Алгебра логики

0 – ложь
1 – истина

Мы можем делать с ними:

1) Отрицание "НЕ", $\neg$, $\bar{A}$

$\bar{A}=1 \to \bar{A}=0$

2) Конъюнкция "И", &, $\wedge$

$A \wedge B = 1$ т.и.т.т.к. $A=B=1$

3) Дизъюнкция "ИЛИ", |, $\vee$

$A \vee B = 0$ т.и.т.т.к. $A=B=0$

4) Импликация (логическое следование) $\Rightarrow$, $\to$

A	B	A→B
0	0	1 (из лжи следует что угодно)
0	1	1
1	0	0 (из истины следует только истина)
1	1	1

5) Эквивалентность $\Leftrightarrow$; $\equiv$

A	B	A⇔B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$A=B$

6) XOR "исключающее или" $\oplus$, ^

A	B	A⊕B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$A \neq B$

Преобразование логических функций

1) $\bar{\bar{A}} = A$

2) Правила: 1) отриц. 2) конъюнкция 3) дизъюнкция 4) и т.д.
+ любой выс. пр.

3) З-ны де Моргана:

$\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$

$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$

4) Мы можем любую ф. представить через конъюнкцию

• $A \Rightarrow B = \bar{A} \vee B$ (или)

• $A \Leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$

A	B	A⇒B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	$\bar{A}$	$\bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

A	B	A<=>B	A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$(A \wedge B)$	$\vee$	$(\bar{A} \wedge \bar{B})$
0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	1	1	0

• $A \oplus B = (A \vee B) \wedge \overline{(A \wedge B)}$

A	B	$A \wedge B$	$(A \vee B)$	$\overline{(A \wedge B)}$	$(A \vee B) \wedge \overline{(A \wedge B)}$
0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

the same

5) Законы поглощения:

$A \vee (A \wedge B) = A$

$A \vee (A \wedge B) = (A \vee A) \wedge (A \vee B) = A$ ($A \vee B$)

$A \wedge (A \vee B) = A$

$A \wedge (A \vee B) = (A \wedge A) \vee (A \wedge B) = A$

6) $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

A	B	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge B)$	$(A \wedge B)$
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1	0	0	0	0
1	1	1	1	1

5) $A \vee A = 1$

6) $A \& A = 0$

A	$\bar{A}$	$A \wedge \bar{A}$
0	1	1
1	0	0

$A \vee \bar{A}$

$a(b+c) = ab + bc$
the same

предельный нуль

Упрости

лог. умн., т.к. 0·0=0, 0·1=0, 1·0=0, 1·1=1.

		1	0	1	1	0
×		1	0	1	1	0
	1	0	1	1	0	
1	0	1	1	0		
1	1	1	1	1	1	0

а) $\overline{(A \to C)} \wedge C$;

$= \overline{(\bar{A} \vee C)} \wedge C$ (ст. 21 Морган) $= (A \wedge \bar{C}) \wedge C = A \wedge \bar{C} \wedge C = 0$

б) $(A \vee B) \wedge (\overline{A \vee B})$;

а) $A \wedge B \wedge A \wedge B \vee B$; $= (A \wedge A) \wedge B \vee B = 0 \wedge B \vee B = 0 \vee B = B$

б) $(A \vee B) \wedge (\overline{A \vee B})$; $= (A \wedge B) \wedge (\bar{A} \wedge \bar{B}) = A \wedge \bar{A} \wedge B \wedge \bar{B}$

A	B	$A \vee B$	$\bar{A} \wedge \bar{B}$	$A \wedge B$	$(A \vee B) \wedge (\bar{A} \wedge \bar{B})$
0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0

1) $A \to (B \wedge C)$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \to (B \wedge C)$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

2) $(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$ = F

A	B	$A \vee B$	$(A \wedge B)$	$\bar{A} \wedge \bar{B}$	F
0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1

Упрости:

$\mathbf{F = \bar{A} \vee A \vee \bar{B}}$ $= \bar{A}$

$\mathbf{F = (\bar{A} \vee B) \vee (\bar{A} \vee \bar{B})}$ $= \bar{A}$

$\mathbf{F = (\bar{B} \& \bar{A}) \vee (\bar{C} \& \bar{B})} = \bar{B} \vee \bar{A} \vee \bar{C} \vee \bar{B} = \bar{B} \vee \bar{A} \vee \bar{C}$

$\mathbf{F = A \& \bar{C} \vee C \& (B \vee \bar{C}) \vee (A \vee \bar{B}) \& C} = A\&\bar{C} \vee C\&B \vee C\&\bar{C} \vee A\&C \vee \bar{B}\&C =$
$= A\&\bar{C} \vee A\&C \vee C\&B \vee C\&\bar{C} \vee C\&\bar{B} = A\&(\bar{C} \vee C) \vee C\&(B \vee \bar{B}) = A\&1 \vee C\&1 = A \vee C$

$\mathbf{F = A \& (D \& (\bar{A} \vee \bar{C} \& B \vee D) \vee A \& \bar{C}) \vee \bar{A} \& B \& \bar{C}) \& C} =$
$= A\&(D\&\bar{A} \vee D\&\bar{C}\&B \vee D\&\bar{C}) \vee A\&\bar{C} \vee \bar{A}\&B\&\bar{C})\&C =$
$= A\&(D\&\bar{A} \vee D\&\bar{C}\&B \vee D \vee A\&\bar{C} \vee \bar{A}\&B\&\bar{C})\&C =$
$= (A\&D\&\bar{A} \vee D\&\bar{C}\&BA \vee A\&D \vee A\&A\&\bar{C} \vee A\&B\&\bar{C})\&C =$
$= (0\&D \vee A\&B\&\bar{C}\&D \vee A\&D \vee A\&\bar{C} \vee 0\&A\&\bar{C})\&C =$
$= (A\&B\&\bar{C}\&D \vee A\&D \vee A\&\bar{C})\&C =$
$= A\&B\&D\&\bar{C}\&C \vee A\&D\&C \vee A\&\bar{C}\&C = A\&D\&C$

$A \cdot ((D \cdot \bar{A} + D \cdot \bar{C} \cdot B + D \cdot D)) + A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C) \cdot C$

$\& = \cdot$ $\quad \vee = +$

1) $X\&Y \vee X\&\bar{Y} \& Z \vee \bar{Y}\&X\&\bar{Z} \vee X\&\bar{Z} =$

$= X \cdot Y + X \cdot \bar{Y} \cdot Z + \bar{Y} \cdot X \cdot \bar{Z} + X \cdot \bar{Z} = X \cdot Y + X \cdot \bar{Y}(Z + \bar{Z}) + X \cdot \bar{Z} =$

$= X \cdot Y + X \cdot \bar{Y} + X \cdot \bar{Z} = X(Y + \bar{Y}) + X \cdot \bar{Z} = X \cdot 1 + X \cdot \bar{Z} =$

$= X(1 + \bar{Z}) = X$

$1 + A = 1$ $\quad A \vee 1 = 1$
$0 \cdot A = 0$ $\quad A \& 0 = 0$

A	A∨1	A&0
0	1	0
1	1	0

$((X \vee Y) \& \bar{X}) \vee ((\overline{X \vee Y}) \& \bar{\bar{X}}) =$

$= ((X + Y) \cdot \bar{X}) + ((\overline{X + Y}) \cdot \bar{\bar{X}}) = (X \cdot \bar{X} + Y \cdot \bar{X}) + (\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot X) =$

$= 0 + Y \cdot \bar{X} + 0 = Y \cdot \bar{X}$

Логическая функция F задаётся выражением $(\bar{x} \vee y) \wedge z$. ((not x) or y) and z

Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z.

???	???	???	F
1	1	0	1
0	1	0	1
1	1	1	1

for x in range(2):
for y in range(2):
for z in range(2):
print(not x or y and z)

x	y	z
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1

Ответ: yzx

```
print("x y z")
for x in range(2):
    for y in range(2):
        for z in range(2):
            F = (not x) or y) and z
            if F == 1:
                print(x, y, z)
```

```
x y z
0 0 0
0 0 1
0 1 0
0 1 1
1 0 0
1 0 1
1 1 0
1 1 1
```

сначала перем. внутри цикла

Логическая функция F задаётся выражением:
$\exists\, y \; x \wedge y$.
На рисунке приведен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна.

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
??? x	??? y	??? z	F
1	0	0	1
0	1	0	1
1	0	1	1

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z.
В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу, затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: xyz

Логическая функция F задаётся выражением:
$(x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{z})$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F.

???	???	???	F
1	0	0	1
1	0	1	1

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z.

Ответ: xzy

Логическая функция F задаётся выражением:
$(z \equiv x) \vee (\bar{y} \wedge x)$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F.

???	???	???	F
0	0	1	0
1	0	1	1
1	0	0	0

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z.

Ответ: xyz

Логическая функция F задаётся выражением $y \vee (x \wedge w) \vee (w \equiv z)$.
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F ложна.

??? x	??? y	??? z	??? w	F
0	0	0	???	0
1	0	0	???	0
1	???	???	0	0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных x,y,w,z. В ответе напишите буквы x,y,w,z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: zxyw

$A \wedge B = \bar{A} \vee \bar{B}$

Логическая функция F задаётся выражением
$(y \equiv (z \vee x)) \vee ((z \to w) \wedge (x \to z))$.
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F ложна.

??? x	??? y	??? z	??? w	F
1	0	0	1	0
0	0	0	1	0
1	0	1	0	0

$\bar{z} \vee w$ $\quad \bar{x} \vee z$

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z, w.

Ответ: xywz

Логическая функция F задаётся выражением:
$(w \vee \bar{y}) \wedge (x \to z)$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F истинна.

??? x	??? y	??? z	??? w	F
0	1	0	1	1
0	1	1	?	1
?	0	1	1	1

$x \to z = not\ x\ or\ z =$
$= x\ and\ not\ z$

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z, w. В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу, затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение
$((69 \neq y + 2x) \vee (A < x) \vee (A < y)) = 1$,
тождественно истинно (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x и y)?

1. Аналитически:

$y \le x$, $y + 2x = 69$
$A < x$
$A < y$
..... дальше думаем

Найти max A, при кот. $\forall x, y > 0$: F = 1

2. Через код: можно
↳ перебираем A, ищем подходящее
↳ для перебора A перебираем x и y
F = (из условия)
если F == 0, то A точно не подходит
↳ прекращаемся, смотрим другое A
если при их перебоpке им разд. 1, то
A подходит → выводим

[1] Аналитически:

Логическая функция F задаётся выражением $(x \vee y) \to (y \vee x)$.
Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F.
Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z.

Переменная1	Переменная2	Переменная3	Функция
???	???	???	F
0	1	0	1
1	1	1	1
0			1

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала– буква, соответствующая первому столбцу; затем– буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \to y$, зависящее от двух переменных x и y, и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	1
1	0	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y, а второму столбцу соответствует переменная x. В ответе нужно написать: yx.

Ответ: zyx

[3] Проста

Логическая функция F задаётся выражением $(x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$. На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий все наборы аргументов, при которых функция F ложна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных w, x, y, z. Все строки в представленном фрагменте разные.

Перен.1	Перен.2	Перен.3	Перен.4
???	???	???	???
1	0		0
1	0		0
1		0	0

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (без разделителей).

Ответ: wzyx

[4] Проста

Логическая функция F задаётся выражением $((x \to y) \wedge (y \to w)) \vee (z \equiv (x \vee y))$.
Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F.
Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

Переменная1	Переменная2	Переменная3	Переменная4	Функция
???	???	???	???	F
1			1	0
1				0
	1		1	0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала– буква, соответствующая первому столбцу; затем– буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \to y$, зависящее от двух переменных x и y, и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	1
1	0	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y, а второму столбцу соответствует переменная x. В ответе нужно написать: yx.

Ответ: yxzw

Тип 15

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[5, 30]$ и $Q=[14, 23]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула

$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to \neg(x \in A)$ $= 1$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x).

$\forall x \in \mathbb{Z}: ((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to (x \in A) = 1$

1. Преобр формулу (смотрим на выражения):

$(x \in P) \equiv (x \in Q) \vee (x \in A) = 1$

$(x \in P) \equiv (x \in Q) = 1$
$x \in A = 1$

$(x \in P) \wedge (x \in Q) \vee \neg(x \in P) \wedge \neg(x \in Q) = 1$
$x \notin A = 1$

$a \equiv b = a \wedge b \vee \bar{a} \wedge \bar{b}$

a	b	$a \equiv b$	$a \wedge b$	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{a} \wedge \bar{b}$	$a \wedge b \vee \bar{a} \wedge \bar{b}$
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1

Есть множество P = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 ,20} и множество Q = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}. |P| = 10, |Q| = 10
Известно, что выражение

$(x \in P) \vee (x \in Q) \to (x \in A)$

тождественно истинно. Какова мощность множества A?

1. Упростим, если есть → ↳ ПО ПРАВИЛУ: $a \to b = \bar{a} \vee b$
2. Либо продумать дорожку для аналитического решения, либо думаем над пунктом

Аналитическое решение

$(x \in P) \wedge (x \in Q) \vee (x \in A) = 1$
$(x \in P) \wedge (x \in Q) = 1$
$x \in A = 1$

$x \notin P = 1$
$x \notin Q = 1$
$x \in A = 1$

Всегда истинно:

ество P = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 ,20} и
ество Q = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}.

значит, чтобы $x \in A$ прав. т. и. x не $\in P$ или $x \in Q$

т.е. чтобы было истинно при $\forall x$, нужно, чтобы $A = P \cup Q$

$|A| = |P| + |Q| - |P \cap Q| = 10 + 10 - 2 = 18$

$P \cap Q = \{10, 20\}$

Ответ: 18

$(x \in P) \vee (x \in Q) \vee (x \in A)$

#2 Проста

суть: перебрать все возможные значения x и запомнить множество A так, чтобы условие выполнялось при $\forall x \in \mathbb{Z}$.
(на фактуу можно перебирать x до 1000 — точно x входит)

A – пустое мн-во
Перебираем x (от 0 до 1000):
если оно входит, то просто идем дальше
иначе добавим x в A
После всего выводим кол-во эл-тов A

P = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20} — создаем мн-ва по данным мн-ва
Q = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}
A = {x ∈ 0} — создаем пустое мн-во

for x in range(1000): — перебор x от 0 до 1000
if not ((x in P) or (x in Q)): — $(x \in P) \vee (x \in Q)$
continue — сразу просто продолжаем
else:
A.add(x) — иначе добавляем x
print(len(A))

24.10.25

[1] Логическая функция F задаётся выражением $((x \vee y) \wedge (y \vee z)) \equiv ((x \to w) \vee (w \to z))$.
Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F.
Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

Переменная1	Переменная2	Переменная3	Переменная4	Функция
???	???	???	???	F
0	1	1	1	1
0	1	1		1
0	1	0		1
0	1	0		1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала– буква, соответствующая первому столбцу; затем– буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: xwzy

[2] Логическая функция F задаётся выражением $(x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$.
Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F.
Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

Переменная1	Переменная2	Переменная3	Переменная4	Функция
???	???	???	???	F
0	0			0
1				0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала– буква, соответствующая первому столбцу; затем– буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \to y$, зависящее от двух переменных x и y, и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	1
1	0	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y, а второму столбцу соответствует переменная x. В ответе нужно написать: yx.

Ответ: yxzw

[3] Проста

Логическая функция F задаётся выражением $((x \to y) \wedge (y \to w)) \vee (z \equiv (x \vee y))$.
Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F.
Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

Переменная1	Переменная2	Переменная3	Переменная4	Функция
???	???	???	???	F
1			1	0
1				0
	1		1	0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала– буква, соответствующая первому столбцу; затем– буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \to y$, зависящее от двух переменных x и y, и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	1
1	0	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y, а второму столбцу соответствует переменная x. В ответе нужно написать: yx.

Ответ: yxzw

Тип 15

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[5, 30]$ и $Q=[14, 23]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула

$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to \neg(x \in A)$ $= 1$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x).

$\forall x \in \mathbb{Z}: ((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to (x \in A) = 1$

1. Преобр формулу (смотрим на выражения):

$(x \in P) \equiv (x \in Q) \vee (x \in A) = 1$

$(x \in P) \equiv (x \in Q) = 1$
$x \in A = 1$

$(x \in P) \wedge (x \in Q) \vee \neg(x \in P) \wedge \neg(x \in Q) = 1$
$x \notin A = 1$

$a \equiv b = a \wedge b \vee \bar{a} \wedge \bar{b}$

a	b	$a \equiv b$	$a \wedge b$	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{a} \wedge \bar{b}$	$a \wedge b \vee \bar{a} \wedge \bar{b}$
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1

Есть множество P = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 ,20} и множество Q = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}. |P| = 10, |Q| = 10
Известно, что выражение

$(x \in P) \vee (x \in Q) \to (x \in A)$

тождественно истинно. Какова мощность множества A?

1. Упростим, если есть → ↳ ПО ПРАВИЛУ: $a \to b = \bar{a} \vee b$
2. Либо продумать дорожку для аналитического решения, либо думаем над пунктом

Аналитическое решение

$(x \in P) \wedge (x \in Q) \vee (x \in A) = 1$
$(x \in P) \wedge (x \in Q) = 1$
$x \in A = 1$

$x \notin P = 1$
$x \notin Q = 1$
$x \in A = 1$

Что если если $x \notin P$ и $x \notin Q$, то уж $x \in A$ мы точно не проверяем (на уже истинно)

$|A| = |P| + |Q| - |P \cap Q| = 10 + 10 - 2 = 18$

$P \cap Q = \{10, 20\}$

Ответ: 18

Логическая функция F задаётся выражением:
$(w \vee \bar{y}) \wedge (x \to z)$.
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F истинна.

???	???	???	???	F
???	1	???	???	1
???	1	1	???	1
???	1	1	1	1

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z, w. В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: zxwy

Логическая функция F задаётся выражением:
$((x \equiv y) \wedge (\bar{x} \to z)) \vee (x \equiv y)$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F ложна.

???	???	???	F
0	???	0	0
???	???	0	0

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z.

Ответ: zyx

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 11.

$$(348x5_{11}) + (4x111_{11})$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 11-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 8. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 8 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

"0..9A" → перевести все эти числа и подставить вместо x:
res = int(f"348{x}35", 11) + int(f"4{x}111", 11)

Ответ: 3232

Сколько значащих нулей содержится в троичной записи числа $9^{215} + 27^{65} - 81^{49}$?

(цифры в числе (пример: task1(1))

102	8		
−96	12	8	
6	8	1	8
	4	0	0
		1	

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 15:

$$123x_{15} + 1223_{15}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 15-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 14. Для найденного значения x вычислите частное от деления значений арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

В числе **12x643y$_{37}$** x и y обозначают некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием 37. Определите такие значения x и y, при которых приведённое число кратно 36, а число **yx**$_{37}$ имеет наибольшее возможное значение. В ответе запишите значение числа **yx**$_{37}$ в десятичной системе счисления.

$X_1 x_2 x_3 x_4 \ldots x_n$ $_a$ $= X_1 \cdot a^{n-1} + x_2 \cdot a^{n-2} + \ldots + x_n \cdot a^0 =$ число в 10-чной СС

result = 0
string = str(number)
for i in range(len(string)): — '12x643y7' ← по всем индексам надобно len(string)-1
result = result + string[i] · base

[1] Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует две команды: Вперёд n (где n-целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова и Налево m (где m-целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки. Запись Повторить k [Команда1 Команда2 ... Команда5] означает, что последовательность из 5 команд повторится k раз (k – целое число).
Черепаху был дан для исполнения следующий алгоритм:
Повторить 4 [Вперёд 12 Налево 270]
Поднять хвост
Повторить 3 [Вперёд 1 Налево 270 Вперёд 1 Налево 90]
Опустить хвост
Повторить 2 [Вперёд 8 Налево 270 Вперёд 12 Налево 270]]
Определите, сколько точек с целочисленными координатами будут находиться точно на контуре объединения фигур, нарисованных Черепахой при выполнении данной программы.

Ответ: 54

[2] Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 14.

$$3Ax\bar{D}11_{14} + 74x\bar{C}8_{14} + x8A63_{14}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 14-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 10. Для найденного x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 10 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Ответ: 236687

Разминка

[1] На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.
1. Строится двоичная запись числа N.
2. Далее эта запись обрабатывается по следующим правилам:
а) если число N дает остаток 0 или 1 при делении на 3, то к этой записи справа дописываются две первые цифры двоичной записи числа N;
б) если число N дает остаток 2 при делении на 3, то считается количество нулей в этой записи, это количество переводится в двоичную запись и дописывается в конец числа.
Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа R.
Например, для исходного числа $12_{10} = 1100_2$ результатом является число $1100112_2 = 51_{10}$, а для исходного числа $5_{10} = 101_2$ результатом является число $1012_2 = 11_{10}$.
Укажите минимальное число N, для которого искомое число R большее 122. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

[2] Вова составляет 4-буквенные слова из букв C, A, M, O, P, 3, B, И, T, E. Каждая из букв может встречаться в слове ровно один раз или не встречаться вовсе. Сколько различных слов может составить Вова?

[3] Исполнитель Панцирь получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Панцирь может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.
1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)
Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Панцирь. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».
Дана программа для исполнителя Панцирь:
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (*1) ИЛИ нашлось (*5) ИЛИ нашлось (*3)
ЕСЛИ нашлось (*1)
ТО заменить (*1, *353)
ИНАЧЕ ЕСЛИ нашлось (*5)
ТО заменить (*5, *)
ИНАЧЕ ЕСЛИ нашлось (*3)
ТО заменить (*3, 4*)
КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
На вход приведённой программе поступает строка, начинающаяся с символа "*", а затем содержащая 89 цифр 1, 25 цифр 5 и 74 цифры 3, расположенных в произвольном порядке. Определите количество цифр в строке, получившейся в результате выполнения программы. Так, например, если результат работы программы представлял бы собой строку, состоящую из 50 цифр 2, то верным