Алгебра логики

0 — ложь
1 — истина } манипулируем

Мы можем делать с ними разные вещи:

1) Отрицание "НЕ"; ¬; $\bar{A}$

$A=1 \to \bar{A}=0$

2) Конъюнкция "И"; &; ∧

$A \wedge B = 1$ т.и.т.,к. $A=B=1$

3) Дизъюнкция "ИЛИ"; |; ∨

$A \vee B = 0$ т.и.т.,к. $A=B=0$

4) Импликация (логическое следование) ⇒; →

A	B	A ⇒ B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

(из лжи следует что угодно)
(из истины следует только истина)

5) Эквивалентность ⇔; ≡

A	B	A ⇔ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$A=B$

6) XOR "исключающее или" ⊕; ^

A	B	A ⊕ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$A \neq B$

Преобразование логических функций

1) $\bar{\bar{A}} = A$

2) Приоритет: 1) отриц. 2) конъюнкция 3) дизъюнкция или и т.д
скобки вначале

3) З-ны де Моргана:

$\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$

$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$

4) Мы можем любую ф. представить через отрицание и ∨ или ∧

• $A \to B = \bar{A} \vee B$

• $A \Leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$

• $A \overset{\text{xor}}{\oplus} B = (A \vee B) \wedge (\overline{A \wedge B})$

A	B	A → B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	$\bar{A}$	$\bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

A	B	A ⇔ B	$A \wedge B$	$\bar{A} \wedge \bar{B}$	$(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1

$A \overset{\text{xor}}{\oplus} B = (A \vee B) \wedge (\overline{A \wedge B})$

A	B	A ^ B	$(A \vee B)$	$(\overline{A \wedge B})$	$(A \vee B) \wedge (\overline{A \wedge B})$
0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0

the same

5) Законы поглощения:

$A \vee (A \wedge B) = A$

$A \vee (A \wedge B) = (A \vee A) \wedge (A \vee B) = A$

$A \wedge (A \vee B) = A$

$A \wedge (A \vee B) = (A \wedge A) \vee (A \wedge B) = A$

6) $\bar{A} \vee A = 1$

7) $A \& \bar{A} = 0$

A	$\bar{A}$	$A \vee \bar{A}$
0	1	1
1	0	1

A	$\bar{A}$	$A \wedge \bar{A}$
0	1	0
1	0	0

$A \vee A$

$a(b+c) = ab + bc$
the same

пересечение нет

8) $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Упрости

лог. умн., т.к. 0·0=0, 0·1=0, и только 1·1=1.

$$\begin{array}{r} \times\ 10110 \\ 10110 \\ \hline 10111 \\ 10111 \\ \hline 111111100 \end{array}$$

а) $\overline{(A \to C)} \wedge C$; $= (\bar{A} \wedge C) \wedge C = (A \wedge \bar{C}) \wedge C = A \wedge \bar{C} \wedge C = 0$

Моргана

б) $(A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$; $= (A \wedge \bar{A}) \wedge B \vee B = 0 \wedge B \vee B = 0 \vee B = B$

$= (A \vee B) \wedge (\overline{A \wedge B}) = A \wedge B$

A	B	$A \vee B$	$A \wedge B$	$\overline{A \wedge B}$	$(A \vee B) \wedge (\overline{A \wedge B})$
0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0

1) $A \to (B \wedge C)$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \to (B \wedge C)$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

2) $(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B}) = F$

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$A \wedge B$	$\bar{A} \wedge \bar{B}$	F
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1

Упростить:

$F = \bar{A} \vee A \vee \overline{B \vee B} = \bar{A}$

$F = (\overline{\bar{A} \vee B}) \vee (\overline{A \vee B}) = \bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{A} \vee \bar{B} = \bar{A}$

$F = (B \& \bar{A}) \vee (C \& \bar{B}) = B \vee \bar{A} \vee \bar{C} \vee \bar{B} = \bar{B} \vee \bar{A} \vee \bar{C}$

$F = A \& \bar{C} \vee C \& (B \vee \bar{C}) \vee (A \vee \bar{B}) \& C = A \& \bar{C} \vee C \& B \vee C \& \bar{C} \vee A \& C \vee \bar{A} \& C =$
$= A \& \bar{C} \vee A \& C \vee C \& B \vee \bar{B} \& C = A \& (\bar{C} \vee C) \vee C \& (B \vee \bar{B}) = A \& 1 \vee C \& 1 = A \vee C$

$F = A \& (D \& (\bar{A} \vee \bar{C} \& B \vee D) \vee A \& \bar{C}) \vee \bar{A} \& B \& C) \& C =$
$= A \& (D \& \bar{A} \vee D \& \bar{C} \& B \vee D \& D) \vee A \& \bar{C} \vee \bar{A} \& B \& C) \& C =$
$= A \& (D \& \bar{A} \vee D \& \bar{C} \& B \& A \vee A \& D \vee D \& A \& \bar{C} \vee \bar{A} \& B \& C) \& C =$
$= (A \& D \& \bar{A} \vee D \& \bar{C} \& B \& A \vee A \& D \vee D \& A \& \bar{C} \vee \bar{A} \& B \& C) \& C =$
$= (0 \& D \vee A \& \bar{C} \& D \vee A \& D \vee A \& \bar{C} \vee D \& A \& B \& C) \& C =$
$= (A \& B \& \bar{C} \& D \vee A \& D \vee A \& \bar{C}) \& C =$
$= A \& B \& D \& \bar{C} \& C \vee A \& D \& C \vee A \& \bar{C} \& C = A \& D \& C$

$A \cdot ((D \cdot \bar{A} + D \cdot \bar{C} \cdot B + D \cdot D)) + A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C) \cdot C$

& = · V = +

1) $X \& Y \vee X \& \bar{Y} \& Z \vee \bar{Y} \& X \& \bar{Z} \vee X \& \bar{Z} =$
$= X \cdot Y + X \cdot \bar{Y} \cdot Z + \bar{Y} \cdot X \cdot \bar{Z} + X \cdot \bar{Z} = X \cdot Y + X \cdot \bar{Y} \cdot (Z + \bar{Z}) + X \cdot \bar{Z} =$
$= X \cdot Y + X \cdot \bar{Y} + X \cdot \bar{Z} = X \cdot (Y + \bar{Y}) + X \cdot \bar{Z} = X + X \cdot \bar{Z} =$
$= X \cdot (1 + \bar{Z}) = X$

$1 + A = 1$ | $A \vee 1 = 1$
$0 \cdot A = 0$ | $A \& 0 = 0$

A	$A \vee 1$	$A \& 0$
0	1	0
1	1	0

$((X \vee Y) \& \bar{X}) \vee (\overline{(X \vee Y) \& \bar{X}}) =$
$= ((X + Y) \cdot \bar{X}) + (\overline{(X+Y) \cdot \bar{X}}) = (X \cdot \bar{X} + Y \cdot \bar{X}) + (\bar{X} \cdot \bar{Y} + X) =$
$= 0 + Y \cdot \bar{X} + 0 = Y \cdot \bar{X}$

Логическая функция F задаётся выражением $(\bar{x} \vee y) \wedge z$. ((not x) or y) and z
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z.

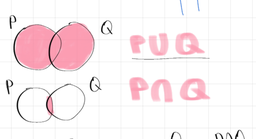
???	???	???	F
1	1	0	1
0	1	0	1
1	1	1	1

Ответ: y z x

for x in range(2):
for y in range(2):
for z in range(2):

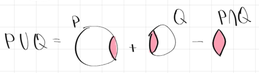
x	y	z
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1

y z x



P∪Q

P∩Q




```
print("x y z")
for x in range(2):
    for y in range(2):
        for z in range(2):
            F = (not x) or y) and z
            if F == 1:
                print(x, y, z)
```

```
print (x, y, z)
for x in range(2):
    for y in range(2):
        for z in range(2):
            F = (not z) or x and (not y)
            if F == 1:
                print (x, y, z)
```

создали перем. внутри цикла

x	y	z
0	1	0
1	0	0
1	0	1
1	1	0

Логическая функция F задаётся выражением:
$\bar{z} \vee x \wedge \bar{y}$.
На рисунке приведен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна.

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
??? x	??? y	??? z	F
1	0	0	1
0	1	0	1
1	0	1	1

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z.
В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу, затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: xyz

Логическая функция F задаётся выражением:
$(x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{z})$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F.

???	???	???	F
1	0	0	1
1	0	1	1

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z.

Ответ: xzy

Логическая функция F задаётся выражением:
$(z \equiv x) \vee (\bar{y} \wedge x)$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F.

???	???	???	F
0	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	0

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z.

Ответ: xyz

Логическая функция F задаётся выражением $y \vee (x \wedge w) \vee (w \equiv z)$.
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F ложна.

???	???	???	???	F
???	0	0	???	0
1	1	0	???	0
1	???	???	0	0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных x,y,w,z. В ответе напишите буквы x,y,w,z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: zxyw

$A \to B = \bar{A} \vee B$

Логическая функция F задаётся выражением
$(y \equiv (z \vee x)) \vee ((z \to w) \wedge (x \to z))$.
$\bar{z} \vee w$ $\bar{x} \vee z$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F ложна.

??? x	??? y	??? z	??? w	F
1	0	0	1	0
0	0	0	1	0
1	0	1	0	0

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z, w.

Ответ: xywz

Логическая функция F задаётся выражением:
$(w \vee \bar{y}) \wedge \overline{(x \to z)}$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F истинна.

$\overline{x \to z} = not\ x\ or\ z = x\ and\ not\ z$

??? x	??? y	??? z	??? w	F
?0	1	0	?0	1
?0	1	1	?0	1
?0	1	0	1	1

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z, w. В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: xzyw

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение
$F = (69 \neq y + 2x) \vee (A < x) \vee (A < y) = 1$.
тождественно истинно (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x и y)?

1. Аналитически:
69 ≠ y+2x y+2x = 69
A < x
A < y
..... дальше думаешь
найти max A, при кот ∀x,y > 0 : F = 1

2. Через код: пошка
↳ перебираем A, ищем подходящие
↳ для пробуем A перебираем x и y
F = (из условия)
если F = 0, то A точно не подходит
↳ пробуем взять, смотрим другое A
если мы не прервались из range, то
A подходит → выводим

1 Аналитически:

Логическая функция F задаётся выражением (x ∨ y) → (z ≡ x).
Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F.
Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z.

Переменная1	Переменная2	Переменная3	Функция
???	???	???	F
	0	0	0
	0		0

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала— буква, соответствующая первому столбцу; затем— буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение x → y, зависящее от двух переменных x и y, и фрагмент таблицы истинности:

Переменная1	Переменная2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y, а второму столбцу соответствует переменная x. В ответе нужно написать: yx.

X	Y	Z
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	0

Ответ: xzy

12 Аналитически:

Логическая функция F задаётся выражением (x ≡ z) ∨ (x → (y ∧z)).
Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F.
Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z.

Переменная1	Переменная2	Переменная3	Функция
???	???	???	F
0	0		0
1			0

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала— буква, соответствующая первому столбцу; затем— буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение x → y, зависящее от двух переменных x и y, и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y, а второму столбцу соответствует переменная x. В ответе нужно написать: yx.

Ответ: yzx

13 Прога

Логическая функция F задается выражением (x ∧ ¬y) ∨ (y ≡ z) ∨ ¬w. На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий все наборы аргументов, при которых функция F ложна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных w, x, y, z. Все строки в представленном фрагменте разные.

Перен.1	Перен.2	Перен.3	Перен.4
???	???	???	???
	0		
1	0		0
1		0	0

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (без разделителей).

Ответ: wzyx

14 Прога

Логическая функция F задается выражением ((x → y) ∧ (y → w)) ∨ (z ≡ (x ∨ y)).
Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F.
Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

Переменная1	Переменная2	Переменная3	Переменная4	Функция
???	???	???	???	F
1			1	0
1				0
	1		1	0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала— буква, соответствующая первому столбцу; затем— буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение x → y, зависящее от двух переменных x и y, и фрагмент таблицы истинности:

Переменная1	Переменная2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y, а второму столбцу соответствует переменная x. В ответе нужно написать: yx.

Ответ: yzx

Тип 15

На числовой прямой даны два отрезка: P=[5, 30] и Q=[14, 23]. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула
((x ∈ P) ≡ (x ∈ Q)) → ¬(x ∈ A) = 1
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

$a \to b = \bar{a} \vee b$

$\forall x \in \mathbb{Z}: ((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to (x \in A) = 1$

1. Преобр формулу в систему/совокупность:

$\overline{(x \in P) \equiv (x \in Q)} \vee (x \in A) = 1$

$(x \in P) \equiv (x \in Q) = 1$
$x \in A = 1$

$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \vee (x \notin P) \wedge (x \notin Q) = 1$
$x \notin A = 1$

$a \equiv b = ab \vee \bar{a}\bar{b}$

a	b	$a \equiv b$	ab	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{a}\bar{b}$	$ab \vee \bar{a}\bar{b}$
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1

Есть множество P = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 ,20} и множество Q = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}. |P| = 10, |Q| = 10
Известно, что выражение
$(x \in P) \vee (x \in Q) \vee (x \in A)$
тождественно истинно. Какова мощность множества A?
min long
кол-во эл-тов в множестве

1. Упростим, если есть →
↳ ПО ПРАВИЛУ : $a \to b = \bar{a} \vee b$
2. Либо продолжим упрощать для аналитического решения, либо думаем над пошкой

А1 Аналитическое решение

$\overline{(x \in P)} \wedge (x \in Q) \vee (x \in A) = 1$

$\overline{(x \in P)} \wedge (x \in Q) = 1$
$x \in A = 1$

$x \notin P = 1$
$x \notin Q = 1$
$x \in A = 1$

Всегда истинно:

то есть если $x \notin P$ и $x \notin Q$, то уд. $x \in A$ мы даже не проверяем его (он уже истинен)

ество P = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 ,20} и
о Q = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}.
значит, условие x∈A пров. и на x, и на y.
x∈P или x∈Q
т.е. условие было истинно при ∀x, поэтому, чтобы A = P∪Q
|A| = |P| + |Q| − |P∩Q| = 10 + 10 − 2 = 18
P∩Q = {10, 20}

Ответ: 18

Логическая функция F задаётся выражением:
$(w \vee \bar{y}) \wedge \overline{(x \to z)}$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F ложна.

???	???	???	???	F
0	???	0	0	
???	???	0	0	

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z, w. В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Ответ: zxyw

Логическая функция F задаётся выражением:
$((y \vee z) \to x) \vee (x \equiv y)$
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки, при которых функция F ложна.

???	???	???	F
0	???	0	0
???	???	0	0

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z.

Ответ: zyx

Система счисления:

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 11.
$(248x5_{11}) + (4z111_{11})$
В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 11-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 8. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 8 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

"0..9A" ← перебрать все эти числа и подставить вместо x:
res = int(f"248{x}35", 11) + int(f"4{z}111", 11)

Ответ: 8292

Сколько значащих нулей содержится в троичной записи числа $9^{215} + 27^{65} - 81^4$?

нулей в числе (пример: task1())

102 | 8
−96 | 12 | 8
6 | 8 | 1 | 8
4 | 0 | 0
1

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 15:
$123x5_{15} + 1x233_{15}$
В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 15-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 14. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

В числе **12x643y7$_{37}$** x и y обозначают некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием 37. Определите такие значения x и y, при которых приведённое число кратно 36, а число **yx$_{37}$** имеет наибольшее возможное значение. В ответе запишите значение числа **yx$_{37}$** в десятичной системе счисления.

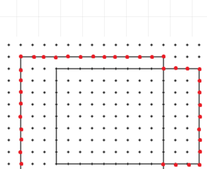
$\overline{x_1 x_2 x_3 x_4 \ldots x_n}_a = x_1 \cdot a^{n-1} + x_2 \cdot a^{n-2} + \ldots + x_n \cdot a^0 = \text{кол}$
в 10-чной СС

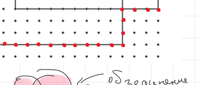
result = 0
string = str(number) '12x643y7'
for i in range(len(string)): ← по всем индексам пойдем
result = result + string[i] · base len(string) − i

1

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует две команды: Вперёд n (где n-целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова и Налево m (где m-целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки. Запись Повторя k [Команда1 Команда2 … КомандаS] означает, что последовательность из S команд повторится k раз (k – целое число).
Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм:
Повтори 4 [Вперёд 12 Налево 270]
Поднять хвост
Повтори 3 [Вперёд 1 Налево 270 Вперёд 1 Налево 90]
Опустить хвост
Повтори 2 [Вперёд 8 Налево 270 Вперёд 12 Налево 270]]
Определите, сколько точек с целочисленными координатами будут находиться точно на контуре объединения фигур, нарисованных Черепахой при выполнении данной программы.

Ответ: 54





2

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 14.
$3AxD11_{14} + 74xC8_{14} + x8A63_{14}$
В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 14-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 10. Для найденного x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 10 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Ответ: 238687

Система счисления

в такой-то СС сколько каких-то цифр содержится?

$2^{43} + 2^{14} + 2?$

Сколько цифр, отличных от нуля, в четверичной записи числа $2^{43} + 2^{14} + 2$?

Через Python

{0, 1, 2, 3}

1. Смотрим, что от нас хотят (int — целое число в Python) → Python
number = 2**43 + 2**14 + 2

2. Переводим в нужную СС и считаем цифры:
count = 0 (т.к. в задаче надо сосчитать цифры)
Пока число > 0:
↳ берем остаток от дел. на основание СС
через остаток цифр числа в отдельной записи
↳ если эта цифра подх. по критерию, то увелич. счетчик
↳ запоминаем рез. целочисл. деления числа

255₁₀ =
255 | 2 (результат деления с остатком 255 на 2)
254 | 127 | 2 (255/2)
1 (остаток деления с остатком 255 на 2)
(255 % 2)

3. Вывести счетчик подход. цифр

На Python:
base = 4
number = 2**43 + 2**14 + 2
correct = 0 # счетчик подход. цифр
while number > 0:
ex = number % base # текущ. цифра (взятие остатка от дел.)
if ex != 0: # если подходит по крит.
correct += 1
number = number // base (част. от дел. с ост.)
print(correct)

number
16 | 5
15 | 3
1
подходит?
Нет

$16_{10} \to ___5$
16 | 5
15 | 3 | 5
1 | 0 | 0
3

По демоверсии ЕГЭ 2023.
Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 4. (пров. | в чьем рт | осн. СС)
$\text{number} = 20x3_4 + 1x32_4$
В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 4-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 3. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 3 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Суть: найти такое x в указанной СС, при кот. number кратно числу из условия
↳ в ответ записать частное от деления

преобр. к целому числу
int(строка, в кот. хранится выражение, осн. СС)
↳ получится результат в 10-чной СС

3. Перебрать все x: (все цифры в СС, осн. СС)
целое число
for x in range(base): {0, ..., base−1}
4: {0,1,2,3}
3: {0,1,3}

2. Подст. x в выражение:
number = int(f"20{x}3", base) + int(f"1{x}32", 4)
↳ "2013" (перем. вырем. внутрь строки вне f"abcd")
str — список символов
неизменяемый

Тип 16

Тогда первому столбцу соответствует переменная y, а второму столбцу соответствует переменная x. В ответе нужно написать: yx.

Ответ: yzx

Тип 18

На числовой прямой даны два отрезка: P=[5, 30] и Q=[14, 23]. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула
((x ∈ P) ≡ (x ∈ Q)) → ¬(x ∈ A) = 1
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

$a \to b = \bar{a} \vee b$

$\forall x \in \mathbb{Z}: ((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to (x \in A) = 1$

1. Преобр формулу в систему/совокупность:

$\overline{(x \in P)} \equiv (x \in Q) \vee (x \in A) = 1$

$(x \in P) \equiv (x \in Q) = 1$
$x \in A = 1$

$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \vee (x \notin P) \wedge (x \notin Q) = 1$
$x \notin A = 1$

$a \equiv b = ab \vee \bar{a}\bar{b}$

a	b	$a \equiv b$	ab	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{a}\bar{b}$	$ab \vee \bar{a}\bar{b}$
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1

Есть множество P = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 ,20} и множество Q = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}. |P| = 10, |Q| = 10
Известно, что выражение
$(x \in P) \vee (x \in Q) \vee (x \in A)$
тождественно истинно. Какова мощность множества A?
min long
кол-во эл-тов в множестве

1. Упростим, если есть →
↳ ПО ПРАВИЛУ : $a \to b = \bar{a} \vee b$
2. Либо продолжим упрощать для аналитического решения, либо думаем над пошкой

А1 Аналитическое решение

$\overline{(x \in P)} \wedge (x \in Q) \vee (x \in A) = 1$

$\overline{(x \in P)} \wedge (x \in Q) = 1$
$x \in A = 1$

$x \notin P = 1$
$x \notin Q = 1$
$x \in A = 1$

Всегда истинно:

то есть если $x \notin P$ и $x \notin Q$, то уд. $x \in A$ мы даже не проверяем его (он уже истинен)

ество P = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 ,20} и
о Q = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}.
значит, условие x∈A пров. и на x, и на y.
x∈P или x∈Q
т.е. условие было истинно при ∀x, поэтому, чтобы A = P∪Q
|A| = |P| + |Q| − |P∩Q| = 10 + 10 − 2 = 18
P∩Q = {10, 20}

Ответ: 18

Логическая функция F задаётся выражением $(\bar{x} \vee y) \wedge z$. ((not x) or y) and z
Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z.

???	???	???	F
1	1	0	1
0	1	0	1
1	1	1	1

Ответ: yzx

for x in range(2):
for y in range(2):
for z in range(2):

x	y	z
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1

y z x