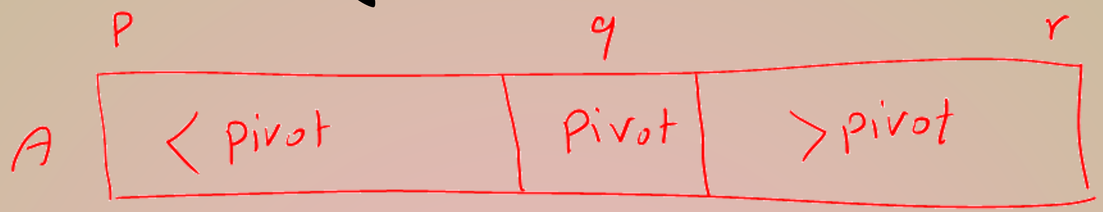
ساختمان داده ها

تحلیل زمان متوسط اجرای الگوریتم مرتب سازی سریع

مدرس: غیاثی‌شیرازی
دانشگاه فردوسی مشهد

QuickSort




```
QUICKSORT(A, p, r)
if p < r
    q = PARTITION(A, p, r)
    QUICKSORT(A, p, q - 1)
    QUICKSORT(A, q + 1, r)
```

⇐ زمان اجرای الگوریتم QS $\overset{\theta}{=}$ تعداد مقایسه‌ها

Partitioning

```
PARTITION(A, p, r)
x = A[r]
i = p - 1
for j = p to r - 1
    if A[j] ≤ x
        i = i + 1
        exchange A[i] with A[j]
exchange A[i + 1] with A[r]
return i + 1
```

مقایسه عمل غالب است

مقایسه همراه با محور

5	17	3	9	13	4	6	15	2	7	1
3	4	2	1	5	17	9	13	6	15	7
2	1	3	4	5	9	13	6	15	7	17
1	2	3	4	5	6	7	9	13	15	17
1	2	3	4	5	6	7	9	13	15	17
	+	−	+	−	+	+				

ترتیب نهایی $z_1 < z_2 < z_3 < \cdots < z_n$

چه زمانی z_i و z_j مقایسه می‌شوند؟

z_i اولین عنصر از مجموعه $\underbrace{\{z_i, \ldots, z_j\}}_{S}$ باشد که به عنوان محور انتخاب می‌شود $\Leftarrow$ $+$

z_k که $z_i < z_k < z_j$ به عنوان اولین عنصر از S به عنوان محور انتخاب شود $\Leftarrow$ $-$

z_j $\cdots$ $\Leftarrow$ $+$

$$\text{تعداد مقایسه} = T = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} I_{ij}$$

$$I_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر } z_i \text{ و } z_j \text{ مقایسه شده‌اند} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$$E[T] = E\left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} I_{ij}\right] = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \underbrace{E[I_{ij}]}_{P(z_j, z_i \text{ مقایسه})}$$

$$\underset{i<j}{P(z_j, z_i \text{ مقایسه})} = \frac{2}{j-i+1}$$

$$E[T] = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \frac{2}{j-i+1}$$

$$E[T] = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \frac{2}{\underbrace{j-i+1}_{K}}$$

$$j-i=1$$

$$j-i+1=2$$

$$E[T] = 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{K=2}^{n-i+1} \frac{1}{K}$$

$$\leq 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{K=2}^{n} \frac{1}{K}$$

$$\leq 2 \sum_{i=1}^{n} \int_{1}^{n} \frac{1}{x}\,dx$$

$$\leq 2 \sum_{i=1}^{n} \ln(n) = 2n\ln(n) \in \Theta(n \lg n)$$