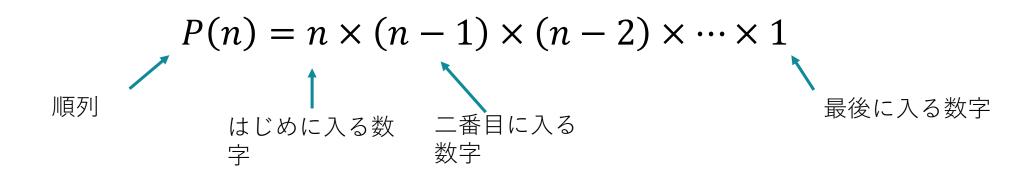
順列(階乗)

順列(階乗)は、ある数の要素を並べる時の数を示す



順列(階乗)の特徴:

- 標本空間の中の全ての要素を並べる
- 重複して使うことがない.
- $P(n) = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1 = n!$

具体例:

• 5人を並べる順列(階乗)は、 P(5) = 120 となる

階乗

階乗は、!で表し、ある数字を順番にかけていくことを意味する

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$$

ポイント:

- 0! = 1.
- n<0であれば、階乗は存在しない

階乗の計算ルール(n>0 で n>k)

- $(n+k)! = n! \times (n+1) \times \cdots \times (n+k)$
- $(n-k)! = \frac{n!}{(n-k+1)\times\cdots\times(n-k+k)} = \frac{n!}{(n-k+1)\times\cdots\times n}$
- $\frac{n!}{k!} = \frac{k! \times (k+1) \times \cdots \times n}{k!} = (k+1) \times \cdots \times n$

具体例: n = 7, k = 4

- $(7+4)! = 11! = 7! \times 8 \times 9 \times 10 \times 11$
- $(7-4)! = 3! = \frac{7!}{4 \times 5 \times 6 \times 7}$
- $\frac{7!}{4!} = 5 \times 6 \times 7$

順列

順列とは、ある数から要素を選んでそれを並べる場合のことを言います

繰り返し
$$\overline{V}(n,p)=n^p$$
がある順 \uparrow 使える数 並べる数

繰り返しがない順子
$$V(n,p) = \frac{n!}{(n-p)!}$$
 使える数

直感的な理解(繰り返しあり)

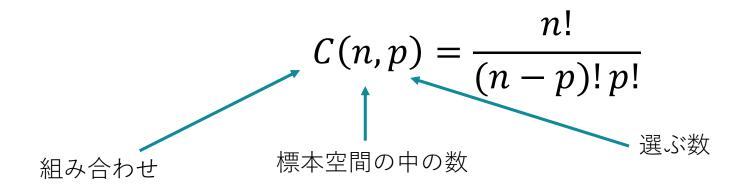
- 一つ目の要素はn通りある
- 二つ目のついてもn通りある
- つまり、pに対して全てn通りの取り得る数がある。
- $n \times n \times n \dots n = n^p$

直感的な理解(繰り返しなし)

- 一つ目の要素はn通りある
- 二つ目の要素はn-1通りとなる
- 要素を選ぶほど、取り得ず数は減っていく.
- $n \times (n-1) \times (n-2) \dots (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$

組み合わせ

組み合わせはある数から要素を選ぶ場合に使われます



組み合わせの特徴:

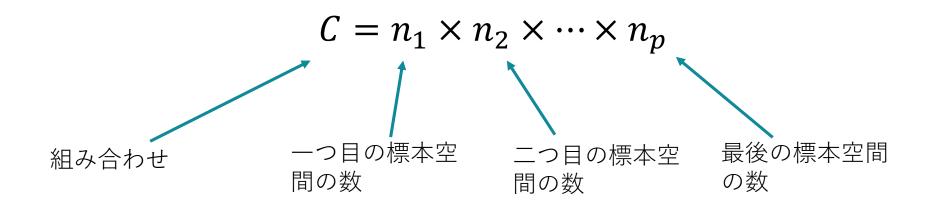
- 重複を考慮に入れる (Johny, Kate, Marie とMarie, Kate, Johnyは同じ)
- ある単一の組みあわせおける順列(階乗)は、異なる順列となる

•
$$C = \frac{V}{P} = \frac{n!/(n-p)!}{p!} = \frac{n!}{(n-p)!p!}$$

• 組み合わせは対称性を有する。つまり $C_p^n=C_{n-p}^n$ となる。なぜなら、pを選ぶことは、n-pを選ばないことと同じであるから

違う標本空間における組み合わせ

異なる標本空間において取り得る場合の数は以下の通り



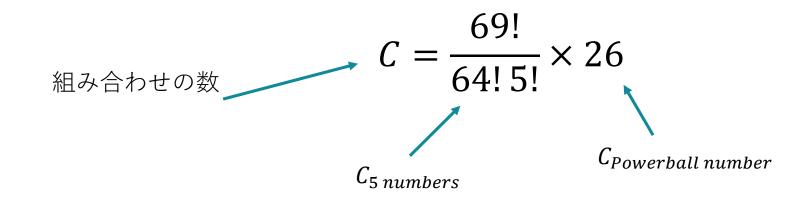
異なる標本空間における組み合わせの特徴:

- ある要素を選ぶことは、他の要素を選ぶことに影響を及ぼさない
- どの順番で並べるかは任意である
- それぞれの標本空間における要素の数は把握する必要がある $(n_1,n_2...n_p)$

くじの例

くじで当たるためには、以下の条件を満たす必要がある:

- "Powerball" の数をあてる (From 1 to 26)
- 5つの数を当てる (From 1 to 69)



公式の直感的な理解:

- これは、異なる標本空間の組み合わせの問題と考えることができる
 - ある事象は、標本の大きさが26で、もう一つは C_5^{69}
- 全ての要素と対象とする要素の公式を使うことで、1枚くじをかった場合にあたる確率は $1/(\frac{69!}{64!5!} \times 26)$ で計算をすることができる 265 $\sqrt[4]{DataScience}$