Universidade de São Paulo (USP)
Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Atuária (FEA)
Professor Leandro Maciel

EAD0830 - IA e ML Aplicados a Finanças

Lista de Treinamento 1

Questão 1. Realize as seguintes operações no R e entenda o resultado:

i. $4 \times (\frac{2}{5} - 7)$

ii. $12 - 5800 \times (4 \times 0,2 - 18 + 12 \times 0,11)$

iii. $\frac{99}{12} - 6726 \times \frac{56}{0.293} + 15$

iv. $y \times 256 - \frac{(45 \times 40.9 + 2)}{763 \times 0.4}$, com $y = \frac{42}{17}$

v. $\frac{x^{2\times 0.5+4}}{32 - 4 \times 0.6}$, com $x = 56 - 0.1 \times \frac{12}{-0.9}$

vi. $\frac{12 \times 8 - 0.5 \times 7625}{4 \times 2 + 6 \times 8 - 56}$

vii. $56^{4-2\times 0.6} \times 12^{-12\times 0.227-1} \times \frac{-0.762}{9^{12\times 1-8}}$

viii. $234 - \frac{12 - 4i}{0.6 \times 12 - 9}$

Obs.: exponenciação no R é realizada por meio do operador "$\wedge$" (circumflexo), portanto, para operar 2^4, fazemos: $> 2 \wedge 4$.

Questão 2. Crie os seguintes vetores e matrizes no R:

i. $v = [-3, 4, 0.5, 12, 45]$

ii. $u = [-0.1, 0.34, 93, 2, 1, 0, 4]$

iii. $t = [8, -0.9, 10, 3, -1]$

iv. $p = [3, 4, -3, -4, 0, 1]$

v. $X = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & 13 \\ -0.9 & 5 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

vi. $Z = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \\ -1 & -3 & -7 \\ 6 & 0.4 & -9 \\ 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$

vii. $W = \begin{bmatrix} -2 & 8 & 10 & 0 & -1 \\ 3 & 8 & 12 & 31 & -8 \\ 0.4 & 32 & 10 & -2 & -2 \\ 0.9 & -66 & 12 & 98 & 0 \\ 9 & -7 & 0.22 & 4 & -33 \end{bmatrix}$

viii. $K = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 0 \\ 14 & 10 \\ 0.5 & -44 \end{bmatrix}$

ix. $G = \begin{bmatrix} -3 & 8 & 0.3 \\ 19 & 13 & -17 \\ 0.1 & 0.2 & -0.3 \end{bmatrix}$

Questão 3. Com base nas variáveis criadas na questão 2, realize as seguintes operações, elemento a elemento:

i. $t \times v$

ii. u/u

iii. $t \times p - v$

iv. $X \times Z$

v. W^2

vi. $Z \times Z$

Questão 4. Com base nas variáveis criadas na questão 2, realize as operações vetoriais/matriciais abaixo. Em caso de não realização da operação, entenda a motivação do erro. Além disso, os subscritos "T" e "-1" indicam matriz/vetor transposta e inversa, respectivamente. I_n indica a matriz identidade de ordem n. Em caso de erro, entenda a motivação para tal.

i. vu

ii. vv (produto interno)

iii. vp^T

iv. XX^T

v. ZG

vi. $G^{-1}G$

vii. $K^{-1}G$

viii. v^TW

ix. $WW^{-1} - I_5$

x. $(XK)^{-1}$

Questão 5. Com base nas variáveis criadas na questão 2, pede-se:

i) calcule o determinante das matrizes W, K e G.

ii) crie uma variável que guarde os elementos da segunda e terceira linhas de Z para todas as colunas.

iii) crie uma variável que guarde o elemento da terceira linha e quarta coluna de W.

iv) crie uma variável que guarde os elementos de W que são divisíveis por 4.

v) crie uma variável que guarde o resto da divisão dos elementos de G por 2.

vi) crie uma variável que guarde o inteiro da divisão dos elementos de Z por 4.

Questão 6. Considere o seguinte sistema linear de equações:

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 4x_4 = -10 \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 - x_4 = 11 \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 + x_4 = -2 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases}$$

Sabemos que qualquer sistema linear pode ser representado em sua forma matricial: $Ax = b$, em que A é a matriz dos coeficientes associados às incógnitas (x_1, x_2, x_3, x_4), de ordem 4×4, x o vetor das incógnitas, de ordem 4×1, e b o vetor dos componentes exógenos, também de ordem 4×1, ou seja, os elementos à direita da igualdade. Dessa forma, sua solução do sistema, $\hat{x}$, pode ser obtida pela resolução da expressão $\hat{x} = A^{-1}b$, em que A^{-1} é a matriz inversa de A. Note que o sistema é possível e determinado, SPD, i.e. tem solução e essa solução é única, se o determinante de A é diferente de zero (A possui inversa). Pede-se: i) construa a matriz A e o vetor b; ii) verifique se o sistema é SPD; iii) escreva o código para determinar a solução do sistema em sua forma matricial; iv) verifique se a solução satisfaz o sistema, ou seja, se $A\hat{x} = b$.