

2015/5/28
10:30~12:00

学生証番号_____

名前_____

数理計画と最適化 試験

※手書きのノートのみ持ち込み可。

※試験問題は、持ち帰らないでください。かならず解答と一緒に提出してください。

※解答用紙は3枚あります。1番の問題を1枚目の表、2、3番の問題を1枚目の裏、4番の問題を2枚目の表、5番の問題を2枚目の裏に解答してください。

※11時までは、終わった場合、試験を放棄する場合でも退室を認めません。その後は、問題用紙、答案用紙を提出の上退出して結構です。

1. パソコンを、自作で組み立てたい。ハードディスクとメモリーの容量を決めるが、メモリーとハードディスク（H D）をそれぞれどの程度搭載するか決めたい。
 - ・メモリーは2GB以上必要。
 - ・H Dは100GB以上、1,000GB(1TB)以下。
 - ・メモリーは1GBあたり2千円、H Dは100GBあたり2千円で、価格は量に比例する。
 - ・メモリーとH Dの価格の合計を3万円以下にしたい。
 - ・満足度はメモリー1GBあたり2、H D 100GBあたり3とする。満足度を最大化したい。
- (a) これを、ハードディスクの量とメモリーの量を連続変数とした線形計画問題として記述せよ。(変数をどう設定するかは自由)
- (b) それを標準形になおせ。
- (c) シンプレックス法を用いてこれを解け（途中のシンプレックス表を書くこと）。初期値は適当に選んでよい。
- (d) 上のシンプレックス法で通った基底解（初期解を含む）において、Kuhn Tucker条件を満足するかどうかを調べよ。ただし、Kuhn Tucker条件を考える際は、標準形に直す前の問題に対して最大化問題を最小化問題に直し、不等号制約条件はそのまま用いよ。
- (e) 実際のパソコンの設計問題は、このような簡単な定式化にはならないと思われる。その理由として考えられる要因を、3つあげよ。

2. 以下の非線形計画の問題を考える。

$$f(x_1, x_2) = (x_1)^4 + (x_2)^2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 \geq 3$$

- (a) ペナルティ法で解く際の、内点法、外点法の関数を示せ。(パラメータ h は記号のままでよい)
- (b) $(x_1, x_2) = (2, 2)$ を初期値として、内点法の関数を用いて共役勾配法で解く際の、最初のサーチ方向を示せ。(パラメータ $r=1$ とする)
- (c) $(x_1, x_2) = (1, 1)$ を初期値として、外点法の関数を用いて共役勾配法で解く際の、最初のサーチ方向を示せ。(パラメータ $r=1$ とする)

3. 以下の1変数関数の最小化問題を数値的に解きたい。

$$f(x) = x^2 - 9x + 1 \rightarrow \text{最小化}$$

- (a) まず、解の存在する範囲をおおまかに絞りたい。0から2刻みでBracket法を適用し、解の範囲を絞れ。刻み幅を細かくするステップは行わないでよい。
- (b) 次に、2分割法を用いて解の範囲をさらに絞り込む。上記で求めた範囲に対して、解析的に導いた微分を用いて、最終的に範囲の幅が1になるまで反復させよ。
- (c) Newton法を収束するまで適用して、それぞれのステップで解を示せ。初期値は適当に選んでよい。なぜその反復回数になるか、Newton法の理論面から理由を述べよ。

4. 以下の問題に対して、式を使わないでそれぞれ1, 2行の言葉で簡潔に記述せよ。

- (a) 状態変数と設計変数の違い。
- (b) 線形計画問題の列挙法とはどのような手法か。
- (c) Lagrangeの未定乗数法とはどのような手法か。
- (d) 最急降下法とはどのような手法か。
- (e) 黄金分割法とはどのような手法か。
- (f) SQP法とはどのような手法か。
- (g) パレート解とは何か。
- (h) 遺伝的アルゴリズム(GA)における選択とは何か。
- (i) 粒子群最適化(PSO)とはどのような手法か。

5. 以下の文が、正しければ○、間違っていれば×を書け。問題文があいまいで複数の解釈が可能な場合、その理由を横に書いておくことと出題者の意図と違う解答であっても正解にする事もある。

- (a) 数理計画法は、もともとドイツ軍がUボートを効率よく運用するために開発された。
- (b) 最適化問題のうち、目的関数が線形で、制約条件が非線形なものは、非線形計画問題に属する。
- (c) 工学的に現れる関数は必ず微分が連続である。
- (d) システムを最適化するには、各種の最適化手法を用いた後にシステムをモデル化する。
- (e) 行列に逆行列が存在するときには、一般逆行列は逆行列に一致する。
- (f) 行列が正方行列でなくても、特異値分解は可能である
- (g) 線形計画問題の列挙法は多項式オーダーで解く事が可能なアルゴリズムである。
- (h) シンプレックス法は多項式オーダーで解く事が可能なアルゴリズムである。
- (i) 設計変数が離散的に変化する問題は非線形計画法を用いて解くことができる。
- (j) 共役勾配法は、任意の非線形計画問題に対し、設計変数の数と同じ反復回数で収束する。
- (k) 最適解は必ずしも可能解であるとは限らない。
- (l) 線形計画問題においては、可能解が存在すれば基底解の中に最適解が必ず存在する。
- (m) 線形計画法では、最適解が存在すればそれはグローバルな最適解である。
- (n) 非線形計画法においては、求められた解がグローバルな最適解であるとは限らない。
- (o) 線形計画法の一般形は、常に標準形に変換することが可能である。
- (p) 非線形計画法のプログラムを使って線形計画法の問題を解くことはできるが、逆はできない。
- (q) 一般に非線形計画法では、0次法より、1次法、1次法より2次法と、高次の微係数を用いた方法の方がより早く、安定に収束する。
- (r) 制約なしの最適化問題の場合、共役勾配法の方が最急降下法より常に収束が早い。
- (s) 準ニュートン法は、関数の2階の微係数を解析的に求める方法である。
- (t) SQP法は、多くの場合SLPより早く収束するが、必要なメモリー量は多い。
- (u) 非線形計画法の解法であるSLP法は、各ステップで線形計画法を用いる。
- (v) Karush Kuhn Tucker条件はある解が最適解であるための必要十分条件である。
- (w) 元総理の鳩山由紀夫氏は数理計画法の研究で博士号をとった。
- (x) オリビア・ニュートン・ジョンが考案した手法をジョン（準）ニュートン法という。
- (y) 粘菌は迷路の問題を解くことできるのは粘菌が知性を持って考えているからである。