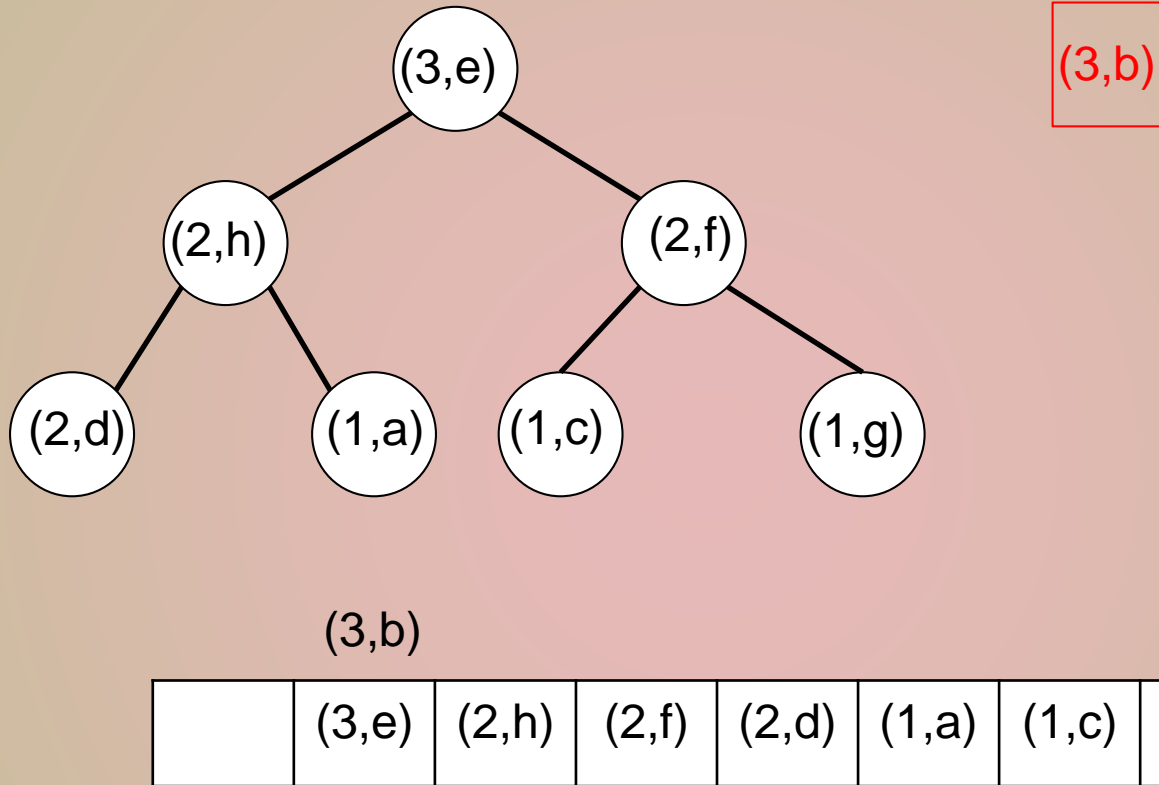
(3,b)

(3,b)

	(2,h)	(3,e)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--

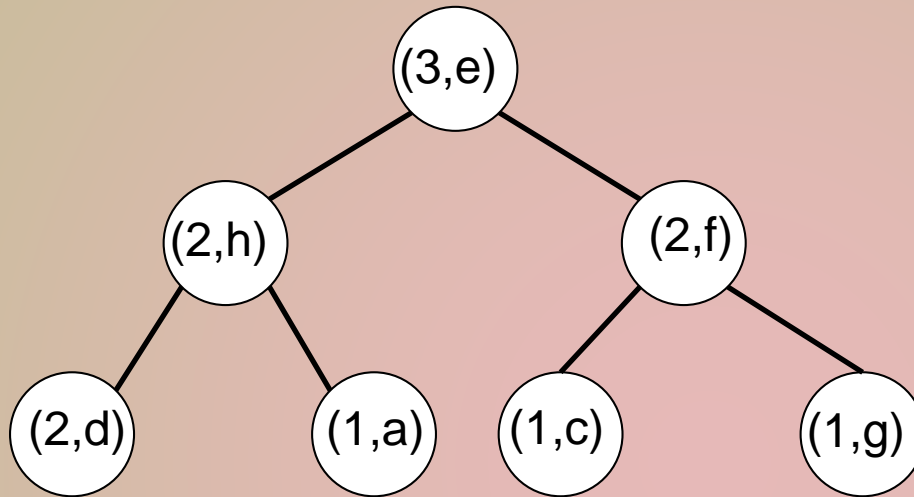
حال [با توجه به Max Heap بودن هر م] باید جای (3,e) و (2,h) را عوض کنیم.

حل:



حال [با توجه به Max Heap بودن هر م] باید جای (3,e) و (2,h) را عوض کنیم.

حل:



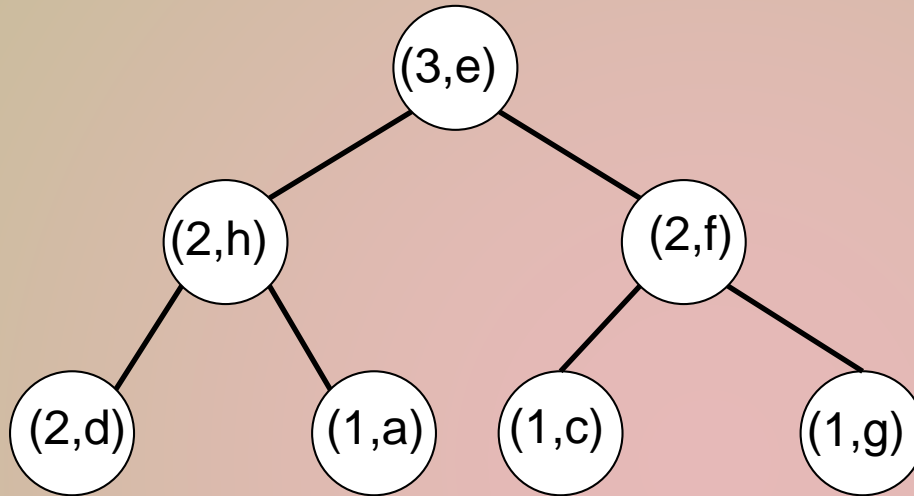
(3,b)

(3,b)

	(3,e)	(2,h)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--

حال ریشه یعنی (3,b) را در انتهای آرایه قرار می‌دهیم.

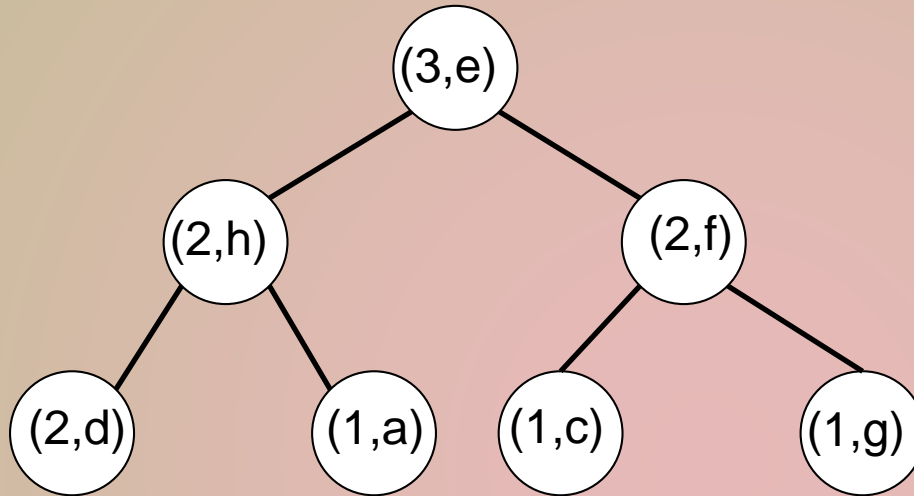
حل:



	(3,e)	(2,h)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (3,b) را در انتهای آرایه قرار می‌دهیم.

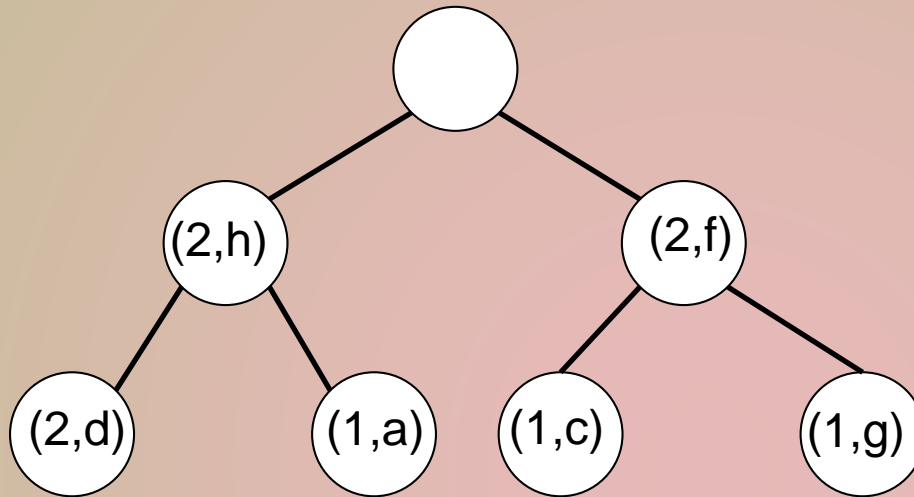
حل:



	(3,e)	(2,h)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

گره (3,e) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



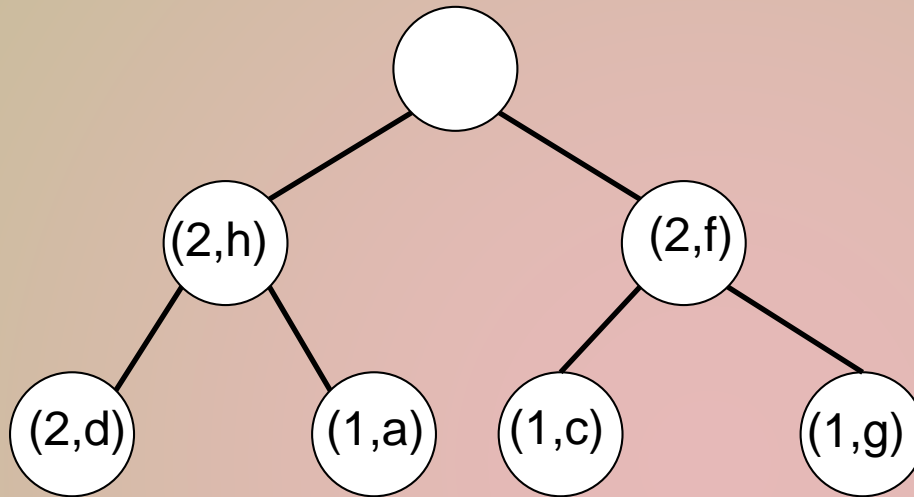
(3,e)

(3,e)

		(2,h)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	(3,b)
--	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

گره (3,e) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



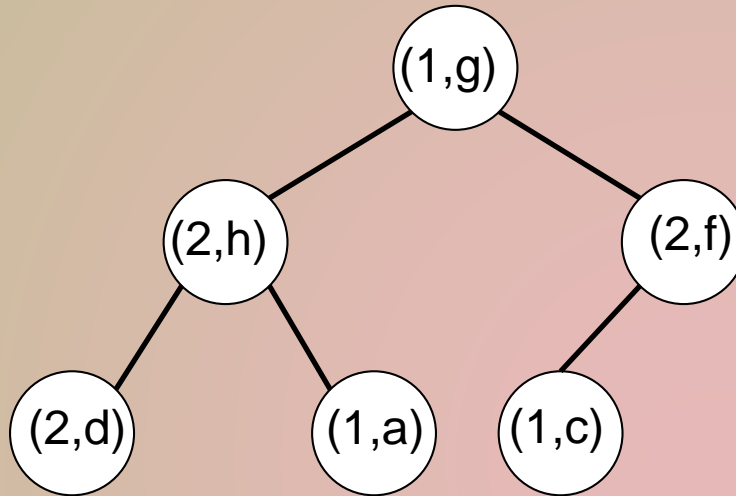
(3,e)

(3,e)

		(2,h)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(1,g)	(3,b)
--	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,g) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:



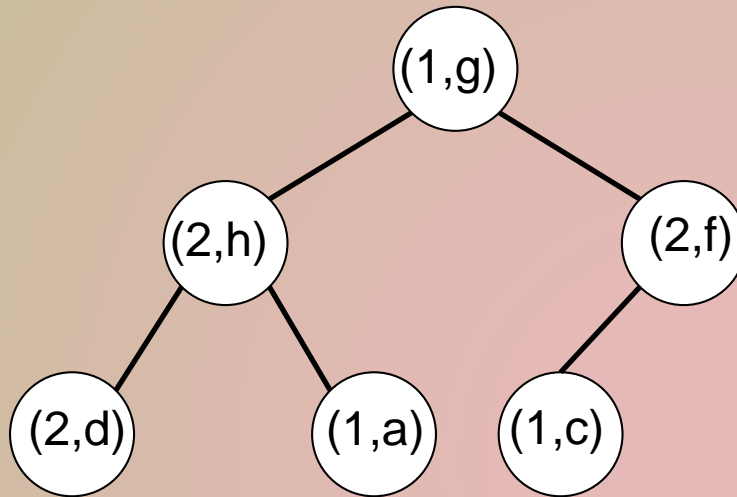
(3,e)

(3,e)

	(1,g)	(2,h)	(2,f)	(2,d)	(1,a)	(1,c)		(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--	-------

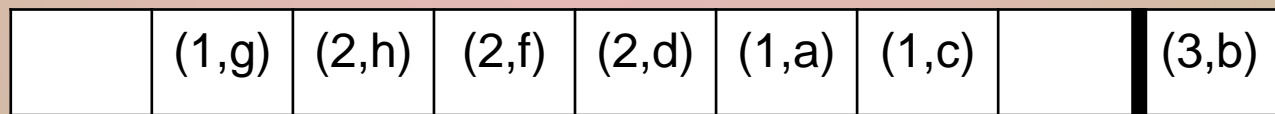
حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,g) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:



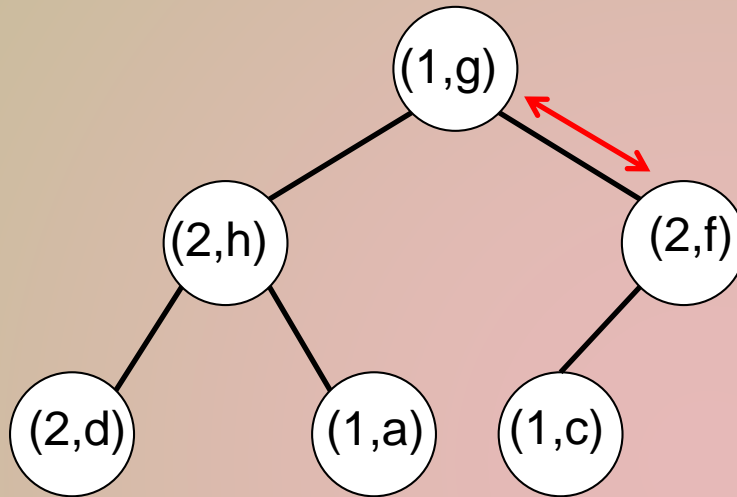
(3,e)

(3,e)



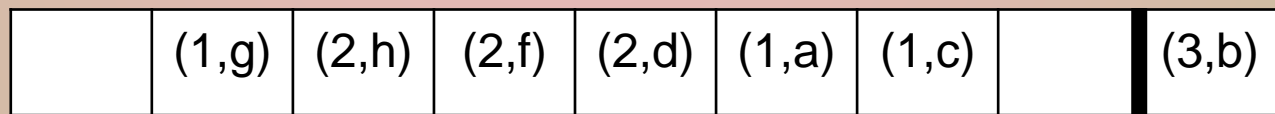
حال [با توجه به Max Heap بودن هر دو] باید جای (1,g) و (2,f) را عوض کنیم.

حل:



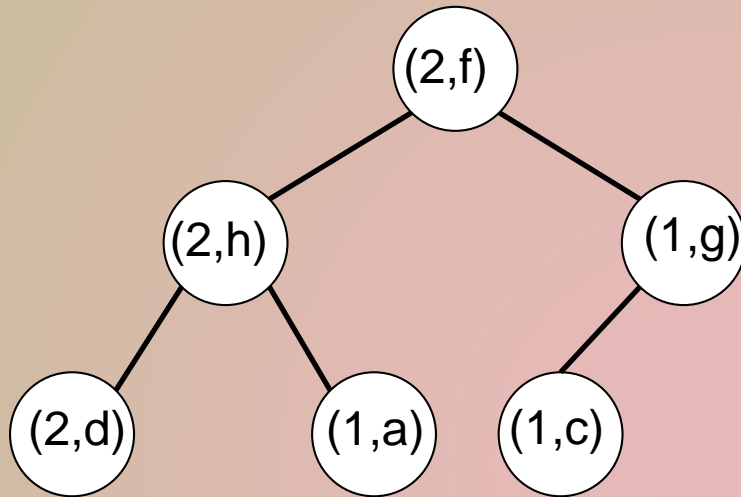
(3,e)

(3,e)



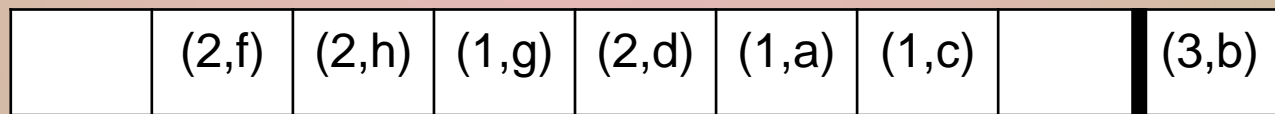
حال [با توجه به Max Heap بودن هر دو] باید جای (1,g) و (2,f) را عوض کنیم.

حل:



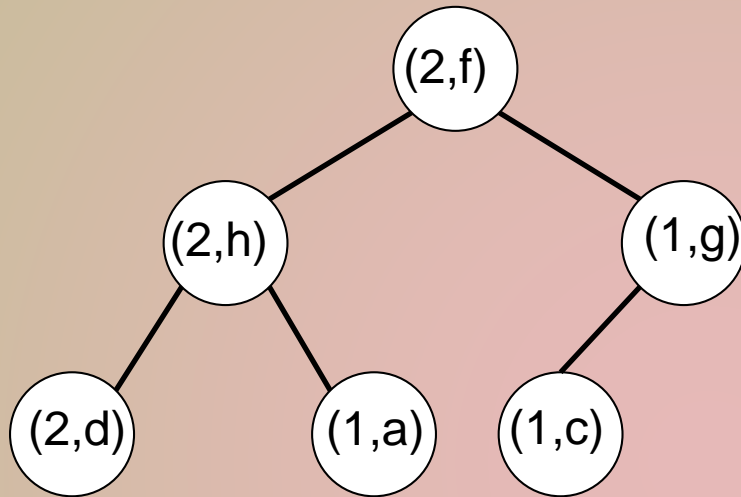
(3,e)

(3,e)



حال [با توجه به Max Heap بودن هر دو] باید جای (1,g) و (2,f) را عوض کنیم.

حل:



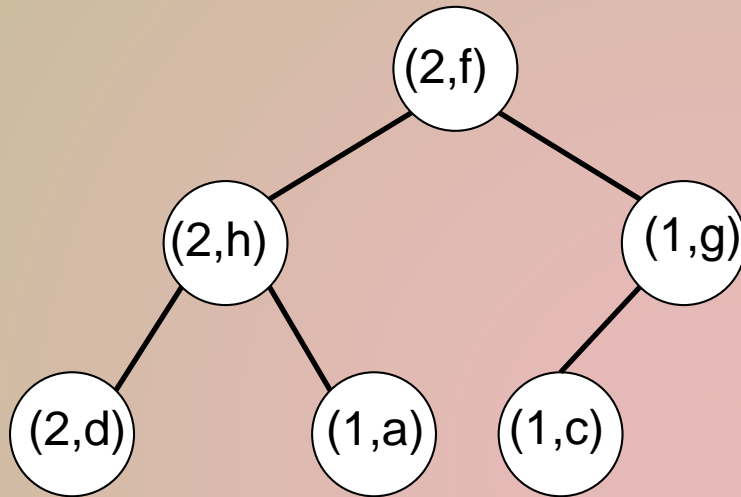
(3,e)

(3,e)

	(2,f)	(2,h)	(1,g)	(2,d)	(1,a)	(1,c)		(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--	-------

حال ریشه یعنی (3,e) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می دهیم.

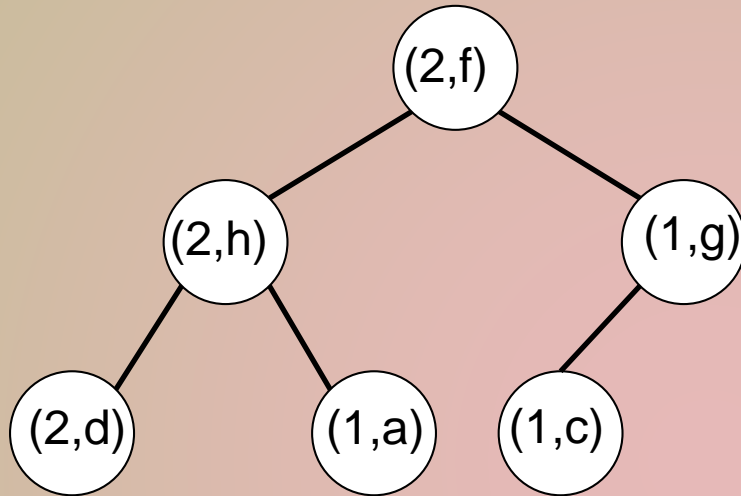
حل:



	(2,f)	(2,h)	(1,g)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (3,e) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

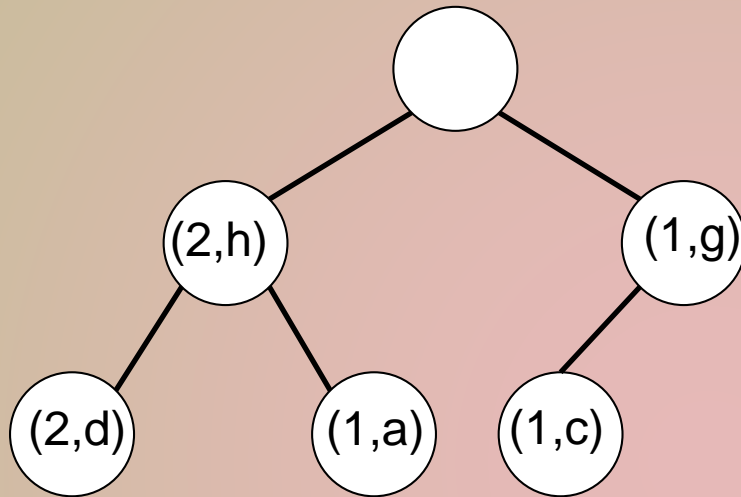
حل:



	(2,f)	(2,h)	(1,g)	(2,d)	(1,a)	(1,c)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

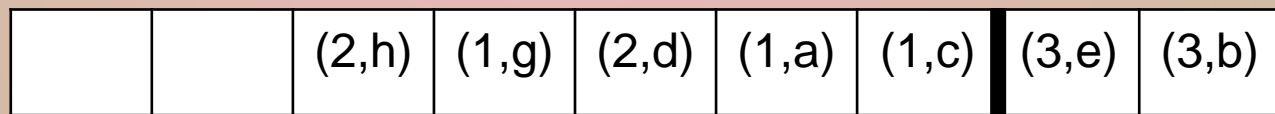
گره (2,f) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



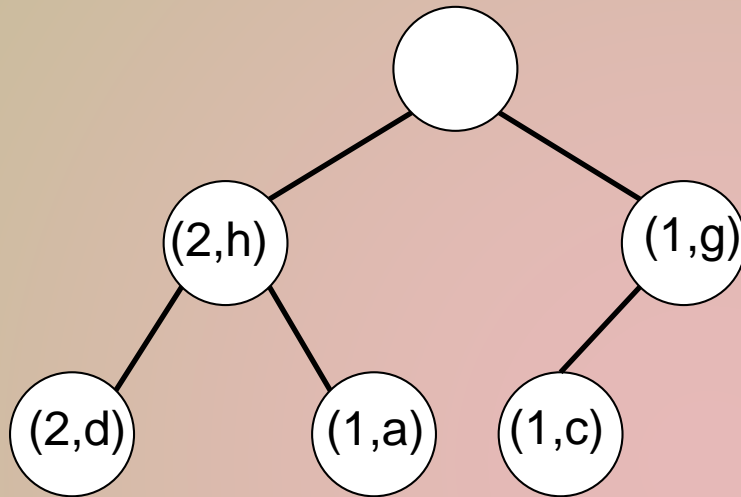
(2,f)

(2,f)



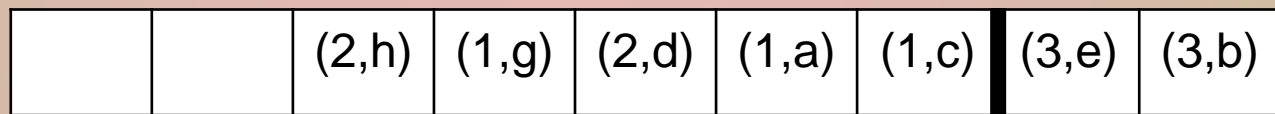
گره (2,f) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



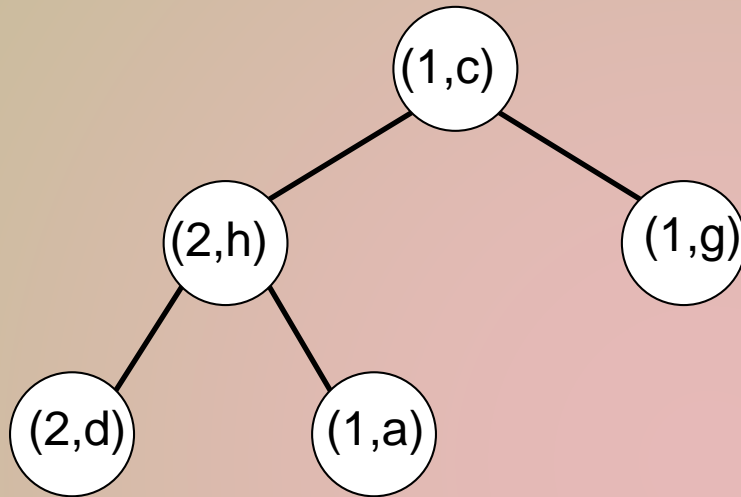
(2,f)

(2,f)



حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,c) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:



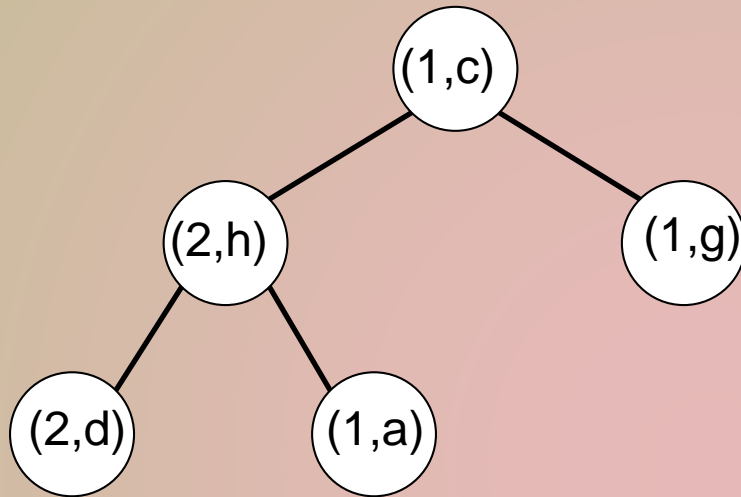
(2,f)

(2,f)

	(1,c)	(2,h)	(1,g)	(2,d)	(1,a)		(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	--	-------	-------

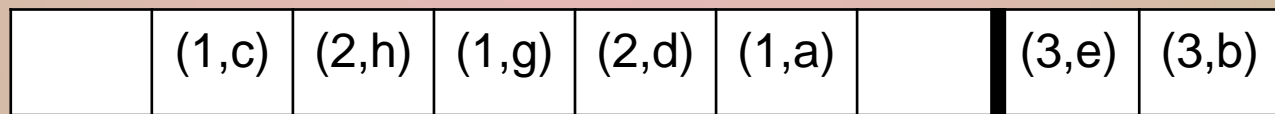
حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,c) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:



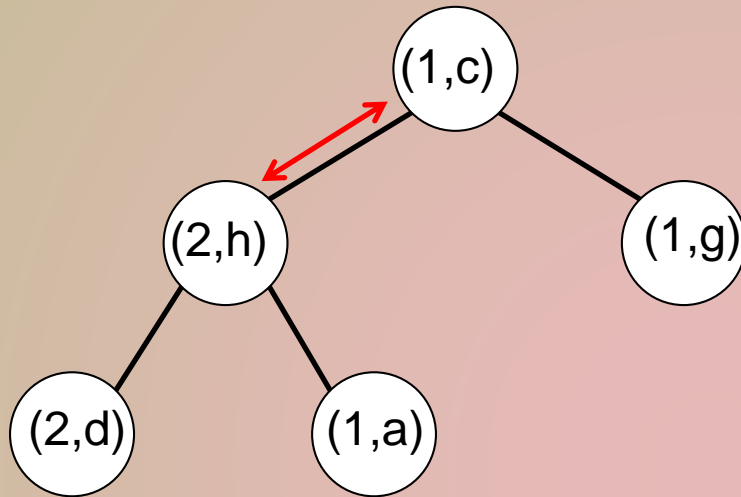
(2,f)

(2,f)



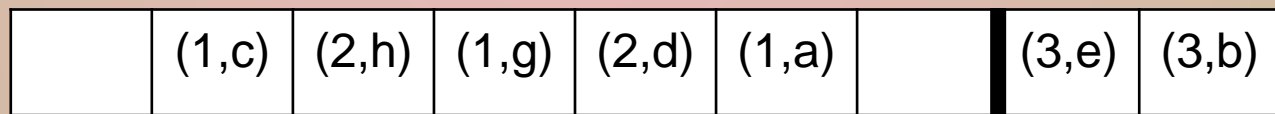
حال [با توجه به Max Heap بودن هر م] باید جای (1,c) و (2,h) را عوض کنیم.

حل:



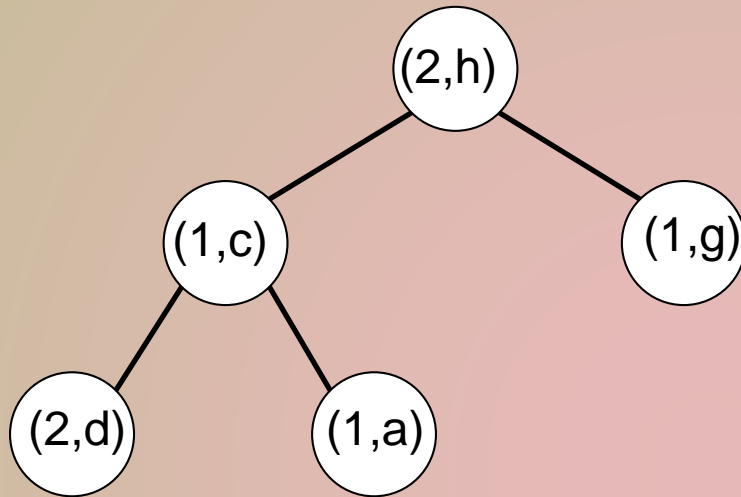
(2,f)

(2,f)



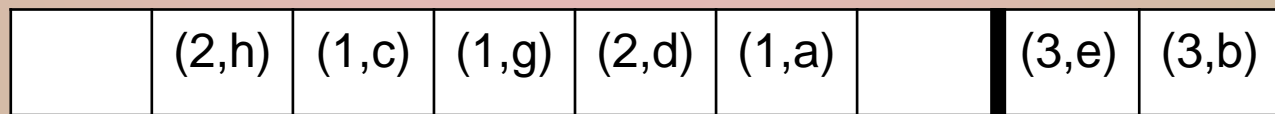
حال [با توجه به Max Heap بودن هرم] باید جای (1,c) و (2,h) را عوض کنیم.

حل:



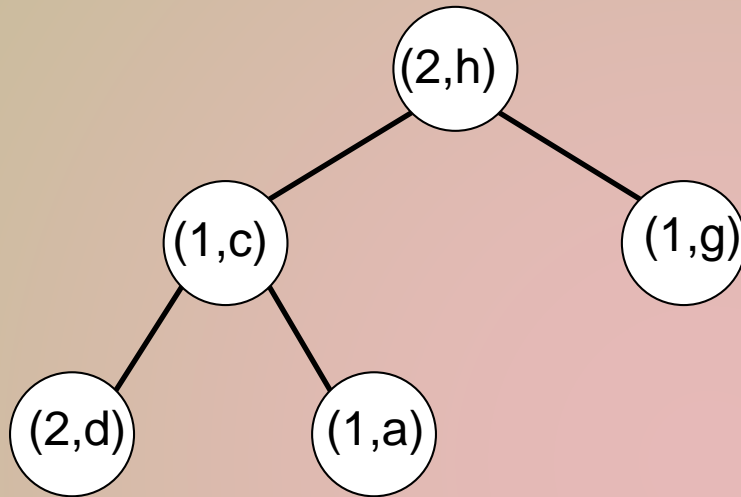
(2,f)

(2,f)



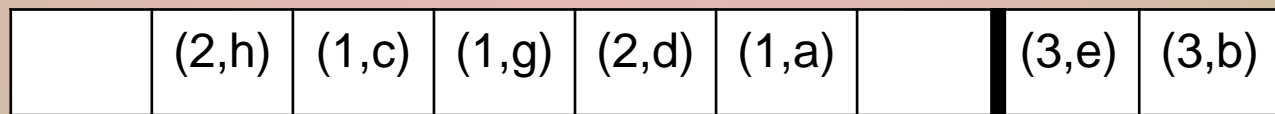
حال [با توجه به Max Heap بودن هرم] باید جای (1,c) و (2,h) را عوض کنیم.

حل:



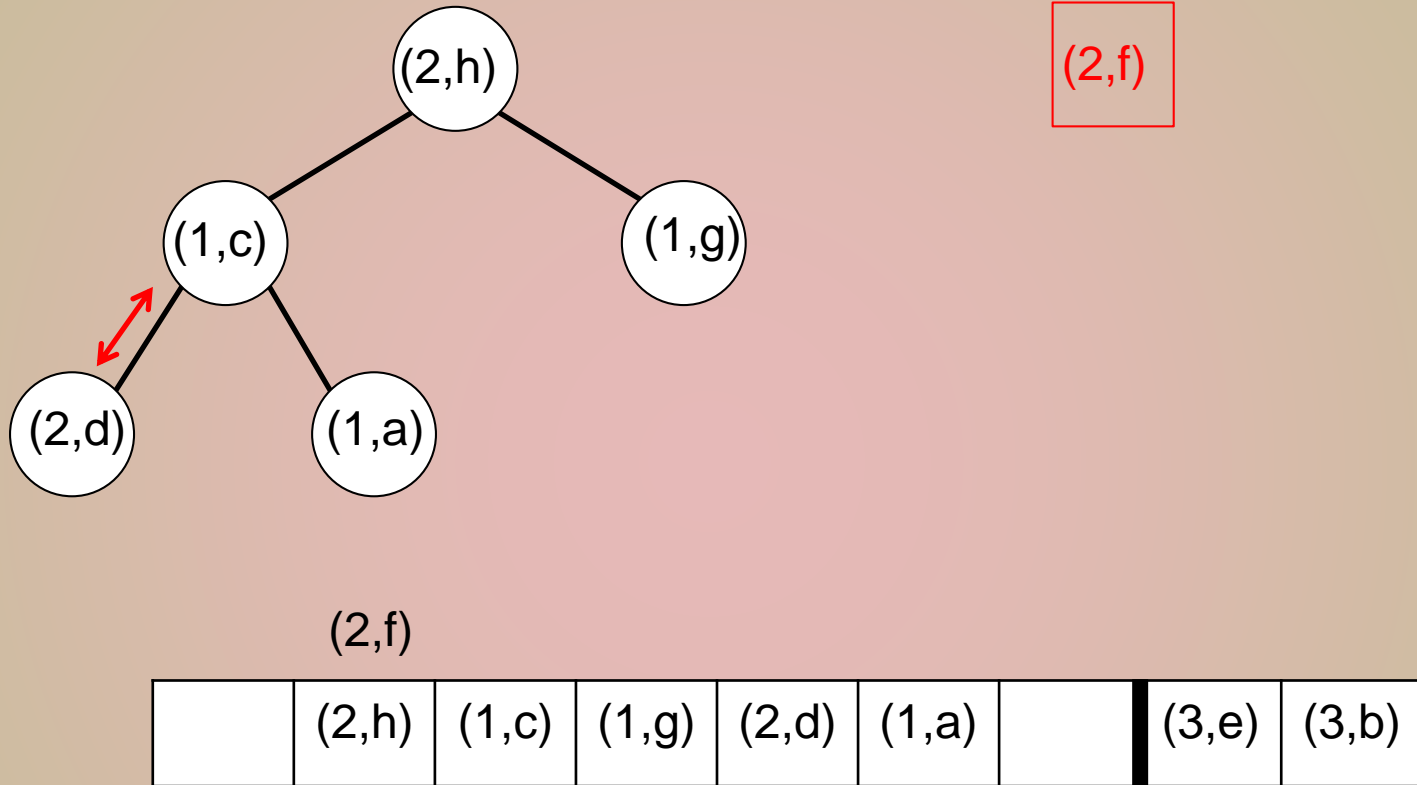
(2,f)

(2,f)



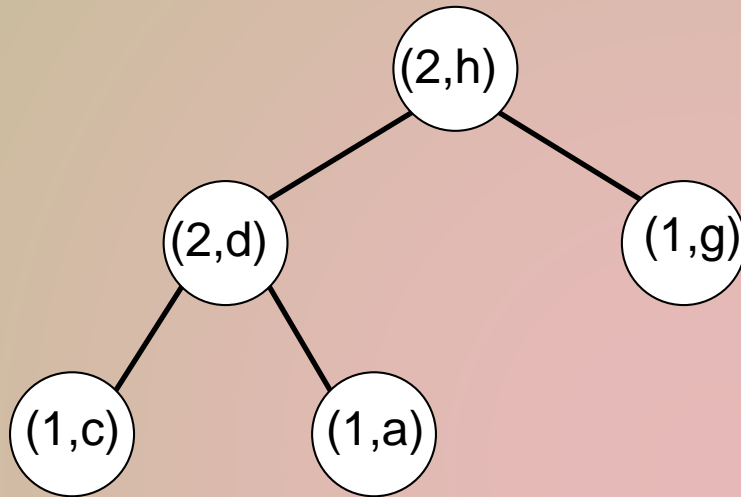
حال [با توجه به Max Heap بودن هرم] باید جای (1,c) و (2,d) را عوض کنیم.

حل:



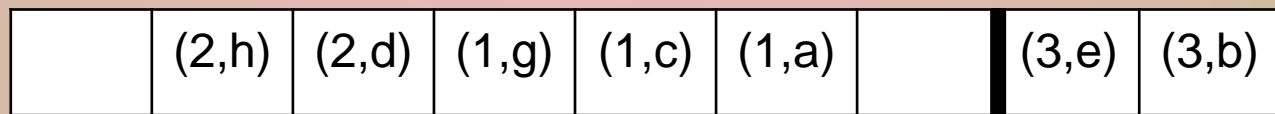
حال [با توجه به Max Heap بودن هرم] باید جای (1,c) و (2,d) را عوض کنیم.

حل:



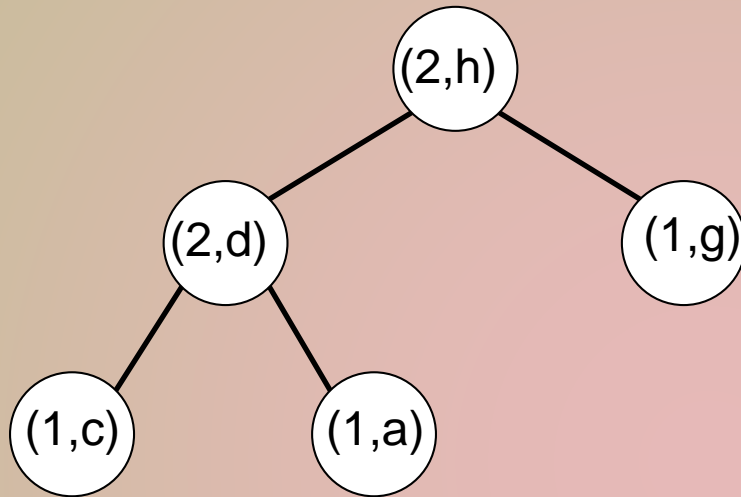
(2,f)

(2,f)



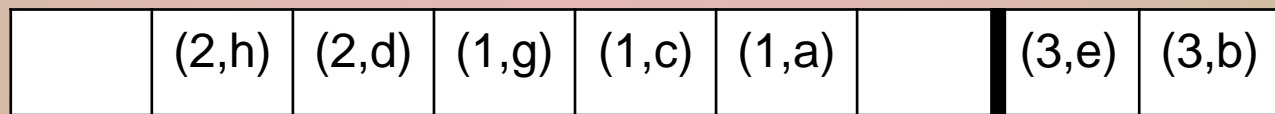
حال [با توجه به Max Heap بودن هرم] باید جای (1,c) و (2,d) را عوض کنیم.

حل:



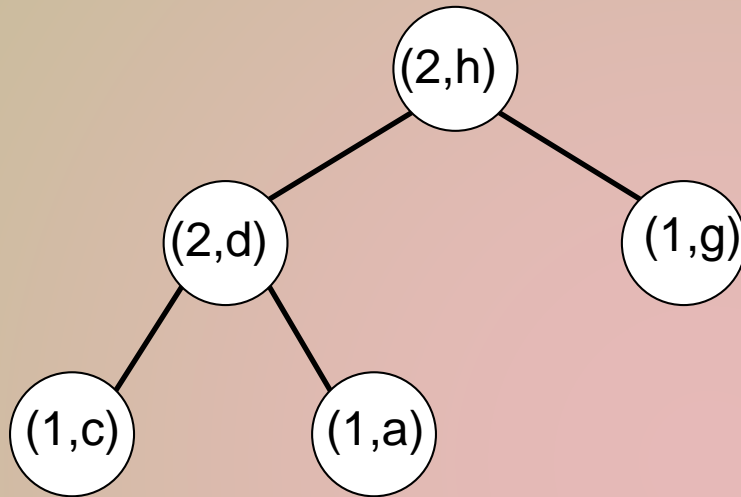
(2,f)

(2,f)



حال ریشه یعنی (2,f) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

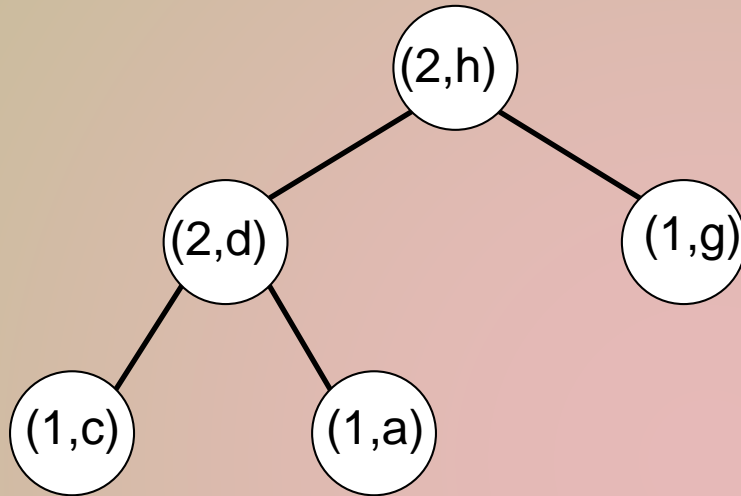
حل:



	(2,h)	(2,d)	(1,g)	(1,c)	(1,a)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (2,f) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

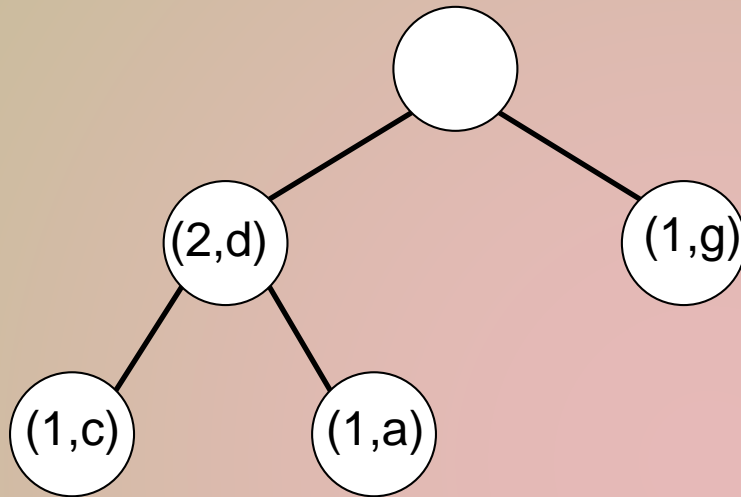
حل:



	(2,h)	(2,d)	(1,g)	(1,c)	(1,a)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

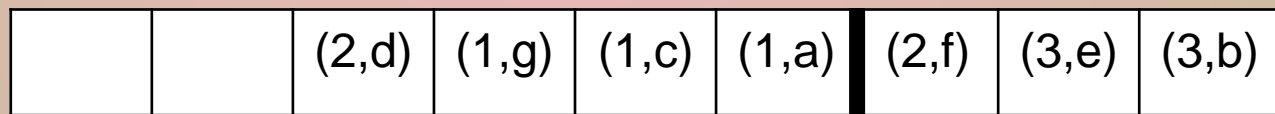
گره (2,h) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



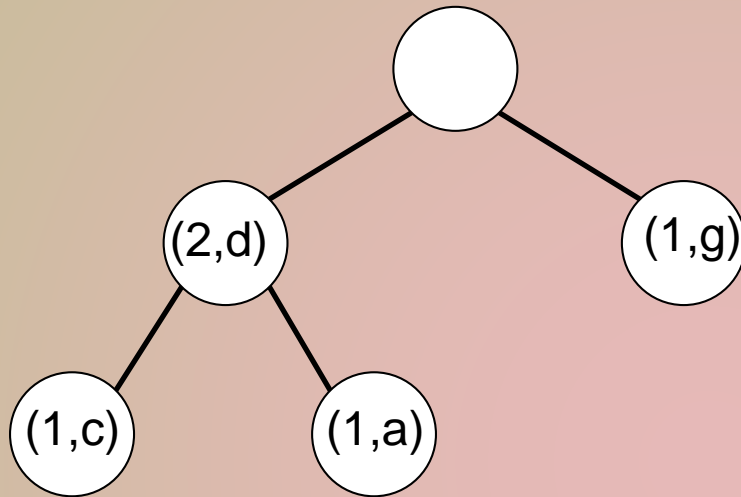
(2,h)

(2,h)



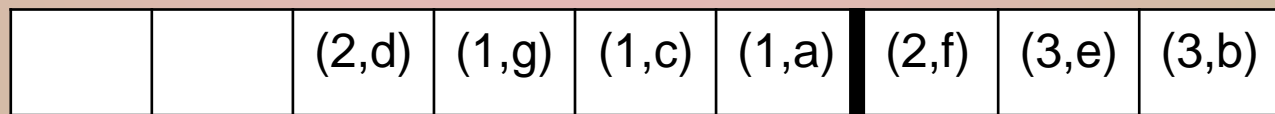
گره (2,h) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



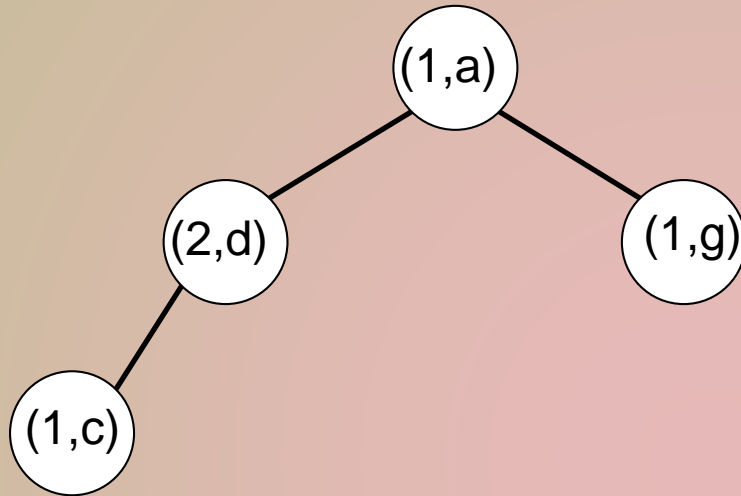
(2,h)

(2,h)



حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,a) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:



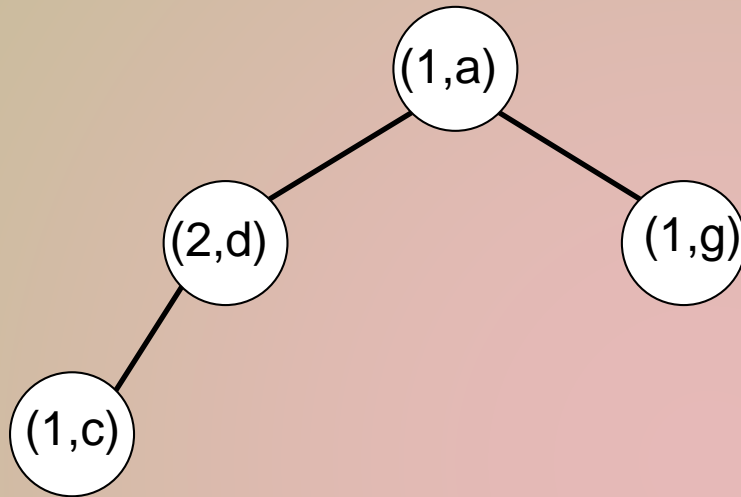
(2,h)

(2,h)

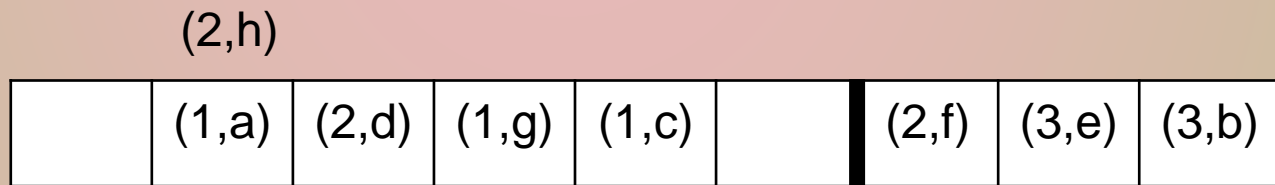
	(1,a)	(2,d)	(1,g)	(1,c)		(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	--	-------	-------	-------

حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,a) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:

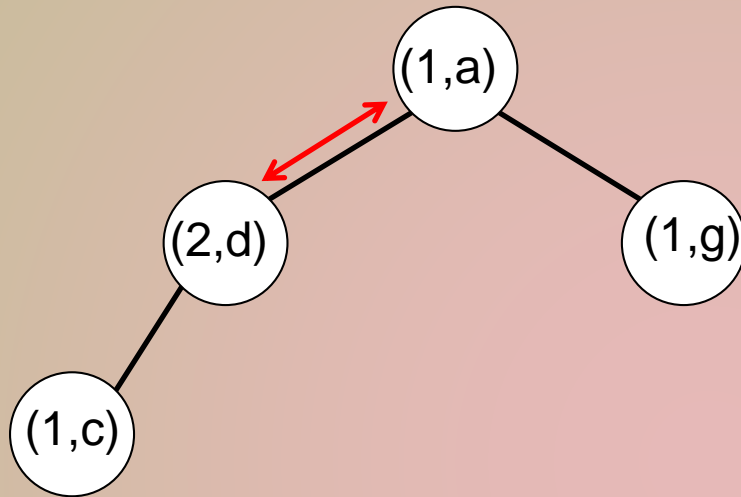


(2,h)

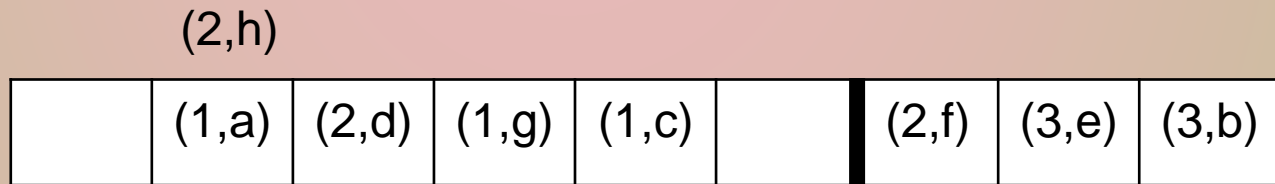


حال [با توجه به Max Heap بودن هر م] باید جای (1,a) و (2,d) را عوض کنیم.

حل:

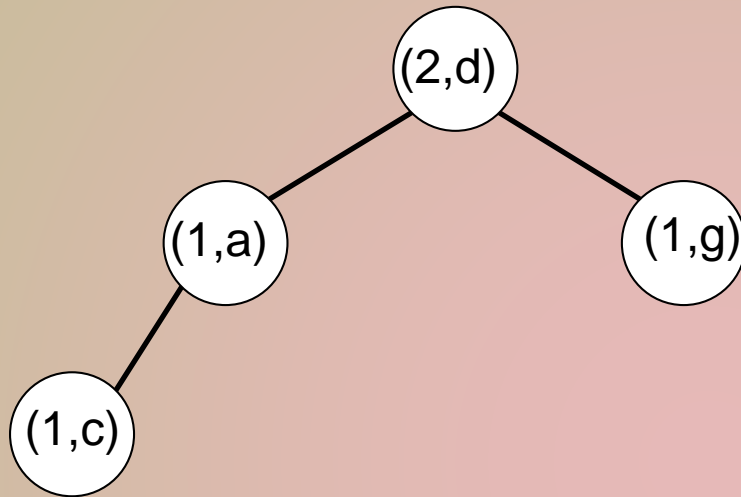


(2,h)

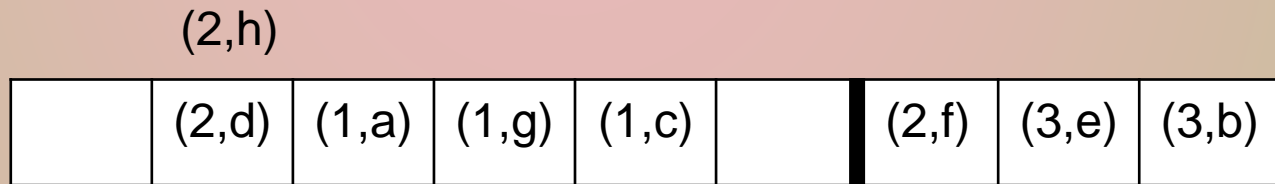


حال [با توجه به Max Heap بودن هر دو] باید جای (1,a) و (2,d) را عوض کنیم.

حل:

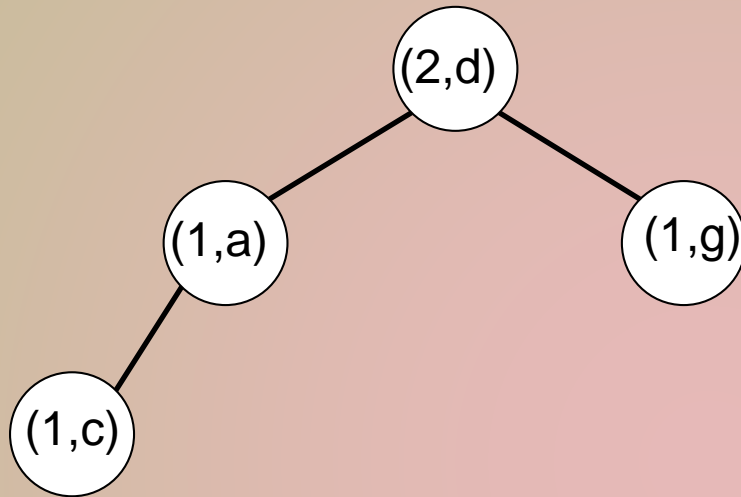


(2,h)



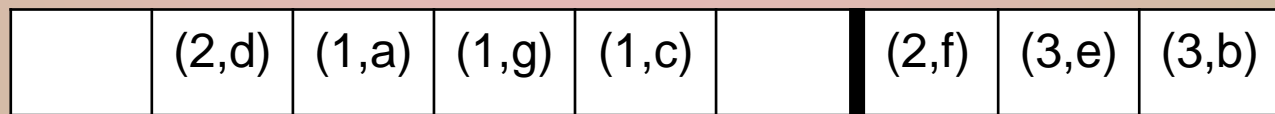
حال [با توجه به Max Heap بودن هر م] باید جای (1,a) و (2,d) را عوض کنیم.

حل:



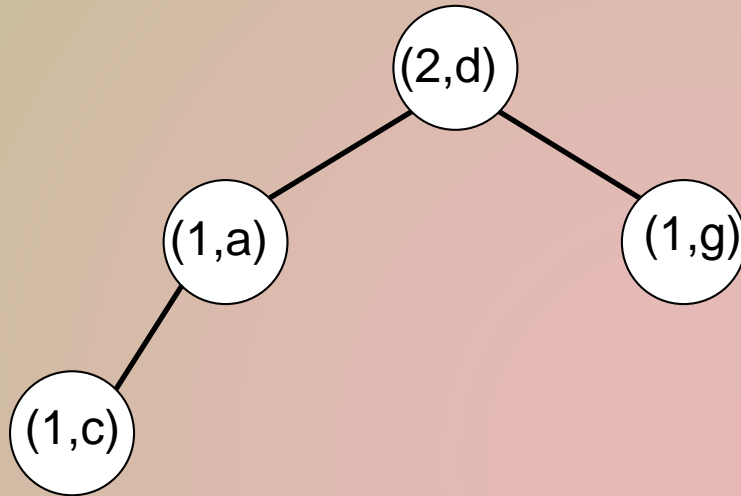
(2,h)

(2,h)



حال ریشه یعنی (2,h) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

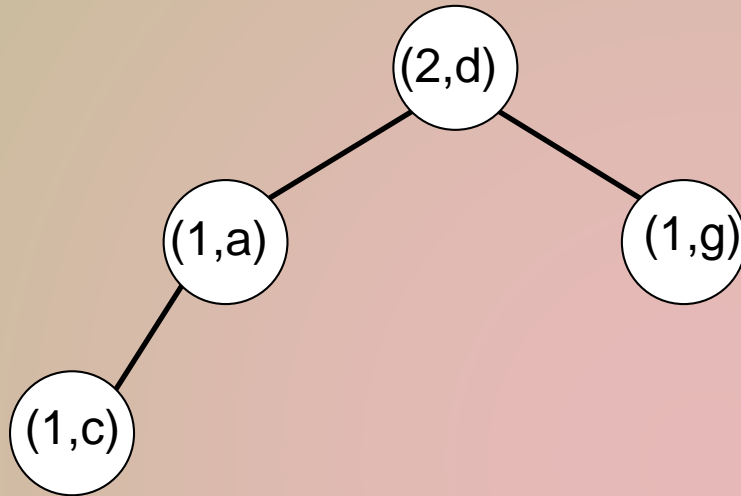
حل:



	(2,d)	(1,a)	(1,g)	(1,c)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (2,h) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

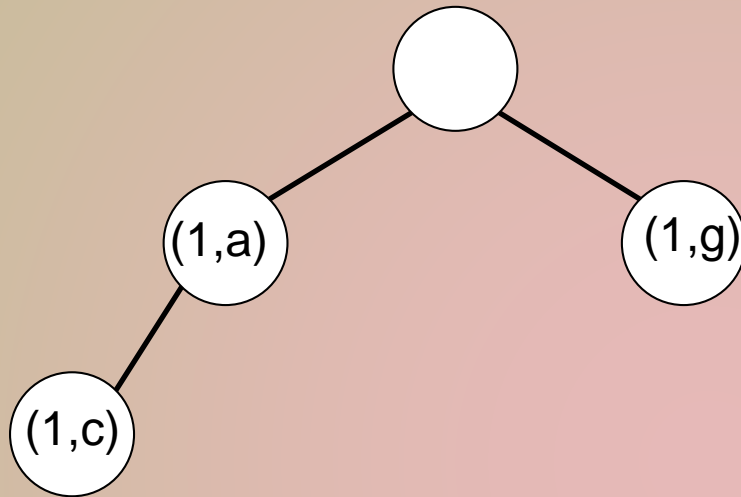
حل:



	(2,d)	(1,a)	(1,g)	(1,c)		(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	--	-------	-------	-------	-------

گره (2,d) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



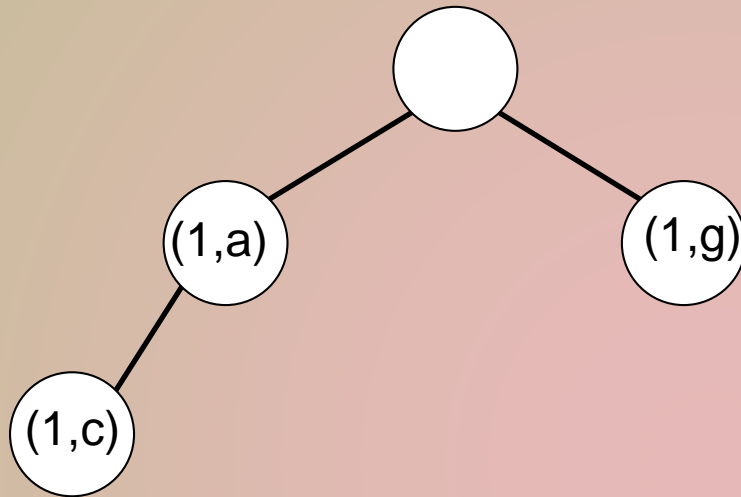
(2,d)

(2,d)

		(1,a)	(1,g)	(1,c)		(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	--	-------	-------	-------	--	-------	-------	-------	-------

گره (2,d) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



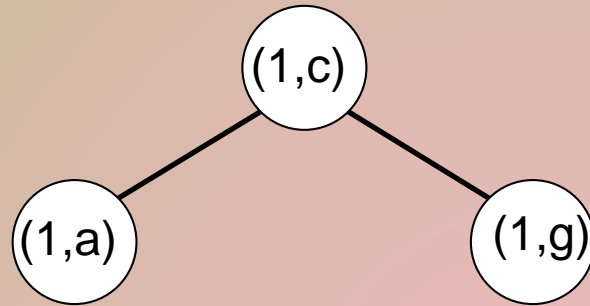
(2,d)

(2,d)

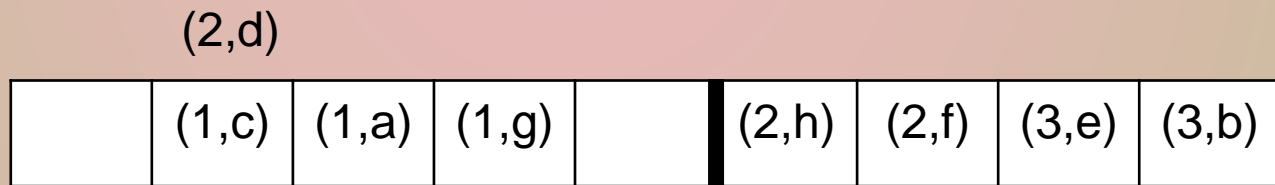
		(1,a)	(1,g)	(1,c)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,c) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:

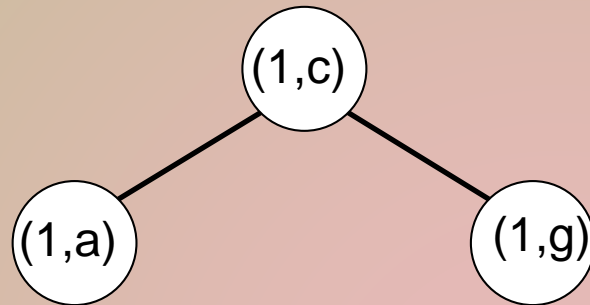


(2,d)

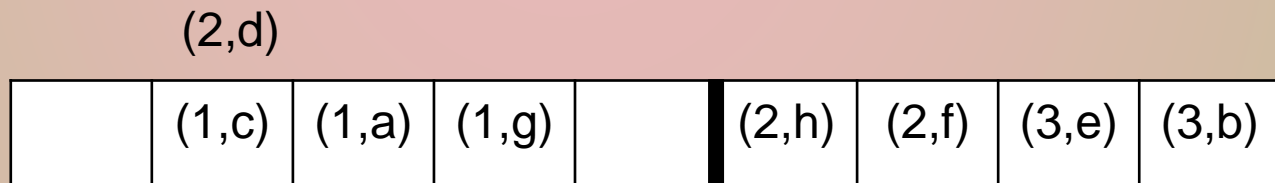


حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,c) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:

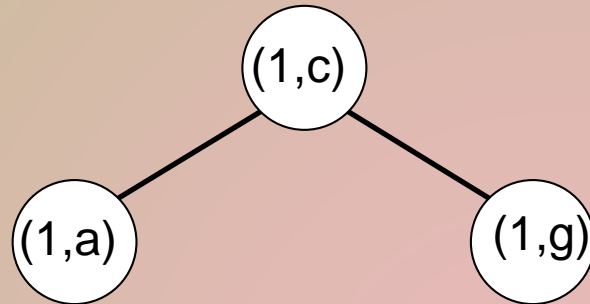


(2,d)



حال ریشه یعنی (2,d) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می دهیم.

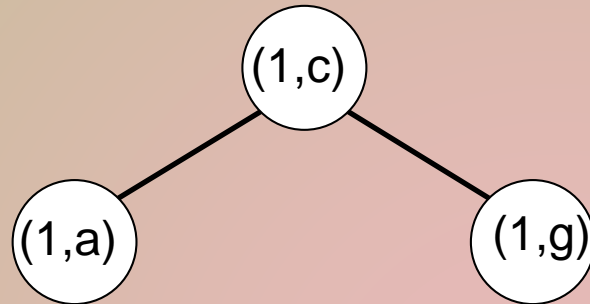
حل:



	(1,c)	(1,a)	(1,g)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (2,d) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

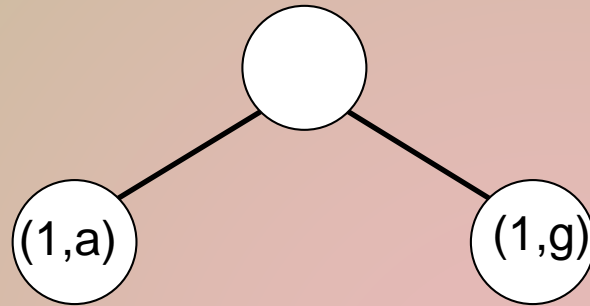
حل:



	(1,c)	(1,a)	(1,g)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

گره (1,c) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



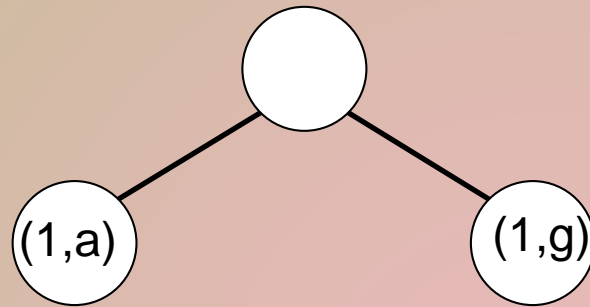
(1,c)

(1,c)

		(1,a)	(1,g)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

گره (1,c) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



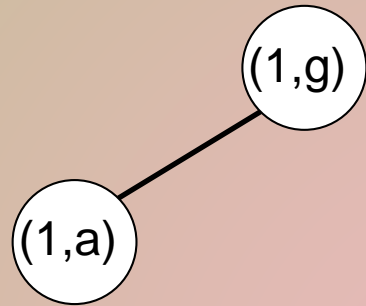
(1,c)

(1,c)

		(1,a)	(1,g)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,g) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:



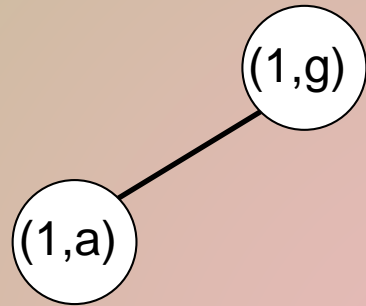
(1,c)

(1,c)

	(1,g)	(1,a)		(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	--	-------	-------	-------	-------	-------

حال [با توجه به کامل بودن هرم] باید (1,g) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:



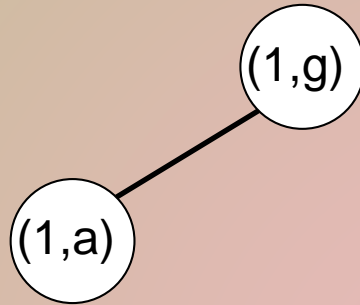
(1,c)

(1,c)

	(1,g)	(1,a)		(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	--	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (1,c) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می دهیم.

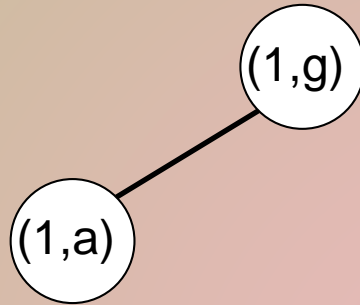
حل:



	(1,g)	(1,a)		(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (1,c) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

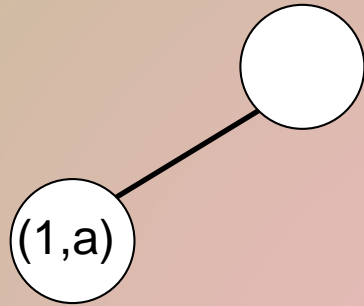
حل:



	(1,g)	(1,a)		(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------

گره (1,g) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



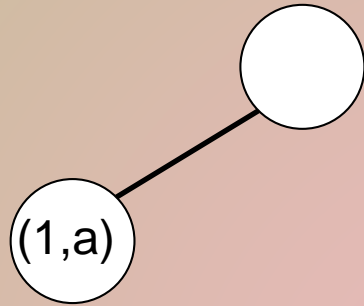
$(1,g)$

$(1,g)$

		$(1,a)$	$(1,c)$	$(2,d)$	$(2,h)$	$(2,f)$	$(3,e)$	$(3,b)$
--	--	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

گره $(1,g)$ [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:



$(1,g)$

$(1,g)$

		$(1,a)$	$(1,c)$	$(2,d)$	$(2,h)$	$(2,f)$	$(3,e)$	$(3,b)$
--	--	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

حال باید $(1,a)$ را جایگزین ریشه کنیم.

حل:

(1,a)

(1,g)

(1,g)

	(1,a)		(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال باید (1,a) را جایگزین ریشه کنیم.

حل:

(1,a)

(1,g)

(1,g)

	(1,a)		(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (1,g) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

حل:

(1,a)

	(1,a)	(1,g)	(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (1,g) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

حل:

(1,a)

	(1,a)	(1,g)	(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

گره (1,a) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:

(1,a)

(1,a)

		(1,g)	(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

گره (1,a) [ریشه] را از هرم خارج می کنیم.

حل:

(1,a)

(1,a)

		(1,g)	(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (1,a) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

حل:

	(1,a)	(1,g)	(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

حال ریشه یعنی (1,a) را در انتهای آرایه متناظر با هرم قرار می‌دهیم.

حل:

	(1,a)	(1,g)	(1,c)	(2,d)	(2,h)	(2,f)	(3,e)	(3,b)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

همان طور که مشاهده می کنید آرایه به صورت صعودی مرتب شده است.