

2014/5/22  
10:30~12:00

学生証番号\_\_\_\_\_

名前\_\_\_\_\_

## 数理計画と最適化 試験

※手書きのノートのみ持ち込み可。

※試験問題は、持ち帰らないでください。かならず解答と一緒に提出してください。

※解答用紙は3枚あります。1番の問題を1枚目の裏表、2番の問題を2枚目の裏表、3番の問題を3枚目の表、4番の問題を3枚目の裏に解答してください。

※11時までは、終わった場合、試験を放棄する場合でも退室を認めません。

1. 以下の線形計画問題を考える。

$$\begin{aligned} f &= 3x_1 + 2x_2 && \rightarrow \text{最大化} \\ 2x_1 + x_2 &\leq 10 \\ x_1 + x_2 &\leq 8 \\ 0 \leq x_1 &\leq 4 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(a) これを標準形になおせ。

(b) シンプレックス法を用いてこれを解け（途中のシンプレックス表を書くこと）。ただし、初期値として  $(x_1, x_2) = (0, 0)$  からスタートせよ。

(c)  $(x_1, x_2)$  平面にこの問題の可能領域を示し、(b)で通った探索経路を図示せよ。

(d) 上のシンプレックス法で通った基底解（初期解を含む）において、Kuhn Tucker条件を満足するかどうかを調べよ。ただし、Kuhn Tucker条件を考える際は、元の問題に対して最大化問題を最小化問題に直し、不等号制約条件はそのまま用いよ。

2. 以下の1変数関数の最小化問題を数値的に解きたい。感度は解析的に（手計算で微分して）与えてよい。

$$f(x) = 2(1-x)^2 + 3x \rightarrow \text{最小化}$$

- (a) 初期範囲として[0, 1]を用い、黄金分割法の反復を2回適用することにより、解の存在する範囲を絞り込め。ただし、黄金分割比  $\tau = 0.618\dots$  は数値でなく記号として用いてよい。  
（ヒント：  $\tau^2 = 1 - \tau$  を使うと、式を簡単にできる。）
- (b) 初期範囲として[0, 2]を用い、2分割法の反復を2回適用することにより、解の存在する範囲を絞り込め。
- (c) Newton法の反復を2回適用せよ。初期値は自由に与えてよい。

3. 以下の問題に対して、式を使わないでそれぞれ1, 2行の言葉で簡潔に記述せよ。

- (a) 一般化逆行列とは何か。
- (b) シンプレックス法とはどのような手法か。
- (c) 局所的な最適解とは何か。
- (d) 共役勾配法とはどのような手法か。
- (e) SLP法とはどのような手法か。
- (f) パレート解とは何か。
- (g) 遺伝的アルゴリズム(GA)では、なぜ突然変異を行う必要があるか。
- (h) 粒子群最適化(PSO)とはどのような手法か。

4. 以下の文が、正しければ○、間違っていれば×を書け。問題文があいまいで複数の解釈が可能な場合、その理由を横に書いておくとは出題者の意図と違う解答であっても正解にする事もある。
- (a) 最適化問題のうち、目的関数が線形で、制約条件が非線形なものは、非線形計画問題に属する。
  - (b) 工学的に用いる関数は必ず微分が連続である。
  - (c) システムを最適化するには、各種の最適化手法を用いた後にシステムをモデル化する。
  - (d) 行列に逆行列が存在するときには、一般逆行列は逆行列に一致する。
  - (e) シンプレックス法は多項式オーダーで解く事が可能なアルゴリズムである。
  - (f) 二段階シンプレックス法はシンプレックス法では解くことが困難な大規模システムの問題を解く際に用いられる。
  - (g) 設計変数が離散的に変化する問題は非線形計画法を用いて解くことができる。
  - (h) 共役勾配法は、任意の非線形計画問題に対し、設計変数の数と同じ反復回数で収束する。
  - (i) 最適解は必ず可能解であるとは限らない。
  - (j) 線形計画問題においては、可能解が存在すれば基底解の中に最適解が必ず存在する。
  - (k) 非線形計画法においては、求められた解がグローバルな最適解であるとは限らない。
  - (l) 線形計画法の一般形は、常に標準形に変換することが可能である。
  - (m) 非線形計画法のプログラムを使って線形計画法の問題を解くことはできるが、逆はできない。
  - (n) 一般に非線形計画法では、0次法より、1次法、1次法より2次法と、高次の微係数を用いた方法の方がより早く、安定に収束する。
  - (o) ペナルティー法の内点法を用いる場合、初期解は可能解でなくてもよい。
  - (p) KT条件は、Kuhnという人とTuckerという人が発見したが、Kuhnの方がその発見により貢献したことから、KKT条件と呼ぶことがある。
  - (q) GNU Octaveは、無料で使ってよいが、ソースコードは公開されていない。
  - (r) 菅直人は、スタンフォード大学で数理計画法の研究により博士号を得た。
  - (s) ニュートン法を考案したニュートンは、万有引力のニュートンの孫である。
  - (t) 人生の最適設計問題においては、設計変数が108個ある。