

原子核工学II

高橋 浩之・石川 顕一

Hiroyuki Takahashi and Kenichi L. Ishikawa

東京大学 工学系研究科 原子力国際専攻／工学部 システム創成学科

〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1

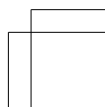
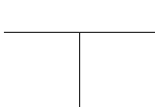
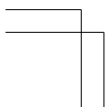
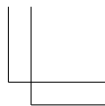
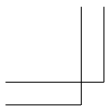
高橋 浩之：TEL: 03-5841-****; FAX: 03-5841-****

Email: leo@n.t.u-tokyo.ac.jp

石川 顕一：TEL: 03-5841-****; FAX: 03-5841-****

Email: ishiken@atto.t.u-tokyo.ac.jp

平成 27 年 4 月 28 日版原稿

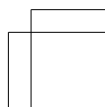
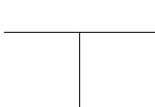
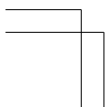
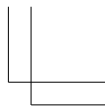
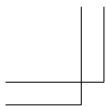


目 次

1	放射性壊変	1
1.1	放射性壊変の基礎	1
1.1.1	壊変の法則	1
1.1.2	放射性壊変の種類	2
1.1.3	壊変図式	6
1.2	α 壊変	7
1.2.1	α 壊変の Q 値	7
1.2.2	α 壊変の特徴	8
1.2.3	α 壊変の理論	10
1.3	β 壊変	13
1.3.1	β 壊変と軌道電子捕獲におけるエネルギー放出	13
1.3.2	Fermi (フェルミ) の β 壊変の理論	14
1.3.3	2重 β 壊変	17
1.3.4	パリティ非保存	17
1.3.5	ミューオンの壊変	19
1.4	γ 線の放出	20
1.4.1	γ 線放出のエネルギー論	20
1.4.2	多重極展開	22
1.4.3	寿命と選択則	25
1.4.4	内部転換	28
1.4.5	Mössbauer (メスバウアー) 効果	31
2	放射性核種と放射線	39
2.1	放射能と放射性同位元素	39
2.2	放射線の種類	41

2.3	天然放射性核種	42
2.3.1	壊変系列を作る天然放射性核種	42
2.3.2	壊変系列を作らない天然放射性核種	44
2.3.3	天然誘導放射性核種	44
3	放射線と物質の相互作用	51
3.1	重荷電粒子と物質の相互作用	51
3.1.1	阻止能と Bethe の式	51
3.1.2	Bragg 曲線と飛程	54
3.1.3	空間分布	55
3.2	電子・陽電子と物質の相互作用	57
3.3	光子と物質の相互作用	60
3.3.1	光電効果	61
3.3.2	コンプトン散乱	66
3.3.3	電子対生成	68
3.3.4	光子の減衰	68
3.4	中性子と物質の相互作用	71
3.4.1	弾性散乱	71
3.4.2	非弾性散乱	73
3.4.3	放射性捕獲反応	73
3.4.4	荷電粒子放出捕獲反応	74
3.4.5	$1/v$ 法則	75
3.4.6	中性子の減衰と熱化	78
3.4.7	中性子干渉と回折	81
3.5	放射線量と単位	83
3.5.1	粒子フルエンスと粒子フルエンス率	83
3.5.2	カーマ	84
3.5.3	吸収線量	84
3.5.4	照射線量	85
3.5.5	線エネルギー付与 (LET)	86
3.5.6	displacement per atom (dpa)	86
3.5.7	生物学的効果比	86

3.5.8	線質係数	87
3.5.9	等価線量	88
3.5.10	実効線量	88
3.6	放射線検出	90
3.6.1	気体放射線検出器	90
3.6.2	シンチレーション放射線検出器	90
3.6.3	半導体放射線検出器	90
3.6.4	中性子検出	90
3.6.5	計数値の統計	90
3.6.6	エネルギー計測	90
3.6.7	壊変率の測定	90
3.6.8	その他の検出器	90
文 献	103



1 放射性壊変

この章では、放射線壊変の法則や種類を概観した後、代表的な壊変である α 壊変、 β 壊変、 γ 線の放出について、エネルギー収支、特徴、メカニズムを説明する理論を解説する。理論を理解するにあたっては、必要に応じて物理系の工学教程を参照することをすすめる。

1.1 放射性壊変の基礎

1.1.1 壊変の法則

放射性壊変により転移する核種について、個々の原子核を観察したとき、いつ壊変するかは分からない。一方、ある量の原子核を観察すると、単位時間に一定の数の放射性壊変が観測されるが、原子核の量を増加させると放射性壊変の数も増加すると考えられる。つまり、単位時間当たりの壊変数は、元の原子核の数に比例する。このときの比例定数を**壊変定数**という。また、単位時間当たりの壊変数を**壊変率**という。原子核の数を N 、壊変率を I 、壊変定数を λ と書くと、以上の考察から

$$I = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (1.1)$$

を表せる。2 項目の負記号は、壊変によってその核種の数が減ることに対応している。この微分方程式を解くと、時刻 t の関数としての原子数 $N(t)$ は、はじめ ($t = 0$) の原子数を N_0 とすると

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.2)$$

として求まる。これから、壊変率 $I(t)$ は

$$I(t) = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.3)$$

で与えられる。壊変率の時間変化を図 1.1 に示した。また、式 1.2 および式 1.3 を、**壊変の指数法則**あるいは単に**壊変の法則**と呼ぶ。

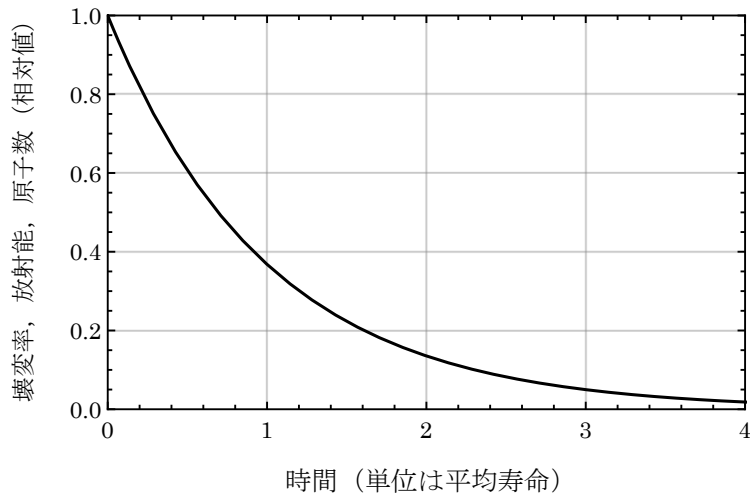


図 1.1 壊変率の時間変化. 時間の単位は平均寿命 τ である.

原子数が, はじめの $1/e$ に減るまでにかかる時間を平均寿命 (mean life) とい
い, 半分の原子数に減るまでに経過する時間を**半減期 (half life)** と呼ぶ. 平均寿
命 τ および半減期 $T_{1/2}$ は, 式 1.2 よりそれぞれ

$$\tau = \frac{1}{\lambda}, \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0.693}{\lambda} \quad (1.4)$$

で与えられる. 単位時間あたりの壊変数を放射能 (activity) という. 放射能の単
位として, Bq (ベクレル) が用いられ, これは, 毎秒 1 壊変をさす.

1.1.2 放射性壊変の種類

a. α 壊変

質量数 4 のヘリウム原子核 ${}^4\text{He}$ は, 陽子 2 個と中性子 2 個から構成され, 平均
結合エネルギーが 7.07 MeV と大きく, とても安定な原子核である. 質量数の大
きな原子核が, ${}^4\text{He}$ を放出して壊変する過程を, **α 壊変 (α decay)** と呼び, 放
出される ${}^4\text{He}$ の原子核を α 粒子, または α 線と呼ぶ. 壊変する元の原子核を親核
あるいは単に親と呼び, 壊変の結果生じた原子核を娘核あるいは単に娘と呼ぶ.

α 壊変した後の原子核（娘核）は、元の原子核（親核）に比べて、陽子数が 2、質量数が 4 だけ少なくなっている。この過程は

$${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} X' + {}^4_2 \text{He} \quad (1.5)$$

または

$${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} X' + \alpha \quad (1.6)$$

と書くことができる。壊変の前後で、全体としては陽子数、中性子数ともに保存される。例として、 ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ の α 壊変は

$${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{226}_{86}\text{Rn} + \alpha \quad (1.7)$$

で、半減期は 1600 年、放出される α 粒子の運動エネルギーは約 4.8 MeV である。陽子数 83 以上の原子核は、 α 壊変するものが多い。

b. β 壊変

中性子数が陽子数に比べて多い原子核を考える。このような原子核は、安定な原子核が中性子を吸収するとできる。また、核分裂生成物もそのような例である。この場合には、原子核に含まれる中性子の 1 つが、

$$\beta^- \text{壊変} \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1.8)$$

のように、電子と反ニュートリノ $\bar{\nu}_e$ を放出して陽子に変化する。この過程を β^- 壊変 (β^- decay) と呼び、次の式で表される。

$${}^A_Z N \rightarrow {}^A_{Z+1} N' + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1.9)$$

β^- 壊変で放出される電子を β^- 線と呼ぶ。中性子が陽子に変化するので、陽子数は 1 だけ増加するが、質量数は変化しない。例えば、 ${}^{14}_6\text{C}$ の β^- 壊変は、

$${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1.10)$$

で表される。半減期は 5730 年で年代測定に利用されている。

逆に、原子核中の陽子の数が多い場合には、原子核中の陽子のいずれかが、

$$\beta^+ \text{壊変} \quad p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (1.11)$$

のように、陽電子とニュートリノを放出して中性子に変化する。この過程を β^+ 壊変 (β^+ decay) と呼び、

$${}_Z^A N \rightarrow {}_{Z-1}^A N' + e^+ + \nu_e \quad (1.12)$$

で表される。この際に放出される陽電子を、 β^+ 線と呼ぶ。 β^- 線と β^+ 線のことを、単に β 線と呼ぶこともある。例として、 ${}^{22}\text{Na}$ は次式のように β^+ 壊変する。

$${}_{11}^{22}\text{Na} \rightarrow {}_{10}^{22}\text{Na} + e^+ + \nu_e \quad (1.13)$$

β^+ 壊変する核種は、一般に原子核中の陽子が、軌道電子をとらえて中性子になる過程

$$\text{軌道電子捕獲} \quad p + e^- \rightarrow n + \nu_e \quad (1.14)$$

によっても、陽子数が1だけ小さく、質量数は同じ原子核に変化する。これを、軌道電子捕獲 (electron capture, EC) と呼ぶ。このときには、原子核から放出されるのはニュートリノのみである。

以上の、 β^- 壊変、 β^+ 壊変、軌道電子捕獲を総称して、広い意味での β 壊変という。

c. γ 線の放出

α 壊変あるいは β 壊変の結果として生じた娘核は、基底状態になるとは限らず、励起状態になる場合もある。この場合には、 γ 線が放出される。原子核の励起状態は、原子における軌道電子のエネルギーと同様に、離散的な値をとっていて、エネルギーの高い準位はエネルギーの低い準位へ遷移（転移）して、その際に γ 線を放出する。この過程は励起状態の原子から光や X 線が放出する過程に類似しているが、 γ 線は一般に X 線よりも波長が短い。

励起状態の寿命は一般的に非常に短く、瞬間的に γ 線が放出されるが、励起状態によっては寿命の長い状態もある。このような比較的寿命の長い励起状態の原子核を核異性体 (isomer) という。このような励起状態からの転移を、核異性体転移 (isomer transition, IT) と呼ぶ。

励起状態が転移するとき、 γ 線を放出せずに励起エネルギーを軌道電子に与えて転移する場合がある。これを**内部転換** (internal conversion) といい、励起エネルギーを受け取って原子から放出される電子を、内部転換電子と呼ぶ。 γ 線放出

と内部転換は競合過程であり、いずれかの過程が起こる。核異性体転移のうち、 γ 線放出の比率が p_γ 、内部転換の比率が p_{IC} であるとき、 γ 線の放出に対する内部転換の割合 $\alpha \equiv p_{IC}/p_\gamma$ を、内部転換係数という。例えば、 γ 線放出が 7%、内部転換が 93% であれば、内部転換係数は 13.3 である。

d. 自発核分裂

ウランのように質量数の大きい原子核になると、外から中性子等を入射しなくても、自分自身で分裂してしまうことがある。これを**自発核分裂** (spontaneous fission) という。自発核分裂が起こる確率は一般に非常に小さく、 α 壊変や β 壊変を起こす割合の方がはるかに大きい。例えば、 ^{238}U の自発核分裂の部分半減期は 8.2×10^{15} 年であるが、 α 壊変の半減期は 4.468×10^9 年で、自発核分裂が起こる確率は、 α 壊変に比べて、 5.45×10^{-5} にすぎない。

自発核分裂する代表的な核種は ^{252}Cf (半減期 2.64 年、 α 壊変 96.9%、自発核分裂 3.1%) で、中性子線源として利用されている。

e. 核子放出

原子番号 Z 、中性子数 N の原子核の結合エネルギー (“原子核工学 I” 1.2.3 項) を $B(Z, N)$ と書くと、陽子または中性子を 1 つ取り除いた方が結合エネルギーが大きくなる場合、すなわち

$$B(Z-1, N) > B(Z, N) \text{ または } B(Z, N-1) > B(Z, N) \quad (1.15)$$

が満たされれば、その原子核は、それぞれ、陽子または中性子を放出することで、より安定になる。このような壊変のタイプを、**核子放出** (nucleon emission) と呼ぶ。中性子には Coulomb 障壁はなく、陽子の Coulomb 障壁も α 壊変の場合 (1.2.3 節を参照) に比べてずっと小さいので、その寿命は一般にきわめて短い ($\lesssim 10^{-20}$ 秒)。

式 (1.15) を満たすのは、安定核に比べて陽子あるいは中性子が極端に過剰な核である。このため基底状態からの核子放出が観測されている核種の種類は少ないが、十分に高い励起状態の原子核は、核子放出で壊変することができる。核分裂生成物は一般に中性子過剰であるため β^- 壊変するが、その一部は高励起状態への β^- 壊変で、さらに中性子放出で壊変することがよく見られる。これが、“原子核工学 I” 4.3.3 項でとりあげた遅発中性子であり、原子炉の制御や動特性で重要

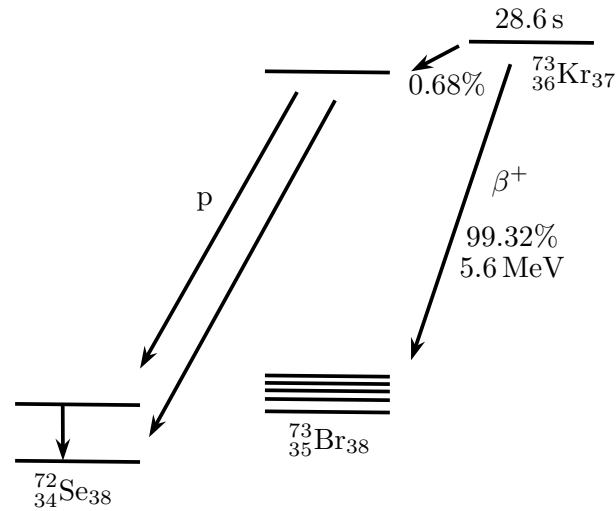


図 1.2 陽子放出の例. 参考文献^[4]の Fig. 6.8 を参考にしている.

な役割を果たす（“原子炉物理学 I” 7.1 節を参照）。核子放出の他の例を図 1.2 に示す。 ^{73}Kr は半減期 28.6 秒で β^+ 壊変するが、その 0.68% は ^{73}Br の高励起状態（ $\sim 5 \text{ MeV}$ ）へのもので、さらに陽子放出で ^{72}Se に壊変する。

1.1.3 壊変図式

原子核の励起エネルギー、壊変モード、 γ 線の強度比などを表した図を、**壊変図式**あるいは**壊変図** (decay scheme) と呼ぶ。壊変図式には、一番上に初期状態の核種を書き、 α 壊変や β^+ 壊変は左下への斜めの矢印で、 β^- 壊変は右下への斜めの矢印で、 γ 壊変は垂直下向きの矢印で表す。エネルギー準位には励起エネルギーを数字を示し、書く放射線の強度比を各矢印に示す。励起準位の半減期が基底状態および核異性体転移に示され、後者は IT で示す。エネルギー準位には、スピンとパリティが表示される。図 1.2 や 1.3 が、壊変図式の例である。

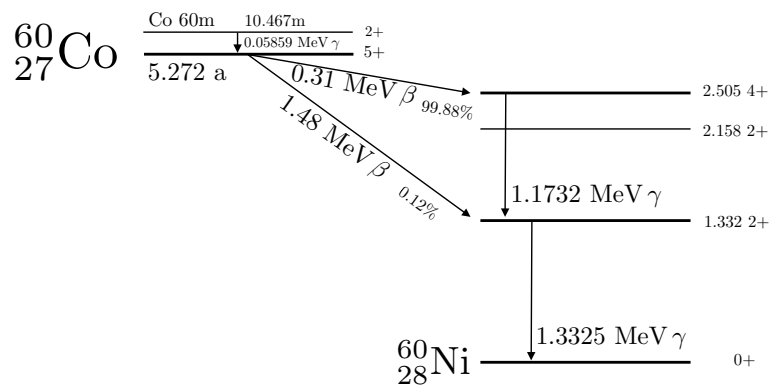


図 1.3 壊変図式の例

1.2 α 壊変

1.2.1 α 壊変の Q 値

α 壊変にともなって放出されるエネルギー Q を、 α 壊変の Q 値と呼び、壊変前後の原子の静止質量差で与えられる。

$$Q = M(\text{親})c^2 - [M(\text{娘})c^2 + M_\alpha c^2] \quad (1.16)$$

これを、質量欠損 ΔM を用いて

$$Q = \Delta M c^2 = [\Delta M(\text{娘})c^2 + \Delta M_\alpha c^2] - \Delta M(\text{親})c^2 \quad (1.17)$$

と書くこともできる。

α 壊変の Q 値に対応するエネルギーは、壊変後の娘核種と α 粒子に分配される。また、壊変後の娘核種は、基底状態になるとは限らず、励起状態になる場合もある。このため、 α 粒子の運動エネルギーは Q より小さくなる。娘核種が基底状態になる場合の α 粒子のエネルギーは、運動エネルギーの保存と運動量の保存から

$$E_\alpha = \frac{M(\text{娘})}{M(\text{娘}) + M_\alpha} Q \quad (1.18)$$

で与えられる。このように、 α 粒子のエネルギーは、線スペクトルを示す。

1.2.2 α 壊変の特徴

α 壊変の半減期は、 Q 値が大きいほど短い。核種による半減期の違いは驚異的に大きい。例えば、 ^{232}Th の Q 値と半減期はそれぞれ 4.08 MeV, 1.4×10^{10} 年（地球の年齢より長い）であるのに対して、同じトリウムの同位体でも ^{218}Th の Q 値と半減期はそれぞれ 9.85 MeV, 1.09×10^{-7} 秒である。 Q 値は 2.4 倍しか違わないのに半減期の差は 24 桁にも及ぶ。半減期は Q 値だけでなく原子番号 Z にも依存する。偶偶核の場合には、図 1.4 に示すように、同じ原子番号における半減期と Q 値の関係は滑らかである。この図からも、核種による α 壊変の半減期の広がり、20 桁以上に渡っていることが分かる。

偶偶核以外では、同じ Z および Q の偶偶核に比べて半減期は長い。例えば、核燃料である ^{235}U の場合には Q 値が 4.68 MeV, 半減期が 7.04×10^8 年である。これは Q 値が近いウランの偶偶核 ^{236}U ($Q = 4.57$ MeV, 半減期 2.34×10^7 年) の 30 倍である。

Q 値の質量数依存性を考えよう。式 (1.17) の親核と娘核の質量欠損（結合エネルギー）を Bethe-Weizsäcker の公式（“原子核工学 I” 2.2 節参照）で表す。 α 壊変核種では $Z, A \gg 1$ が成り立つので、偶偶核については以下の近似式が得られる。

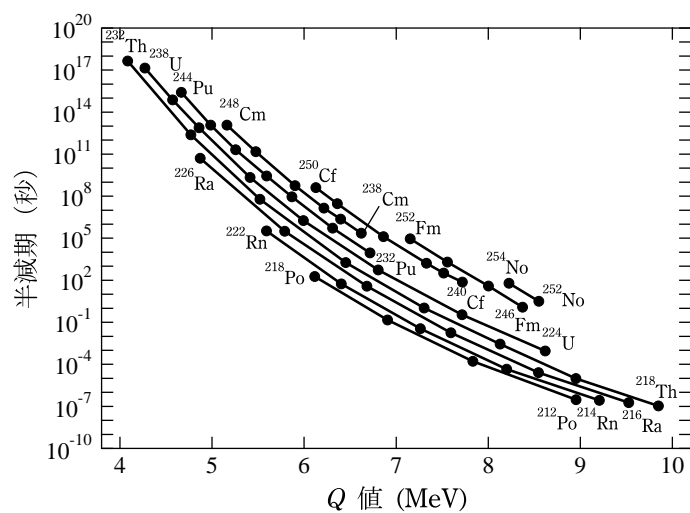


図 1.4 偶偶核における α 壊変の半減期 $t_{1/2}$ と Q 値の関係.

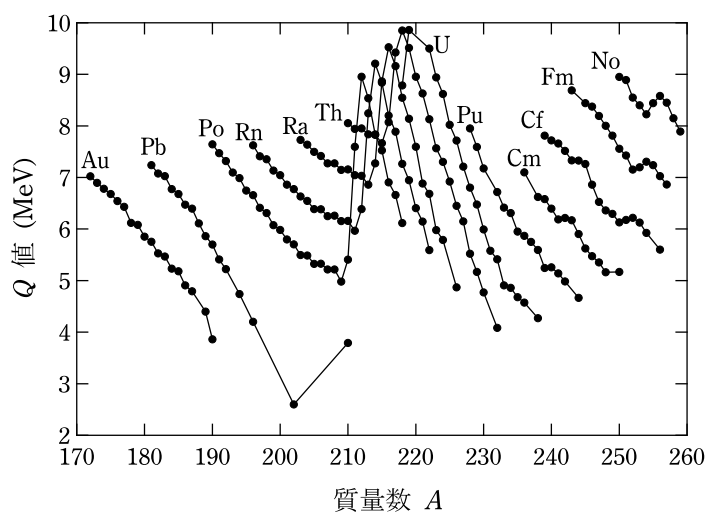


図 1.5 α 壊変の Q 値と質量数 A の関係.

$$Q(\text{MeV}) \approx 28.3 - 4a_v + \frac{8}{3}a_s A^{-1/3} + 4a_c Z A^{-1/3} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_{\text{sym}} \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2 + 3a_p A^{-7/4} \quad (1.19)$$

右辺の最後の項は、奇奇核では符号が負に、質量数が奇数の場合にはゼロになる。この式から、同じ元素の場合（原子番号が同じ場合）、質量数 A の増加にともなって Q 値が小さくなり、したがって半減期が長くなることが予想される。図 1.4 を見ると、実際そうなっていることが分かる。図 1.5 に、 Q 値と質量数の関係を様々な元素について示す。上で予想した傾向は、おおむね正しいことが分かる。一方、質量数 210 付近で見られる顕著な不連続性は、魔法数 $N = 126, Z = 82$ （“原子核工学 I” 2.1.1 項参照）と関係しており、原子核の殻構造（“原子核工学 I” 2.1.2 項参照）を示唆している。

1.2.3 α 壊変の理論

指数関数的に急激な Q 依存性は、 α 粒子が Coulomb ポテンシャルのバリアをトンネル効果で通り抜けるモデルによって理解することができる。この理論は、1928 年に Gamov（ガモフ）、および Gurney と Condon（コンドン）によって提唱された。

このモデルでは、親核のなかで、 α 粒子が娘核の核力ポテンシャルにとらえられていると考える。核力が支配的な半径 R の内側では、重陽子の場合（“原子核工学 I” 1.6 節参照）にとりあげたような井戸型ポテンシャルを用いる。 R は通常、娘核と α 粒子の半径の和

$$R \approx r_0(A-4)^{1/3} + R_\alpha, \quad r_0 \approx 1.2 \text{ fm}, \quad R_\alpha \approx 2.2 \text{ fm} \quad (1.20)$$

程度にとる（“原子核工学 I” 1.3 節参照）。核力は短距離力であるから R より外側では Coulomb 斥力が支配的である。したがって、 α 粒子が感じるポテンシャル $V(r)$ は、図 1.6 に示すような関数

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & (r < R) \\ \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} & (r > R) \end{cases} \quad (1.21)$$

でモデリングするのが妥当であろう。ここで V_0 は正にとる。 Q 値の位置を、図 1.6 に水平な破線で示している。ポテンシャルバリアより低いため、古典力学では

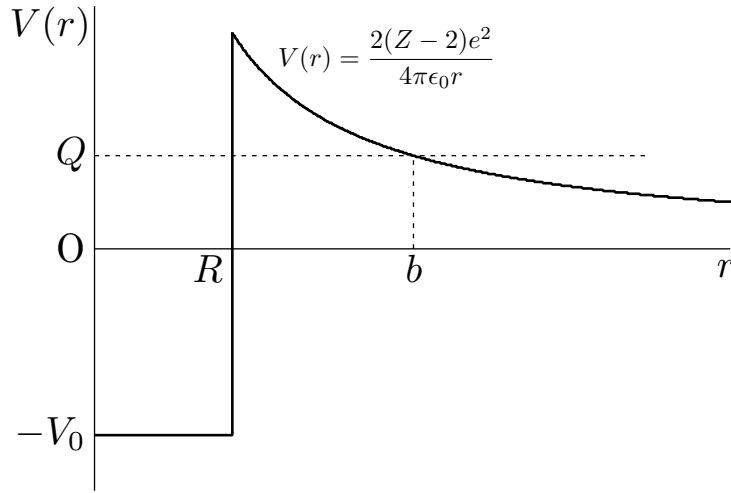


図 1.6 α 壊変のモデルにおいて α 粒子が感じるポテンシャル

α 粒子は親核の外には出られない。しかし、量子力学ではトンネル効果によって壁を抜けることが可能で、この過程が α 壊変に対応すると考える。

このポテンシャルは本当は 3 次元だが、1 次元で近似しトンネル効果の確率 P をオーダー評価しよう。高さ一定値 $V(> Q)$ で厚さ L のポテンシャル障壁の場合には、 α 粒子の換算質量を m として

$$K = \sqrt{\frac{2m(V - Q)}{\hbar^2}} \quad (1.22)$$

とおくと、透過率は

$$P = \left[1 + \frac{V^2 \sinh^2 KL}{4Q(V - Q)} \right]^{-1} \quad (1.23)$$

で与えられる（“量子力学 I” 5.2 節参照）。

図 1.6 では障壁の高さは位置に依存するわけだが、Coulomb ポテンシャルが Q に等しくなる距離

$$b = \frac{2(Z - 2)e^2}{4\pi\epsilon_0 Q} \quad (1.24)$$

を導入すると、定性的な傾向を調べるためには $r = R$ のすぐ外側で計算した K の値を用いて、式 (1.23) で $KL \sim \frac{1}{2}K(b - R)$ とすればよいであろう。 Q 値が大

きく半減期が短い，したがってポテンシャル障壁が比較的薄い ^{218}Th を例にとると， $R \approx 9.4 \text{ fm}$ ， $b \approx 25.7 \text{ fm}$ で， $KL \sim 15$ と見積もられる． $KL \gg 1$ が成り立つから，式 (1.23) の透過率は，

$$P \approx \frac{16Q(V-Q)}{V^2} e^{-2KL} \quad (1.25)$$

と近似できる．これに含まれる指数関数が， Q 値への強い依存性をもたらすのである．

壊変定数 λ は，単位時間あたりに α 粒子がポテンシャル障壁に衝突する回数 f と透過率の積

$$\lambda = fP \quad (1.26)$$

である．核内における α 粒子の速度を v とすれば $f = v/(2R)$ であり，壊変定数と半減期 $T_{1/2}$ は

$$\lambda = \frac{v}{2R} P, \quad T_{1/2} = \frac{2R \ln 2}{vP} \quad (1.27)$$

と書ける． $v = \sqrt{2(Q+V_0)/m}$ であるが， V_0 が決めにくいため十分遠方での速さ $\sqrt{2Q/m}$ で置き換えることにする^{*1}．

WKB 近似 (‘量子力学 I’ 6 章参照) を用いれば，ポテンシャル障壁の高さが一定ではないことを考慮して透過率を評価できる．これは，Coulomb ポテンシャルを，高さの異なる薄い長方形ポテンシャルが連なったものと見ることに対応する．すると，**Gamow の透過因子** (Gamow factor)

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_R^b \sqrt{V(r) - Q} dr \quad (1.28)$$

を用いて

$$P \sim e^{-2G} \quad (1.29)$$

と表せる^{*2}．式 (1.21) を用いれば Gamow の透過因子は， $V_R = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 R}$ ， $x = \sqrt{R/b} = \sqrt{Q/V_R}$ として

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 Q}} \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\cos^{-1} x - x\sqrt{1-x^2} \right] \quad (1.30)$$

^{*1} かなりおおざっぱで正確さに欠けると感じられるかもしれないが，20 桁以上も変化する量のオーダー評価では， P に含まれる指数関数部分 (式 (1.25) 参照) が重要で，それにかかる係数を正確に見積もる必要はない．

^{*2} 式 (1.29) を Gamow の透過因子と呼ぶこともある．

となる．ほとんどの場合 Q 値はポテンシャル障壁の高さより十分低いので，Taylor (テイラー) 展開

$$\left[\cos^{-1} x - x\sqrt{1-x^2} \right] = \frac{\pi}{2} - 2x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{20} + O(x^7) \quad (1.31)$$

における x の一次まで考慮することにすれば，半減期の近似式として

$$T_{1/2} \approx \frac{R \ln 2}{c} \sqrt{\frac{2mc^2}{Q}} \exp \left[2(Z-2)\alpha\sqrt{2mc^2} \left(\frac{\pi}{\sqrt{Q}} - \frac{4}{\sqrt{V_R}} \right) \right] \quad (1.32)$$

が得られる．ただし， c は真空中の光速， $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$ は微細構造定数である．この式，あるいはより広く α 壊変の Q 値が大きいほど半減期が短い経験則を **Geiger (ガイガー) -Nuttall (ヌッタール) の法則** (Geiger-Nuttall law) と呼ぶ． Q 値によって半減期が 20 桁以上も変化するの，指数関数の引数の第 1 項に起因している．

1.3 β 壊変

1.3.1 β 壊変と軌道電子捕獲におけるエネルギー放出

式 (1.9) で表される β^- 壊変の Q 値 Q_{β^-} は核の質量 $m_N(A, Z)$ を用いて

$$Q_{\beta^-} = [m_N(A, Z) - m_N(A, Z+1) - m_e - m_\nu]c^2 \quad (1.33)$$

と表される．ニュートリノおよび反ニュートリノの質量 m_ν は電子に比べて極めて小さく， $m_\nu c^2 < 3 \text{ eV}$ である^{*3}．“原子核工学 I”の式 (1.12) を利用し，親核と娘核を原子核に持つ中性原子における軌道電子の結合エネルギー差およびニュートリノ質量を無視すれば，上式は原子の質量 m_A を用いて

$$Q_{\beta^-} = [m_A(A, Z) - m_A(A, Z+1)]c^2 \quad (1.34)$$

と書き換えられる．このエネルギーのほとんどの部分は，電子と反ニュートリノの運動エネルギーとなり， β 線のエネルギーは 0 から Q_{β^-} の範囲に連続的に分布する． β 壊変が発見された当時，ニュートリノの存在は知られていなかった．仮に β 壊変では娘核と β 線だけが放出されるとすれば， β 線のエネルギーはエネルギー

^{*3} 電子ニュートリノのように「フレーバー」の定まったニュートリノは質量の固有状態にないため (ニュートリノ振動)，厳密には質量の期待値である

ギーと運動量の保存則から決まり、 α 線や γ 線の場合と同様に離散的な値を示すはずである。1931 年に Pauli (パウリ) は、未知の粒子が同時に放出されていると仮定すれば β 線の連続スペクトルが説明できることを指摘した。Pauli の予言した新粒子がニュートリノである。なお、1934 年に Bohr (ボーア) は、原子核のレベルではエネルギー保存則は厳密には成り立たないという仮説を提唱したが、後に矛盾が指摘され否定されることとなった。

同様に解析し、今後はニュートリノの質量を無視することになると、 β^+ 壊変の Q 値 Q_{β^+} は

$$Q_{\beta^+} = [m_N(A, Z) - m_N(A, Z - 1) - m_e]c^2 \quad (1.35)$$

$$= [m_A(A, Z) - m_A(A, Z - 1) - 2m_e]c^2 \quad (1.36)$$

軌道電子捕獲の Q 値 Q_{EC} は、捕獲される電子の結合エネルギーを B として

$$Q_{EC} = [m_N(A, Z) - m_N(A, Z - 1) + m_e]c^2 - B \quad (1.37)$$

$$= [m_A(A, Z) - m_A(A, Z - 1)]c^2 - B \quad (1.38)$$

である。 β^+ 壊変と軌道電子捕獲はともに ${}^A_Z N$ が ${}^A_{Z-1} N'$ に変化する過程であるが、エネルギー的に可能な条件 ($Q > 0$) は異なっていることに注意する。 β^+ 壊変が起こる核種では軌道電子捕獲も起こりうるが、逆は必ずしもそうではない。 β^+ 壊変が起こるためには、親核の質量エネルギーは娘核よりも少なくとも $2m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$ は大きい必要があり、軌道電子捕獲は起こっても β^+ 壊変はエネルギー的に不可能という場合もある。

1.3.2 Fermi (フェルミ) の β 壊変の理論

β 線が示す連続エネルギーの特徴は、Fermi が 1934 年に開発した理論によって理解することができる。 β^- 壊変の場合で考えることにしよう。遷移速度 w は、Fermi の黄金則 (“量子力学 I” 8.6 節参照) によって

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle (A, Z + 1)e^- \bar{\nu}_e | H_\beta | (A, Z) \rangle \right|^2 \frac{dn}{dE_f} \quad (1.39)$$

と書ける。ここで、 H_β は β 壊変を引き起こす弱い相互作用のハミルトニアン、 $\frac{dn}{dE_f}$ は終状態のエネルギー密度である。自由粒子として放出される e^- と $\bar{\nu}_e$ の波

動関数は平面波で近似し、原子核中に束縛されながら変化する中性子と陽子の波動関数を ψ_n, ψ_p とすると、遷移行列要素は

$$\begin{aligned} & \langle (A, Z+1)e^- \bar{\nu}_e | H_\beta | (A, Z) \rangle \\ & \approx \frac{1}{L^3} \int \psi_p^*(\mathbf{r}_2) e^{-ik_e \mathbf{r}_2} e^{-ik_\nu \mathbf{r}_2} H_\beta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \psi_n(\mathbf{r}_1) d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}_2 \end{aligned} \quad (1.40)$$

と表される。弱い相互作用の詳細を知る必要はなく、その到達距離が核力よりも短いことからデルタ関数

$$H_\beta(\mathbf{r}) \approx G\delta(\mathbf{r}) \quad (1.41)$$

で近似してよい。これから、

$$\langle (A, Z+1)e^- \bar{\nu}_e | H_\beta | (A, Z) \rangle \approx G \int \psi_p^*(\mathbf{r}) \psi_n(\mathbf{r}) e^{-i(k_e + k_\nu)\mathbf{r}} d^3 \mathbf{r} \quad (1.42)$$

となる。MeV オーダーの電子やニュートリノの波長は 10^3 fm 程度で原子核のサイズよりずっと大きいため、 $e^{-i(k_e + k_\nu)\mathbf{r}}$ は $\mathbf{r} = 0$ での値すなわち 1 で近似できて、結果として

$$\langle (A, Z+1)e^- \bar{\nu}_e | H_\beta | (A, Z) \rangle \approx G \int \psi_p^*(\mathbf{r}) \psi_n(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} \quad (1.43)$$

が得られる。これは β 線のエネルギーによらないから、放出される β 線のエネルギー分布は状態密度 $\frac{dn}{dE_f}$ で決まる。

電子とニュートリノの運動量がそれぞれ p と $p+dp$ 、 q と $q+dq$ の間にある状態数 dn は、平面波を仮定すると

$$dn \propto p^2 dp q^2 dq \quad (1.44)$$

を満たす。電子とニュートリノの運動エネルギー T_e, T_ν は独立ではなく、その和は Q 値

$$Q = T_e + T_\nu \quad (1.45)$$

である。電子、ニュートリノともに相対論的な取り扱いが必要で、ニュートリノの質量を無視すれば、

$$T_e = \sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2} - m_e c^2, \quad T_\nu = qc \quad (1.46)$$

であるから、 dn 個の状態を含むエネルギー領域が $dE_f = dT_\nu = cdq$ となることを利用すれば、状態密度は

$$\frac{dn}{dE_f} \propto p^2 q^2 dp \propto (Q - T_e)^2 p^2 dp \quad (1.47)$$

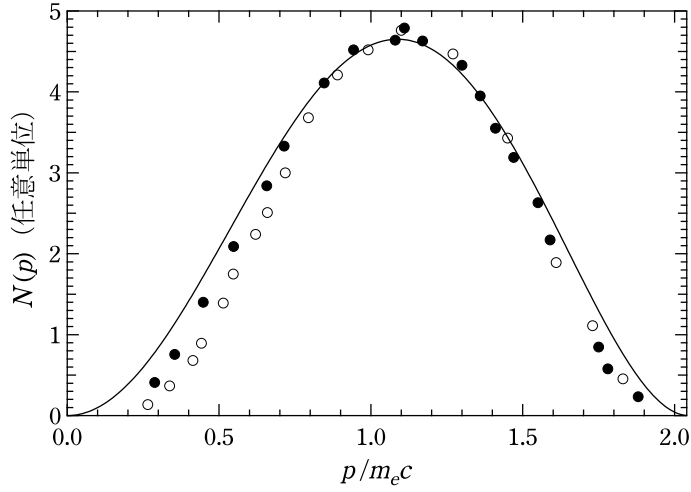


図 1.7 ^{64}Cu の β^+ 壊変で放出される陽電子の運動量分布. 黒丸と白丸は実験値, 実線は式 (1.48) から計算したもの. 横軸は, 陽電子の運動量 p を $m_e c$ で割った値である. Q 値は 0.653keV で, $p/m_e c$ の最大値は 2.05 である.

で, したがって, β 線の運動量分布 $N(p)$ として,

$$N(p) \propto (Q - T_e)^2 p^2 \quad (1.48)$$

が得られる. エネルギー分布 $N(T_e)$ では,

$$N(T_e) \propto \sqrt{T_e^2 + 2T_e m_e c^2} (T_e + m_e c^2) (Q - T_e)^2 \quad (1.49)$$

と表せる.

Fermi 理論と実験値を比較してみよう. 図 1.7 に, ^{64}Cu の β^+ 壊変で放出される陽電子の運動量分布の実験値と式 (1.48) を使って求めた値を示す. 理論は, ピークの位置や分布の形状をよく再現していることが分かる. 実験値と理論値のずれ, 特に低エネルギー (低運動量) 領域でのずれは, 陽電子と娘核の間に作用するクーロン反発によるものである. クーロン相互作用による補正因子を Fermi 関数と呼び, $F(Z', p)$ または $F(Z', T_e)$ と書く. ここで, Z' は娘核の原子番号である.

1.3.3 2重 β 壊変

$Q_{\beta-} < 0$ の場合には β 壊変は起こらない。例えば、仮に ^{128}Te が β^- 壊変するとすれば娘核は ^{128}I であるが、後者の方が $1.25\text{MeV}/c^2$ だけ原子質量が大きく β 壊変は発生しない。しかし、原子番号が2つ大きい ^{128}Xe の原子質量は $0.87\text{MeV}/c^2$ 小さいため、下記の **2重 β 壊変** (double beta decay)

$$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe} + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (1.50)$$

が起こる。これは、2つの β^- 壊変が続けて起こるのではなく、 ^{128}I を経ない直接過程である。2重 β 壊変の Q 値 $Q_{\beta\beta}$ は

$$Q_{\beta\beta} = [m_A(A, Z) - m_A(A, Z + 2)]c^2 \quad (1.51)$$

で与えられ、 ^{128}Te の場合、 $Q_{\beta\beta} = 0.87\text{MeV}$ である。

理論的に2重 β 壊変を起こしうると考えている天然放射性同位元素は35種類とも60種類以上ともいわれているが、実験的に崩壊が観測されているのは11種類 (^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr , ^{100}Mo , ^{116}Cd , ^{128}Te , ^{130}Te , ^{136}Xe , ^{150}Nd , ^{238}U) である。これらはいずれも偶偶核であるが、偶偶核は結合エネルギーが大きいことから β 壊変がエネルギー的に起こらない場合があるであろうことは納得できる。また、2重 β 壊変の半減期は 10^{18} 年以上と極端に長く、特に ^{128}Te では 10^{24} 年を超える。宇宙の年齢 (138 億年) の実に100兆倍である。

1.3.4 パリティ非保存

物理系のハミルトニアン演算子が空間反転 (“原子核工学 I” 1.4.2 節参照) に対し不変

$$[\hat{H}, \hat{P}] \equiv \hat{H}\hat{P} - \hat{P}\hat{H} = 0 \quad (1.52)$$

であれば、Heisenberg (ハイゼンベルク) の運動方程式

$$i\hbar \frac{d\hat{P}}{dt} = [\hat{P}, H] = 0 \quad (1.53)$$

からパリティは保存される。例えば、古典力学の場合、2つの粒子の間に作用する重力やクーロン力のハミルトニアンは空間反転に対し不変である。実際、重力あるいはクーロン力で相互作用している2つの粒子の運動は、空間反転して見ても

物理法則に正しくしたがって運動している。原子核のレベルでも、重力相互作用、電磁相互作用、そして核力のもとになる強い相互作用は空間反転に対して不変で、量子系のパリティはこれらの相互作用においては保存される。ところが、弱い相互作用ではパリティが保存量ではないことが知られており、これを**パリティ非保存** (parity violation, nonconservation of parity) という。

1956年にLee（リー）とYang（ヤン）は、K中間子の崩壊を研究する過程で、弱い相互作用においてはパリティの保存則が破れていると予想した。当時は、あらゆる物理法則は空間反転に対して不変であると信じられていたため、この予想は「常識」に反するものであった。しかし翌年Wu（ウー）が、以下に説明するような ^{60}Co の β 壊変を利用した実験で、パリティ非保存を明確に証明した。

^{60}Co の核スピンは $I=5$ である。核スピンの向きと β 線が放出される向きの関係について考えてみよう。空間反転 $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ すると、位置ベクトル \mathbf{r} と運動量ベクトル \mathbf{p} の向きは反転する。これに対して、角運動量ベクトル \mathbf{L} は、古典力学的な定義 $\mathbf{L} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ から明らかなように向きが変わらない。これは z 軸に平行な回転軸を持つ回転球を、 xy 平面、 yz 平面、 zx 平面に関して任意の順序で次々に反転させたとき、最終的に得られる像ともともとの球が同じ向きに回転していることから確認できる。スピンは角運動量の一種であるから、やはり空間反転しても向きが変わらない。

パリティが保存されるのであれば、現実の世界と空間反転した像の世界では、核スピンの向きと β 線が放出される向きの関係は同じになるはずである。一方、現実世界で核スピンと反対向き（あるいは同じ向き）にかたよって β 線が放出されるのであれば、上記の考察から空間反転した世界では、核スピンと同じ（あるいは反対）向きに放出されやすく（図1.8）、両世界で違った現象が起こることになり、パリティは保存されない。

Wuのグループは、約0.01 Kで磁場をかけることで、 ^{60}Co のスピンの向きをそろえた。熱運動によってスピンの向きがランダムにならない程度の低温である。 β 線の放出角度分布を測定する代わりに、図1.9に示すように実験では、 β 線測定用のシンチレーション検出器を固定し、かける磁場の向きを反転することでスピンを逆向きに偏極させた。測定結果を図1.10に示す。スピンの向きとは反対側に放出される β 線の方が多いことがはっきり分かり、これによって β 壊変においては、すなわち弱い相互作用においてはパリティが保存されないことが示された。

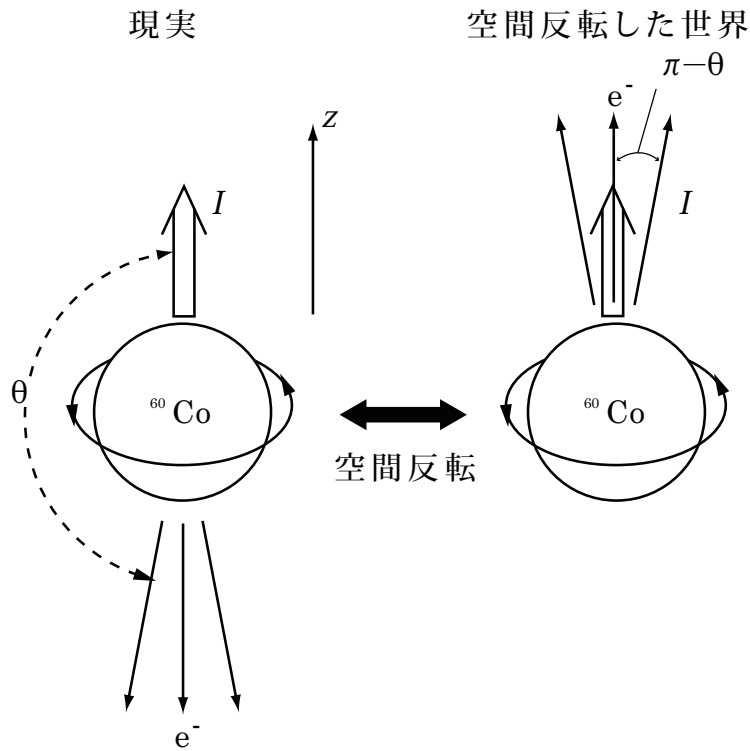


図 1.8 現実世界と空間反転した世界における ^{60}Co の β 壊変. 参考文献^[1]の図 116 を参考にしている.

1.3.5 ミューオンの壊変

β 壊変は、自然界の基本的な 4 つの相互作用のうち、弱い相互作用によるものである。電子やニュートリノは弱い相互作用はするが強い相互作用はしないフェルミ粒子で、**レプトン** (lepton) と呼ばれる素粒子のグループに属している。宇宙線や粒子加速器における高エネルギーの衝突で生成する**ミューオン** (muon) もレプトンの 1 種である。ミューオンは、質量が $105.7 \text{ MeV}/c^2$ と電子の約 200 倍も大きいので不安定で、弱い相互作用によって以下の反応

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (1.54)$$

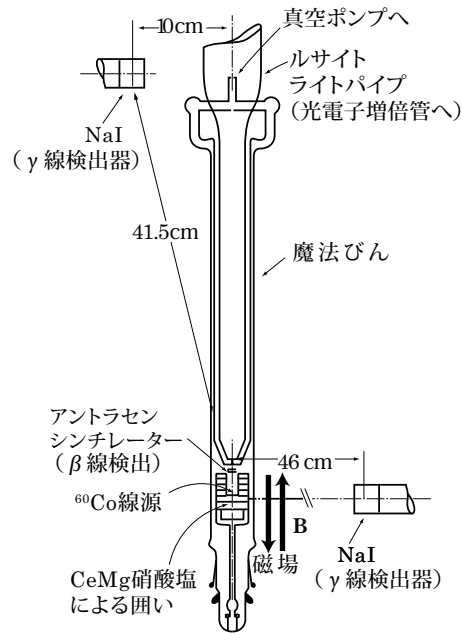


図 1.9 Wu らの実験体系, 参考文献^[1]の図 117 を参考にしてゐる.

で、電子と反電子ニュートリノとミューニュートリノに壊変する。ミューオンの寿命は 2.2×10^{-6} 秒で、質量は同程度だが強い相互作用で壊変する π 中間子 (“原子核工学 I” 1.7 節参照) に比べてずっと長い。

1.4 γ 線の放出

1.4.1 γ 線放出のエネルギー論

励起状態の原子核からの γ 線放出

$$A^* \rightarrow A + \gamma \quad (1.55)$$

における、エネルギー保存と運動量保存を考えてみよう。原子の放射遷移もこの式で書けるので、以下の議論は、原子からの放射遷移にも当てはまる。 γ 線の放出によって原子核はより低いエネルギー状態に移るため、

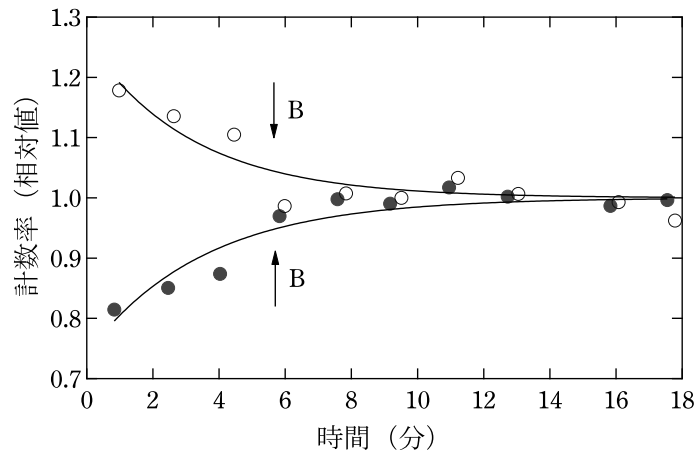


図 1.10 図 1.9 の実験で、磁場が上向き（黒丸）と下向きの（白丸）の場合における β 線放出方向の非対称性 Wu らの実験体系

$$m_{A^*} > m_A \quad (1.56)$$

が成り立つ。質量の変化は、核分裂や核融合などの原子核反応、放射性壊変といった、原子核の過程に特有のものと誤解しがちであるが、原子が異なるエネルギー準位に遷移する際や、化学反応の際にも起こる。特殊相対性理論における質量とエネルギーの等価性は、あらゆるエネルギーが質量に寄与していることを意味している。原子核の質量は、質量変化に比べてはるかに大きい

$$m_{A^*} - m_A \ll m_A \quad (1.57)$$

ため、壊変のエネルギーのほとんどは、光子に与えられる。始状態の原子核は静止していると仮定し、 γ 線放射後の原子核の運動量を p とすると、運動量保存は

$$p = \frac{E_\gamma}{c} \quad (1.58)$$

また、エネルギーの保存は

$$E_\gamma + \frac{p^2}{2m_A} = (m_{A^*} - m_A) c^2 \quad (1.59)$$

と表される。式 (1.59) の左辺第 2 項は原子核の反跳エネルギー E_R と呼ばれ、これらの式から

$$E_R = \frac{E_\gamma^2}{2m_A c^2} \quad (1.60)$$

と求められる。原子核からの γ 線放射の場合には、 E_γ は MeV のオーダーであるのに対して、原子核の質量である $m_A c^2$ は A GeV 程度であるから、実際、反跳エネルギーは $0.5 \text{ keV}/A$ 程度と、光子エネルギーと比較してはるかに小さく

$$E_R \ll E_\gamma \simeq (m_{A*} - m_A) c^2 \quad (1.61)$$

が成り立つ。

1.4.2 多重極展開

Maxwell (マクスウェル) 方程式で記述される古典的な電磁波の放射について考えよう (“電磁気学 II” 6 章参照)。波源を含まない真空の空間領域における Maxwell 方程式は、 $e^{-i\omega t}$ の時間依存性を仮定すると

$$\nabla \times \mathbf{E} = ikZ_0 \mathbf{H} \quad (1.62)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -ik\mathbf{E}/Z_0 \quad (1.63)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1.64)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1.65)$$

と書ける。ここで、

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (1.66)$$

である。原点を中心とし波源を完全に内側におさめる球の外側における電磁波の解は

$$\mathbf{E} = Z_0 \sum_{l,m} \left[\frac{i}{k} a_E(l,m) \nabla \times h_l^{(1)}(kr) \mathbf{X}_{lm}(\Omega) + a_M(l,m) h_l^{(1)}(kr) \mathbf{X}_{lm}(\Omega) \right] \quad (1.67)$$

$$\mathbf{H} = \sum_{l,m} \left[a_E(l,m) h_l^{(1)}(kr) \mathbf{X}_{lm}(\Omega) - \frac{i}{k} a_M(l,m) \nabla \times h_l^{(1)}(kr) \mathbf{X}_{lm}(\Omega) \right] \quad (1.68)$$

と**多重極展開** (multipole expansion) できる. ここで, $h_l^{(1)}$ は第一種球 Hankel (ハンケル) 関数であり, また

$$\mathbf{X}_{lm}(\Omega) = -\frac{i}{\sqrt{l(l+1)}}(\mathbf{r} \times \nabla)Y_{lm}(\Omega) \quad (1.69)$$

である. 電気多重極係数 a_E と磁気多重極係数 a_M は,

$$Z_0 a_E(l, m) h_l^{(1)}(kr) = -\frac{k}{\sqrt{l(l+1)}} \int Y_{lm}^* \mathbf{r} \cdot \mathbf{E} d\Omega \quad (1.70)$$

$$a_M(l, m) h_l^{(1)}(kr) = \frac{k}{\sqrt{l(l+1)}} \int Y_{lm}^* \mathbf{r} \cdot \mathbf{H} d\Omega \quad (1.71)$$

を満たす. 式 (1.67) と式 (1.68) の右辺第 1 項による放射を電気多重極放射, 第 2 項を磁気多重極放射と呼ぶ. 単位時間に放射されるエネルギー (出力) は, 各多重極による寄与の和

$$P = \frac{Z_0}{2k^2} \sum_{l,m} \left[|a_E(l, m)|^2 + |a_M(l, m)|^2 \right] \quad (1.72)$$

として表される.

電磁波源がそれぞれ

$$\rho(\mathbf{r})e^{-i\omega t}, \quad \mathbf{J}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}, \quad \mathbf{M}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad (1.73)$$

の分布を持つ電荷, 電流, 磁化であるとしよう. Maxwell 方程式と, 電荷と電流が満たす連続の方程式

$$i\omega\rho = \nabla \cdot \mathbf{J} \quad (1.74)$$

を解くことで, 多重極係数は, 球 Bessel (ベッセル) 関数 $j_l(x)$ を用いて

$$a_E(l, m) = \frac{ik^3}{\sqrt{l(l+1)}} \int j_l(kr) Y_{lm}^* \frac{1}{i} (\mathbf{r} \times \nabla) \cdot \left(\mathbf{M} + \frac{1}{k^2} \nabla \times \mathbf{J} \right) d^3\mathbf{r} \quad (1.75)$$

$$a_M(l, m) = -\frac{k^2}{\sqrt{l(l+1)}} \int j_l(kr) Y_{lm}^* \frac{1}{i} (\mathbf{r} \times \nabla) \cdot (\mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M}) d^3\mathbf{r} \quad (1.76)$$

と求めることができる.

ここで, 原子核の大きさと γ 線の波長を比較してみる. 波長が核半径 $R(\approx 1.2A^{1/3} \text{ fm})$ に等しい γ 線的光子エネルギーは $1.0 \times 10^3 A^{-1/3} \text{ MeV}$ である. 実際の光子エネルギーはこれよりずっと小さく, γ 線の波長は核半径に比べて十分

大きいので、式 (1.75) と (1.76) において $kr \ll 1$ が成り立つ。これを使って近似し、ベクトル解析の公式を使って変形すると、電気多重極係数として

$$a_E(l, m) \approx \frac{ck^{l+2}}{i(2l+1)!!} \sqrt{\frac{l+1}{l}} (Q_{lm} + Q'_{lm}) \quad (1.77)$$

$$Q_{lm} = \int r^l \rho(\mathbf{r}) Y_{lm}^* d^3\mathbf{r} \quad (1.78)$$

$$Q'_{lm} = -\frac{ik}{(l+1)c} \int r^l Y_{lm}^* \nabla \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{M}) d^3\mathbf{r} \quad (1.79)$$

が得られる。与えられた l に対して、 Q_{lm} は電荷分布に起因する電気 2^l 重極テンソルであり、たとえば、 Q_{1m} は電気双極子モーメントベクトルに対応し、 Q_{2m} は電気 4 重極テンソルである。 Q'_{lm} は磁気双極子モーメントを持つ粒子の運動によって生ずるが、式の形から推測できるように Q_{lm} に比べて kr の割合で小さく無視できる。磁気多重極係数の近似式としては

$$a_M(l, m) \approx \frac{ik^{l+2}}{(2l+1)!!} \sqrt{\frac{l+1}{l}} (M_{lm} + M'_{lm}) \quad (1.80)$$

$$M_{lm} = -\frac{1}{l+1} \int r^l Y_{lm}^* \nabla \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{J}) d^3\mathbf{r} \quad (1.81)$$

$$M'_{lm} = -\int r^l Y_{lm}^* \nabla \cdot \mathbf{M} d^3\mathbf{r} \quad (1.82)$$

が得られる。 M_{lm} と M'_{lm} はそれぞれ、電流分布と核子固有の磁気双極子モーメントからの寄与で、与えられた l に対して $M_{lm} + M'_{lm}$ が磁気 2^l 重極テンソルである。電気多重極係数の場合とは違って、 M_{lm} と M'_{lm} の大きさは同程度である。

量子力学に移項して始状態 Ψ_i から終状態 Ψ_f への遷移レートを求めるには、放射出力の式 (1.72) から推測されるように、 $a_E(l, m)$ と $a_M(l, m)$ 、さらに分解して考えると $Q_{lm}, Q'_{lm}, M_{lm}, M'_{lm}$ を量子化した演算子の遷移行列要素を求めればよい。同じ結論は、電磁場と電荷電流系の相互作用ハミルトニアン

$$H_I = \int \rho(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} - \int \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \quad (1.83)$$

を原点（核の中心）のまわりで多重極展開して量子化し、Fermi の黄金則（式 (1.39) および “量子力学 I” 8.6 節参照）を適用することでも得られる。ここで、 ϕ, \mathbf{A} はそれぞれ、スカラーポテンシャルとベクトルポテンシャルである。

電気素量を e 、陽子質量を m_p 、 j 番目の核子の磁気モーメントを μ_j （“原子核工学 I” 表 1.2 を参照）、パウリ行列を σ_j 、運動量演算子を $\mathbf{p}_j (= -i\hbar \nabla_j)$ とする

と、電荷、電流、磁化分布に対応する演算子は、

$$\rho \rightarrow e\Psi_f^*\Psi_i \quad (1.84)$$

$$\mathbf{J} \rightarrow \sum_{j=1}^Z \frac{e}{m_p} \Psi_f^* \mathbf{p}_j \Psi_i \quad (1.85)$$

$$\mathbf{M} \rightarrow \sum_{j=1}^A \Psi_f^* \mu_j \boldsymbol{\sigma}_j \Psi_i \quad (1.86)$$

で与えられる。式 (1.85) における和は陽子について、式 (1.86) では全ての核子について取る。

よって、 $Q_{lm}, Q'_{lm}, M_{lm}, M'_{lm}$ を量子化した演算子の遷移行列要素は

$$\langle f|Q_{lm}|i\rangle = e \sum_{j=1}^Z \int r_j^l Y_{lm}^*(\Omega_j) \Psi_f^* \Psi_i d\mathbf{r} \quad (1.87)$$

$$\langle f|Q'_{lm}|i\rangle = -\frac{ik}{(l+1)c} \sum_{j=1}^A \int \mu_j r_j^l Y_{lm}^*(\Omega_j) \nabla \cdot (\Psi_f^* \mathbf{r}_j \times \boldsymbol{\sigma}_j \Psi_i) d\mathbf{r} \quad (1.88)$$

$$\langle f|M_{lm}|i\rangle = \frac{2i}{l+1} \mu_N \sum_{j=1}^Z \int r_j^l Y_{lm}^*(\Omega_j) \nabla \cdot (\Psi_f^* \mathbf{r}_j \times \nabla_j \Psi_i) d\mathbf{r} \quad (1.89)$$

$$\langle f|M'_{lm}|i\rangle = -\sum_{j=1}^A \int \mu_j r_j^l Y_{lm}^*(\Omega_j) \nabla \cdot (\Psi_f^* \boldsymbol{\sigma}_j \Psi_i) d\mathbf{r} \quad (1.90)$$

で与えられる。ここで、 $\mu_N = e\hbar/2m_p$ は核磁子である。これらを用いれば、式 (1.77) と式 (1.80) にしたがって、 $a_E(l, m)$ と $a_M(l, m)$ の遷移行列要素を書き下すことができる。 $a_E(l, m)$ による遷移を電気 2^l 重極 (El) 遷移、 $a_M(l, m)$ による遷移を磁気 2^l 重極 (Ml) 遷移と呼ぶ。式 (1.87) で $l=1$ の場合には、電気双極子遷移 (“量子力学 II” 5.4 節を参照) の行列要素となっていることが分かる。すでに述べたように、 Q'_{lm} からの寄与は、 Q_{lm} に比べて小さく無視してよい。

1.4.3 寿命と選択則

El および Ml 遷移による放射レート (壊変定数) $\lambda(El), \lambda(Ml)$ を求める際、核スピンの向きは一般にはランダムであるから、始状態の磁気量子数 m_i については平均を、終状態の磁気量子数 m_f については和を取る。遷移行列要素を計算す

べき演算子の磁気量子数は $m = m_i - m_f$ である。このようにして求めた放射レー
トの近似式として、

$$\lambda(EL) = \frac{8\pi\alpha c(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{3}{L+3}\right)^2 \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} R^{2L} \quad (1.91)$$

$$\begin{aligned} \lambda(ML) &= \frac{8\pi\alpha c(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{3}{L+2}\right)^2 \left(\mu_p - \frac{1}{L+1}\right)^2 \\ &\quad \times \left(\frac{\hbar}{m_p c}\right)^2 \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} R^{2L-2} \end{aligned} \quad (1.92)$$

が得られる。さらに $\left(\mu_p - \frac{1}{L+1}\right)^2$ を 10 で近似するのが一般的である。 γ 線の光
子エネルギー E 、多重極度 L 、質量数 A に対する依存性として、

$$\frac{\lambda(EL)}{\lambda(E1)} \sim \left(\frac{ER}{\hbar c}\right)^{2(L-1)} \sim \left(\frac{EA^{1/3}}{200 \text{ MeV}}\right)^{2(L-1)} \quad (1.93)$$

また、電気遷移と磁気遷移の関係として

$$\frac{\lambda(ML)}{\lambda(EL)} \sim \frac{0.3}{A^{2/3}} \quad (1.94)$$

以上の結果から、 γ 線放出の寿命は、光子エネルギー E が小さいほど L が大きい
ほど長く、また EL 遷移より ML 遷移の方が長い傾向がある。

原子の軌道電子による光の吸収・放出には角運動量の選択則がある（“量子力学
II” 5.4 節, 8.8 節を参照）。これと同様に、原子核からの γ 線の放出の場合にも
選択則がある。古典的電磁放射は、エネルギーや運動量だけでなく角運動量を伝
達する。量子力学の言葉に焼き直せば、多重極演算子が球面調和関数 $Y_{LM}(\Omega)$ を
含むことから、EL および ML 遷移で放射される光子は量子数 L の角運動量を伝
える。

角運動量 I_i の励起核が γ 線を放出して角運動量 I_f の終状態に遷移する場合、
角運動量の保存から

$$I_i = L + I_f \quad (1.95)$$

である。角運動量の合成則（“量子力学 I” 9, 10 章を参照）から、量子数 I_i, I_f, L
が満たす角運動量の選択則は

$$|I_i - I_f| \leq L \leq I_i + I_f \quad (L \geq 1) \quad (1.96)$$

表 1.1 γ 線の放出における選択則

遷移	最大のスピンの変化	パリティ変化
E1	1	yes
M1	1	no
E2	2	no
M2	2	yes
E3	3	yes
M3	3	no
E4	4	no
M4	4	yes

である.

また, 式 (1.87)-(1.90) の形から, γ 線放出におけるパリティ変化 ΔP は,

$$\Delta P = \begin{cases} (-1)^L & (EL \text{ 遷移}) \\ (-1)^{L-1} & (ML \text{ 遷移}) \end{cases} \quad (1.97)$$

で与えられ, これがパリティの選択則である. ここで, $\Delta P = 1$ はパリティが変化しないことを, $\Delta P = -1$ は変化することを表す. この関係はまた, EL および ML 遷移で放出される γ 線光子のパリティがそれぞれ $(-1)^L, (-1)^{L-1}$ であることを示している. 式 (1.67) と式 (1.68) を見ると, このパリティを持っているのは電場ではなく磁場であることが分かる. このように多重極のパリティは, 磁場のパリティによって定義される. 表 1.1 に, $L \leq 4$ の場合について核スピン変化の最大値とパリティ変化を示す.

始状態と終状態のいずれかのスピンの 0 であれば, 可能な遷移は 1 つに定まる. たとえば, 偶偶核の第 1 励起状態 2^+ から基底状態 0^+ への遷移は, 角運動量とパリティの選択則から $E2$ 遷移による電気 4 重極放射であることが分かる. 第 1 励起状態が 0^+ である偶偶核もある. この場合, 基底状態 0^+ への遷移は放射によっては起こらず, 次項で述べる内部転換によって起こる.

1.4.4 内部転換

励起状態の原子核が、 γ 線を放出するかわりに、励起エネルギーを軌道電子に与えて、軌道電子を放出するのが内部転換である。軌道電子の束縛エネルギーを E_b とすると、放出される内部転換電子のエネルギーは

$$E_{ce} \simeq (m_{A^*} - m_A) c^2 - E_b \simeq E_\gamma - E_b \quad (1.98)$$

である。ただし、ここで注意しなければならないのは、内部転換では、原子核からいったん γ 線が放出されてそれが軌道電子をはじき出すのではないということである。軌道電子は、電磁相互作用を通して、直接原子核からエネルギーを受け取る。

電子の束縛エネルギーは軌道によって異なるから、どの軌道から放出されるかによって内部転換電子のエネルギーは異なる。従って、観測されるエネルギースペクトルは、複数の離散的なピークから構成される。多くの β 壊変核種は、壊変の結果生まれる励起状態の原子核を持つ原子が内部転換を起こす、すなわち、多くの放射性物質は β 線と内部転換電子の両方を放出するが、1.3.1 項で議論したように β 線のエネルギースペクトルは連続的であるため、図 1.12 のように、 β 線と内部転換電子は、容易に区別できる。

どの軌道から放出されるかによって、内部転換電子を、主量子数に対応する K, L, M, \dots でラベリングでき (図 1.12)，また、エネルギー分解能が十分高ければ、たとえば L 殻からの電子は、 L_I, L_{II}, L_{III} の副殻からの寄与に分離することができる。

内部転換は、 γ 線放出の競合過程である。このため励起状態の原子核の全壊変率 λ_t は、 γ 線放出による部分 λ_γ と、内部転換による部分 λ_e からなる：

$$\lambda_t = \lambda_\gamma + \lambda_e \quad (1.99)$$

内部転換係数 α は

$$\alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} \quad (1.100)$$

と定義される。これから

$$\lambda_t = (1 + \alpha)\lambda_\gamma \quad (1.101)$$

となる。 α を個々の殻からの寄与に分けて書けば、

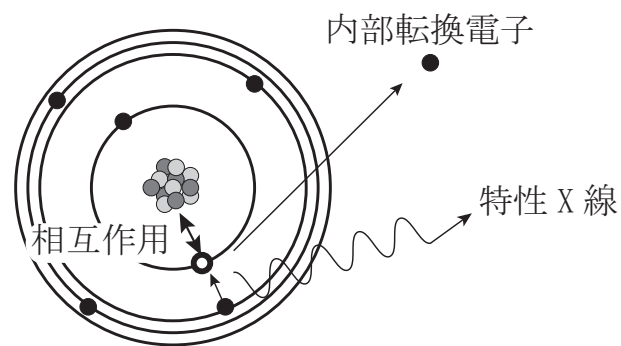


図 1.11 内部転換

$$\begin{aligned}\lambda_t &= \lambda_\gamma + \lambda_K + \lambda_L + \lambda_M + \cdots \\ &= \lambda_\gamma (1 + \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \cdots)\end{aligned}\tag{1.102}$$

であるから

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \cdots\tag{1.103}$$

で、さらに副殻からに分けるのであれば

$$\alpha_L = \alpha_{L_I} + \alpha_{L_{II}} + \alpha_{L_{III}} \quad (1.104)$$

などと書ける。

電気多重極 (El) および磁気多重極 (MI) に対応する内部転換係数の近似式を、非相対論的な計算によって求めると以下の通りとなる。

$$\alpha_{El} \sim \frac{Z^3}{n^3} \frac{l}{l+1} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E_\gamma} \right)^{l+5/2} \quad (1.105)$$

$$\alpha_{MI} \sim \frac{Z^3}{n^3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E_\gamma} \right)^{l+3/2} \quad (1.106)$$

ここで、 Z は内部転換の起こる原子 (β 壊変後の内部転換の場合は、 β 壊変の娘核に対応する原子) の原子番号、 l は多重極展開の次数、 n は放出される軌道電子の主量子数である。なお、無次元量 $e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ は微細構造定数 ($\approx 1/137$) で α と書かれることが多いが、内部転換係数と紛らわしいため、ここでは定義の通りに書き下している。式 (1.105) と (1.106) で、因子 Z^3/n^3 は、原子核の位置における電子の存在確率密度に起因している。これは、水素様原子の波動関数で考えてみれば納得できる。これらの式から、内部転換について以下のような特徴が分かる。

- 内部転換係数は、軌道電子の主量子数 n が大きくなるにつれ、 n^{-3} に比例して急激に小さくなる。たとえば、 $\alpha_K/\alpha_L \sim 8$ が予想される。水素様原子ではなく、より厳密な電子波動関数を用いるとこの値は少し変わって、おおよそ 3~6 になるが、一般に K 殻からの内部転換が一番起こりやすい。この傾向は、K 電子が最も原子核に近いこと、その波動関数の原子核位置での値が大きいことから、直観的に理解することができる。
- 内部転換係数は、 Z^3 に比例する。従って、内部転換は、原子番号の大きい原子の場合に特に重要である。この傾向は、原子核の電荷が大きいほど、内殻電子の軌道が原子核に引き寄せられていることから、直観的に理解することができる。
- 遷移エネルギーが大きいほど、内部転換係数は急激に小さくなる。これは、 γ 線放出の確率がその光子エネルギーとともに急激に増加する (1.4.3 項参照) のと対照的である。例えば、 ^{56}Co の場合、3 本の $M1$ 遷移があり、それらの遷移エネルギーと内部転換係数はそれぞれ、158 keV ($\alpha_K = 0.011$)、270 keV

($\alpha_K = 0.0034$), 812 keV ($\alpha_K = 0.00025$) である。式 (1.106) から予想されるように, α_K の値は $E_\gamma^{-2.5}$ に比例している。遷移エネルギーが $m_e c^2$ より大きいときには, 内部転換は無視できる。

- 多重極展開の次数が上がるほど, 内部転換係数は急速に増加する。実際, 次数が大きいたときには, γ 線放出に比べて内部転換が起こる確率の方がずっと大きくなることもある。例えば, ^{99}Tc の場合には $M1$ 遷移 (141 keV) と $M4$ 遷移 (143 keV) があり, α_K の値はそれぞれ, 0.10 と 30 である。両者の比は 300 であるが, これは式 (1.106) からの予測値 (370) とよく一致している。

以上のことから, 内部転換が重要になるのは, 重い原子核において, 次数が高く, 遷移エネルギーが小さく, K 殻からの放出の場合であることが分かる。

内部転換の重要な特徴としては, 他に, $E0$ 遷移が起こることが挙げられる。式 (1.105) によれば, $\alpha(E0) \approx 0$ であるが, そもそも $E0$ 遷移では γ 線放出がないため, 内部転換係数を定義できないし, $E0$ 遷移での内部転換は実際に観測され, 特に, $0^+ \rightarrow 0^+$ 遷移で重要である (他に, この遷移を引き起こす直接的な過程はない)。 $E0$ 遷移は, 古典的なイメージでは, 電荷が等方的に拍動している状況に対応する。このような場合, 遠方での電界は時間的に変化しないため, 放射 (γ 線放出) は起こらないが, 軌道電子の波動関数は, 原点近傍での電荷分布の変化を感知できるため, 内部転換は起こるのである。

$E_\gamma > 2m_e c^2 = 1.02 \text{ MeV}$ の場合は, γ 線放出や内部転換のかわりに, 電子対が生成される過程も起こる。これを内部電子対生成と呼び, 例えば, ^{16}O の $0^+ \rightarrow 0^+$ 遷移 (6.06 MeV) において観測される。

1.4.5 Mössbauer (メスバウアー) 効果

γ 線放出の逆過程は, γ 線の共鳴吸収である。すなわち, 基底状態の原子核が γ 線を吸収して励起状態に遷移する過程である。同様な過程は, 原子や分子の軌道電子についてはよく知られている。しかし, 以下に述べるように, 気相の場合 (図 1.13 (a)) には, 原子核による γ 線の共鳴吸収は, 通常起こらない。

励起状態と基底状態のエネルギー差を

$$\Delta E \equiv (m_{A^*} - m_A) c^2 \quad (1.107)$$

とすると、式 (1.59) から、放出される γ 線のエネルギーは

$$E_\gamma = \Delta E - E_R \quad (1.108)$$

である。ここで、 E_R は、式 (1.60) の反跳エネルギーである。つまり、放出 γ 線の光子エネルギーは厳密には、 ΔE と同じではなく、それより小さい。一方、1.4.1 項で行ったエネルギーと運動量の保存についての解析を、吸収に対して行くと、共鳴吸収される γ 線の光子エネルギー E'_γ は

$$E'_\gamma = \Delta E + E_R \quad (1.109)$$

となり、図 1.14 に示すように ΔE より大きいことが分かる。従って、励起準位の自然幅 Γ と反跳エネルギーの関係が、 $\Gamma \gtrsim 2E_R$ であれば共鳴吸収が可能であるが、 $\Gamma \ll E_R$ であれば共鳴吸収は起こらない。

1.4.1 項で見積もったように、反跳エネルギーは eV のオーダーで γ 線の光子エネルギーよりはるかに小さい。たとえば、 ^{137}Cs の β 壊変で生成する ^{137m}Ba からの γ 線 (0.662 MeV) 放出を例にあげると、反跳エネルギーは 1.7 eV である。しかし、励起準位の自然幅は一般にこれよりはるかに小さい。実際、この遷移の場合半減期は 2.55 分であるから、自然幅は 3×10^{-18} eV である。従って、共鳴吸収は起こらない。

しかしながら、以下のような場合には、励起状態の原子核から放出された γ 線が、他の原子核によって共鳴吸収されうる。

- 固体中で原子核の反跳が抑制される場合
- γ 線を放出する核と吸収する核の間に速度差があり、Doppler (ドップラー) 効果が反跳の効果を打ち消す場合

まず、最初の場合を考えよう。固体中では、原子核は、図 1.13 (b) のように、格子点に束縛されている。結晶格子中における原子の束縛エネルギーは、1~10 eV 程度であり、反跳エネルギーがこれより小さければ、格子は反跳エネルギーを受け止めることができ、結晶格子を剛体と考えることができる。これは、式 (1.60) において、原子核の質量 m_A を結晶の質量で置き換えた場合に相当し、共鳴吸収が可能になる。このような反跳なしの γ 線放出と吸収は、1958 年に Mössbauer (メスバウアー) によって発見され、**Mössbauer 効果** (Mössbauer effect) と呼ば

れる。Mössbauer は、 γ 線源として、 ^{191}Ir ($E_\gamma = 129 \text{ keV}$, $E_R = 0.047 \text{ eV}$ を用いて、実験を行った。

上記の 2 番目の場合のように、 γ 線源と吸収体の間に相対速度を持たせ、Doppler 効果を利用して反跳エネルギーの効果を打ち消し、放出 γ 線のスペクトルと吸収スペクトルを重ねることも、共鳴吸収を起こすことができ、これも Mössbauer 効果と呼ばれる。実際、Mössbauer 効果は線源や吸収体の運動に対してとても鋭敏な現象であり、これを利用すると、きわめて高い精度でエネルギーの変化を測定できる。これを **Mössbauer 分光** (Mössbauer spectroscopy) と呼ぶ。図 1.15 (a) のように、 γ 線源を速度 v で動かすと、その方向に放出される γ 線のエネルギー $E_\gamma(v)$ は Doppler 効果によって、

$$E_\gamma(v) = \frac{c+v}{c} E_\gamma(0) \quad (1.110)$$

のように、 v に依存する。 v を変化させながら吸収体による吸収を測定し、図 1.15 (b) のような結果を得ることで、吸収原子核の励起状態の自然幅 Γ を測定することができる。このようにすれば、 $\tau = \hbar/\Gamma$ の関係を使って、短寿命 ($\tau < 10^{-12}$ 秒) γ 線放出核種の寿命 τ を測定することができる。

また、Mössbauer 分光によって、原子核と周囲の物理的あるいは化学的環境との相互作用を調べることができる。それ以外にも幅広い応用があるが、一例として、重力赤方偏移すなわち重力場による光波長の変化の測定を説明する。Einstein の一般相対性理論によれば、ブラックホールや巨大な恒星など質量の大きな天体あるいはその付近から放射された光は、遠方の重力が弱いところでは振動数が低く波長が長くなって観測される。これを重力赤方偏移と呼ぶ。逆に、地球上の高い位置から放たれた光は地面では振動数が高くなって観測されるはずである。この効果は、1960 年に Pound と Rebka が行ったハーバードタワー実験で検証された。その体系図を図 1.16 に示す。線源と吸収体はともに ^{57}Fe で、前者が下に後者が上にあつて、14.4 keV の γ 線が上向きに進む。線源における振動数 ν_e と吸収体における振動数 ν_a の差は、重力加速度を g 、線源に対する吸収体の高さを H とすると、

$$h(\nu_e - \nu_a) = mgH \quad (1.111)$$

のように重力ポテンシャルの差と関連づけられる。ここで「運動する光子の質量」 m は、光子エネルギーと

$$mc^2 = h\nu_e \quad (1.112)$$

のように対応している*⁴。一方，吸収体を下向きに速度 v で動かした時に共鳴吸収されたとすると，Doppler 効果の式から

$$\frac{\nu_a}{\nu_e} = 1 - \frac{v}{c} \quad (1.113)$$

が得られる。これらをまとめると，

$$v = \frac{gH}{c} \quad (1.114)$$

で共鳴吸収が起こる。実験では $H = 22.5 \text{ m}$ であったので，この速度は $7.4 \times 10^{-7} \text{ m/s}$ である。一般相対性理論の予言が Mössbauer 効果が発見されたわずか 2 年後に，地球上で検証されたことは驚きに値する。

*⁴ 特殊相対論における質量とエネルギーの等価性によれば，あらゆるエネルギーが質量に寄与している。

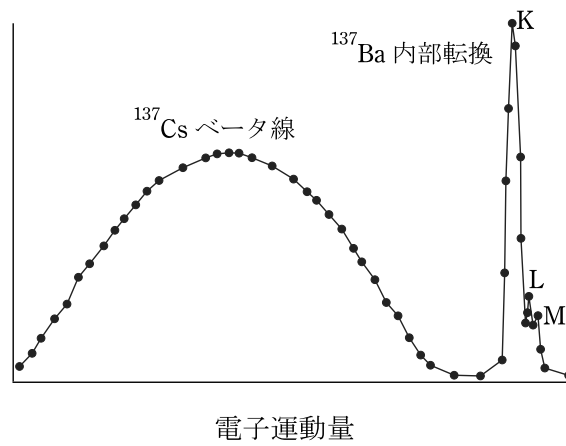


図 1.12 β 線と内部転換電子のエネルギースペクトル. ^{137}Cs からの β 線と娘核 ^{137}Ba の内部転換電子が区別できる. 後者では, K, L, M 殻由来のものが見えている

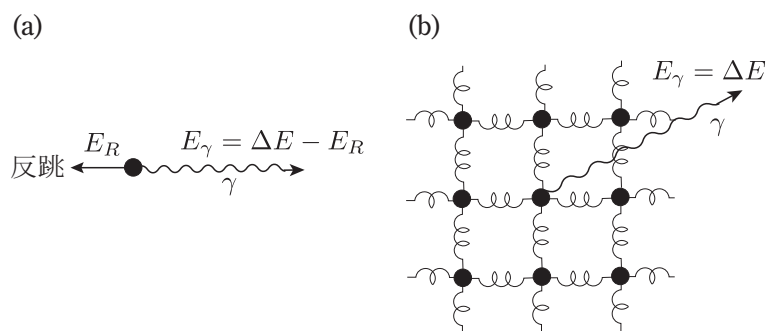


図 1.13 γ 線の放出と核の反跳。(a) 気相中の孤立した核 (b) 固体中の原子核. 参考文献^[1]の図 136 を参考にしている.

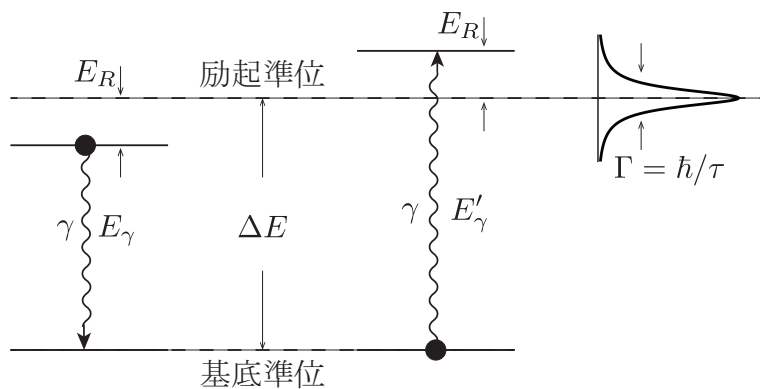


図 1.14 放出 γ 線と共鳴吸収される γ 線の関係. 参考文献^[1]の図 137 を参考にしている.

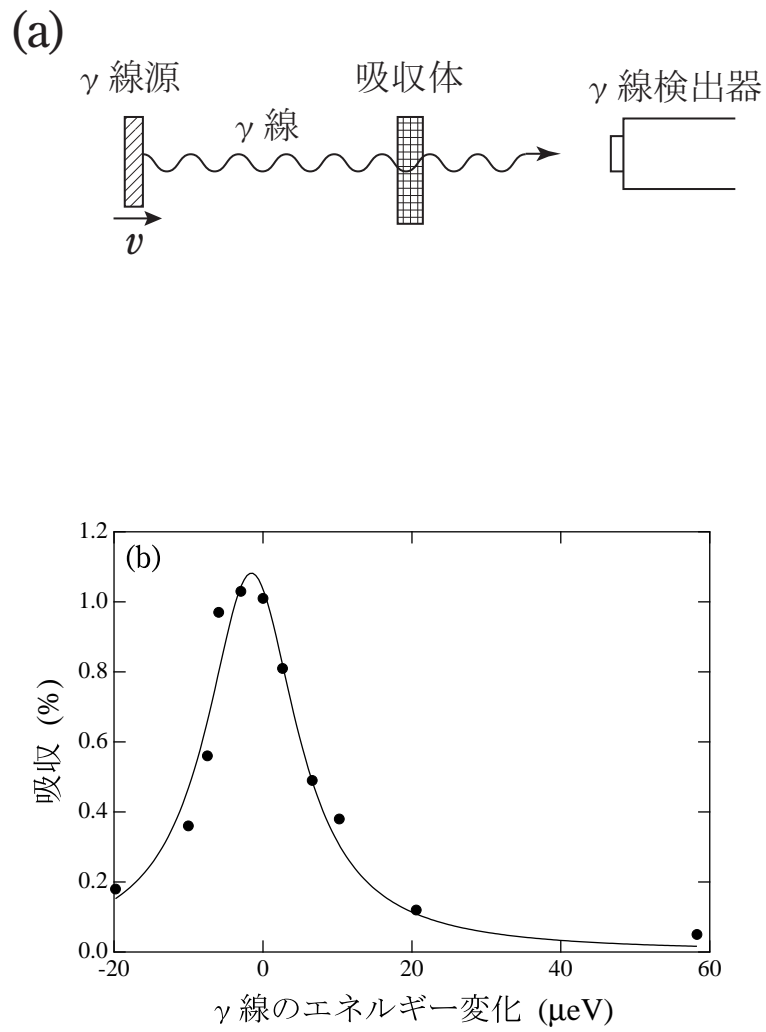


図 1.15 (a) Mössbauer 分光の体系 (b) ^{191}Os の β 壊変で生成する ^{191}Ir から放出される γ 線の Mössbauer 吸収曲線. 黒丸は実験値で, 実線はフィッティング

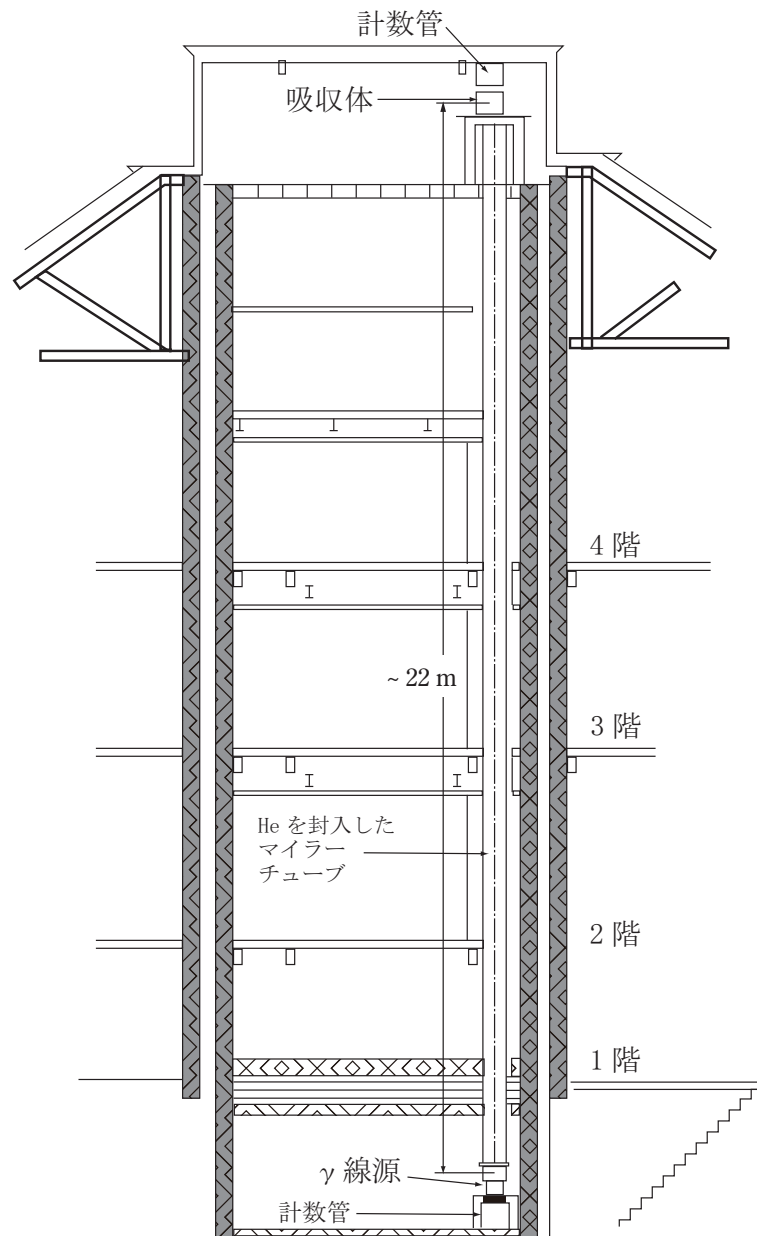


図 1.16 一般相対論で予言された重力赤方偏移を検証したハーバードタワー実験の体系図. γ 線源としては ^{57}Co の軌道電子捕獲で生成する ^{57}Fe が使われた. 下方の計数管は, 線源と吸収体の位置を逆にして実験するときを使う. 参考文献^[4]の Fig. 10.28 を参考にしている.

2 放射性核種と放射線

この章では、放射線の種類と天然放射線核種について解説する。放射線は、電磁波か質量を持つ粒子か、電荷を持っているかどうかなどによって分類できる。また、放射線核種は、原子炉や加速器で人工的に作られるだけでなく、天然に存在している。

2.1 放射能と放射性同位元素

“原子核工学 I” 1.8 節で述べたように、**放射能** (radioactivity) には

- (1) 原子核が自発的に放射性壊変して、放射線を放出する性質
- (2) 単位時間あたりの壊変数

の 2 つの意味がある。

原子核は基底状態であっても、安定なものと不安定なものがあり、種類としては不安定な核種の方が多い (“原子核工学 I” 図 1.8 を参照)。また、励起状態の原子核も不安定である。不安定な核種は、自発的に α 線、 β 線、 γ 線などの放射線を放出して放射性壊変する。壊変の種類については、1.1.2 項や “原子核工学 I” 表 1.4 を参照されたい。 α 壊変や β 壊変では異なる元素になり、 γ 線の放出では元素 (原子番号) や中性子数は変化しないが原子核は励起状態からよりエネルギーの低い状態へと遷移する。不安定な原子核が持つこのような性質が (1) の意味での放射能である。

(2) の意味における放射能の単位として、国際単位系では毎秒あたりの壊変数 (s^{-1}) をさす Bq (ベクレル) が用いられる。これはまた、dps (disintegration per second) と書かれることもある。古い単位である Ci (キュリー) は現在でも補助単位として使われ、1 Ci は厳密に

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq} \quad (2.1)$$

表 2.1 水素 ($Z = 1$) の代表的な同位体

同位体核種	同位体質量 (u)	半減期	核スピン	天然存在比 (モル%)
^1H	1.00782503207	安定	$\frac{1}{2}+$	99.9885
^2H (D)	2.0141017778	安定	1+	0.00115
^3H (T)	3.0160492777	12.32 年	$\frac{1}{2}+$	

表 2.2 炭素 ($Z = 6$) の代表的な同位体

同位体核種	同位体質量 (u)	半減期	核スピン	天然存在比 (モル%)
^{11}C	11.0114336	20.334 分	$\frac{3}{2}-$	
^{12}C	12	安定	0+	98.93
^{13}C	13.0033548378	安定	$\frac{1}{2}-$	1.07
^{14}C	14.003241989	5.70×10^3 年	0+	$< 10^{-10}$

である。単位質量あたりの放射能を**比放射能**と呼び、g あたり Bq などと記す。また、単位体積あたりの放射能を**放射能濃度**と呼び、1 ml(mL) あたり Bq などと記す。

“原子核工学 I” 1.1 節で述べたように、原子核中の陽子数 (原子番号) Z と中性子数 N 、あるいは陽子数 Z と質量数 $A = Z + N$ によって指定される特定の原子の種類を**核種** (nuclide, nuclear species) と呼ぶ。**同位体** (isotope) とは、核種間の相互関係として原子番号は同じであるが中性子数が異なる核種のことをさすが、同位体は核種と同じ意味で用いられることも多い。同位体は元素としては同じで、化学的性質もほとんど同じである。

ある元素の同位体で、上記 (1) の意味での放射能を持つものを**放射性同位体** (radioisotope, RI)、そうではなく安定なものを**安定同位体** (stable isotope) と呼ぶ。本来、放射性同位体は、安定同位体が存在する元素の放射性核種をさし、同位体が全て放射能を持つ場合には**放射性同位元素**と呼ばれるが、実質上、放射性同位体と放射性同位元素は同じ意味で用いられる。

表 2.1 と表 2.2 にそれぞれ水素と炭素の代表的な同位体を示す。

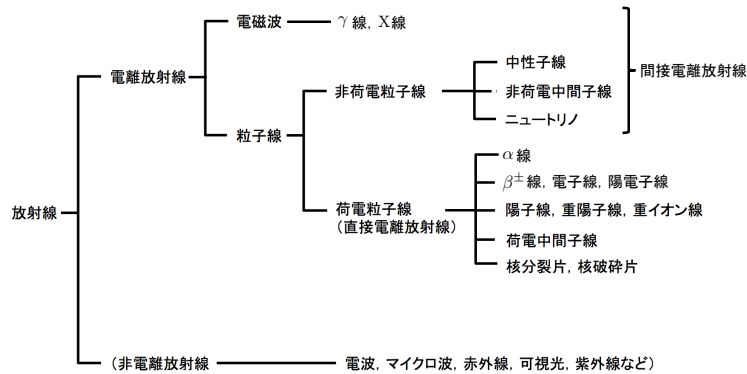


図 2.1 放射線の種類

2.2 放射線の種類

放射線 (radiation) は、媒質中を通過する際に媒質中の原子や分子を直接あるいは間接にイオン化（電離）する能力を持つ、高エネルギーの粒子（物質粒子）や電磁波のことで、**電離放射線** (ionizing radiation) とも呼ばれる。放射線は、図 2.1 に示すように、その物理的特徴や発生機構によってさまざまな種類や呼称に分かれる。

電磁放射線と粒子放射線

電磁放射線は、波長が極めて短い電磁波で、したがって光子のエネルギーが高い。γ線とX線がこれに相当する。両者は物理的には同じものだが、原子核から放出されるものをγ線、原子核の外で発生するものをX線と呼ぶ。これに対して、粒子放射線（粒子線）とは、運動状態にある質量を持った粒子である。その例として、α線、β[±]線、中性子線、加速器などから発生する高エネルギーの電子線、陽電子線、陽子線、重陽子線、重イオン線、核分裂片、核破砕片、π粒子などの中間子、その他のハドロン、μ粒子、ニュートリノなどのレプトンが挙げられる。粒子放射線のうち、電子より質量が大きいもの、すなわちβ[±]線、電子線、陽電子線、ニュートリノ以外を、重粒子線と呼ぶ。

荷電粒子線と非荷電粒子線

粒子放射線のうち正または負の電荷を持つものを荷電粒子線、電荷を持たず電氣的に中性であるものを非荷電粒子線と呼ぶ。中性子線、 π^0 粒子などの非荷電中間子線、ニュートリノが非荷電粒子線で、その他の粒子線は荷電粒子線である。なお、質量はゼロであるものの光子も粒子の一種であるので、 γ 線や X 線の光子を、非荷電粒子に含めることもある。

直接電離放射線と間接電離放射線

放射線が物質中を通過するときに起こる電離には、入射した放射線が物質中の原子の軌道電子と相互作用して直接起こす一次電離と、一次電離の結果生じる二次電子が引き起こす電離とがある。なお、高速の荷電粒子による電離の結果生じた高エネルギーの二次電子を δ 線 (δ ray) と呼ぶ。 δ 線は一次粒子の軌道からかなり離れたところまで進み二次的な電離を引き起こす。また、中性子は電氣的に中性であるため、それ自体は物質中の原子をイオン化することはない。中性子と物質の相互作用については 3.4 節で詳しく述べるが、弾性散乱や非弾性散乱の結果生じる反跳原子核によって電離が起こる。また、荷電粒子の場合には高速でなければ物質中の原子を電離できないが、中性子の場合にはエネルギーが低くても、中性子捕獲反応で生成する γ 線、陽子、 α 粒子などの二次粒子による電離が起こる。

電離放射線のうち、一次電離が主であるものを**直接電離放射線** (directly ionizing radiation) と呼び、高速の荷電粒子線がこれに属する。これに対して、二次電子や二次粒子による電離が主であるもの（電磁波と非荷電粒子線）を**間接電離放射線** (indirectly ionizing radiation) といい、 γ 線、X 線、中性子線がその代表例である。

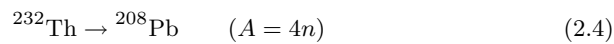
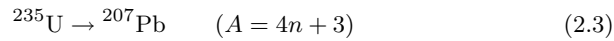
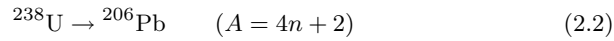
2.3 天然放射性核種

2.3.1 壊変系列を作る天然放射性核種

原子番号が 82 (鉛) 以上の元素は、いずれも天然の放射線核種を持っている。鉛はまた、安定同位体を持つ最も原子番号の大きい元素でもあり、原子番号が 83 (ビスマス) 以上の元素はすべて放射性である^{*1}。 α 壊変では質量数は 4 だけ減少

^{*1} ^{209}Bi は以前は安定核種と考えられていたが、現在では 1.9×10^{19} 年という極めて長い半減期で α 壊変することが知られている。

し、 β 壊変と γ 線放出では質量数は変化しない。このため、これらの重い元素の放射性核種は、質量数を 4 で割ったあまりによって、壊変系列に分類することができる。3 つの重い原子核 ^{238}U , ^{235}U , ^{232}Th を出発して、鉛の安定核種で終わる 3 つの系列



をそれぞれ、ウラン系列、アクチニウム系列、トリウム系列と呼ぶ。途中の核種の半減期は、地球の年齢 (45.4 億年) よりはるかに短い。最初の核種である ^{238}U , ^{235}U , ^{232}Th の半減期が地球の年齢前後で天然に存在するため、途中の放射性核種も天然に存在する。なお、 ^{237}Np に始まり ^{209}Bi で終わるネプツニウム系列 ($A = 4n + 1$) は天然には存在しない。いずれの系列においても、半減期が一番長いのは、最初の核種である。

a. ウラン系列 [(4n + 2) 系列]

ウラン系列 (図 2.2) は、 ^{238}U に始まり、安定核種である ^{206}Pb で終わる。最初の ^{238}U の半減期は、地球の年齢に近い 4.468×10^9 年である。 ^{222}Rn と ^{226}Ra は、地下水や温泉水中に多く存在する。

b. アクチニウム系列 [(4n + 3) 系列]

アクチニウム系列 (図 2.3) は、 ^{235}U に始まり、安定核種である ^{207}Pb で終わる。最初の ^{235}U の半減期は、 7.038×10^8 年である。

c. トリウム系列 [(4n) 系列]

トリウム系列 (図 2.4) は、 ^{232}Th に始まり、安定核種である ^{208}Pb で終わる。最初の核種である ^{232}Th の半減期は、 1.41×10^{10} 年と、地球の年齢より長い。

d. ネプツニウム系列 [(4n + 1) 系列]

ネプツニウム系列 (図 2.5) は、 ^{237}Np に始まり、安定核種である ^{209}Bi で終わる。最も半減期の長い ^{237}Np でも 2.14×10^6 年と、地球の年齢よりはるかに短

表 2.3 壊変系列を作らない天然放射性核種の例

核種	半減期 (年)
^{40}K	1.248×10^9
^{87}Rb	4.923×10^{10}
^{113}Cd	7.7×10^{15}
^{115}In	4.41×10^{14}
^{138}La	1.02×10^{11}
^{176}Lu	3.85×10^{10}
^{187}Re	4.12×10^{10}

いため、ネプツニウム系列は現在では、天然には存在しない。

2.3.2 壊変系列を作らない天然放射性核種

いずれの壊変系列にも属さないが、半減期が $10^9 \sim 10^{15}$ 年と非常に長い核種もあり、これらは天然に存在する。壊変系列を作らない天然放射性核種の例を、表 2.3 に示す。

代表的なのは、 ^{40}K で天然存在比は 0.0117% である。カリウムは人体の全身に分布しており、人間は自分の体に含まれる ^{40}K によって放射線を被ばくする。体重 60kg の成人男性の体内には約 4000 Bq 存在している。

2.3.3 天然誘導放射性核種

a. 宇宙線

宇宙空間を 1 GeV 程度以上の高エネルギーで飛び交っている放射線を、宇宙線と呼ぶ。宇宙線のほとんどは銀河系内を起源とし、そのエネルギーは最大で 10^{20} eV にも達する。宇宙線は地球にも絶えず降り注いでおり、それらは一次宇宙線と呼ばれ、その大部分は陽子、 α 粒子からなる。地球に到達した一次宇宙線は、大気の上層部で酸素、窒素、アルゴンの原子核と衝突して、大量の粒子を生成する。核破砕反応の結果、軽いものから標的原子核の質量数に近いものまで色々な種類の放射性核種が生成するのに加えて、さまざまなエネルギーの素粒子（陽子、中性子、パイオン、光子、電子、ミューオン、ニュートリノなど）も生成する。こ

これらの粒子は日常的に地表に降り注いでいる。また、航空機では、地上にいるときよりも多くの宇宙線を浴びる。

b. 天然誘導放射性核種

天然の放射性核種からの放射線や、上記の宇宙線が引き起こす核反応で生成する放射性核種を、天然誘導放射性核種と呼ぶ。

- (1) 宇宙線による核破砕反応で生成するものには、 ^3H , ^7Be , ^{10}Be , ^{14}C , ^{22}Na , ^{32}Si , ^{32}P , ^{33}P , ^{35}S などがある。
- (2) 地殻中の軽元素に、天然放射性核種由来の α 粒子が当たることで、 (α, n) 反応（例： $^9\text{Be}(\alpha, n)^{12}\text{C}$ ）によって中性子が発生する。自発核分裂によって中性子を放出する ^{238}U , ^{232}Th などの核種も天然に存在する。これらの中性子が引き起こす核反応によって ^3H , ^{14}C , ^{36}Cl , ^{237}Np , ^{239}Pu などの誘導放射性核種が生成する。

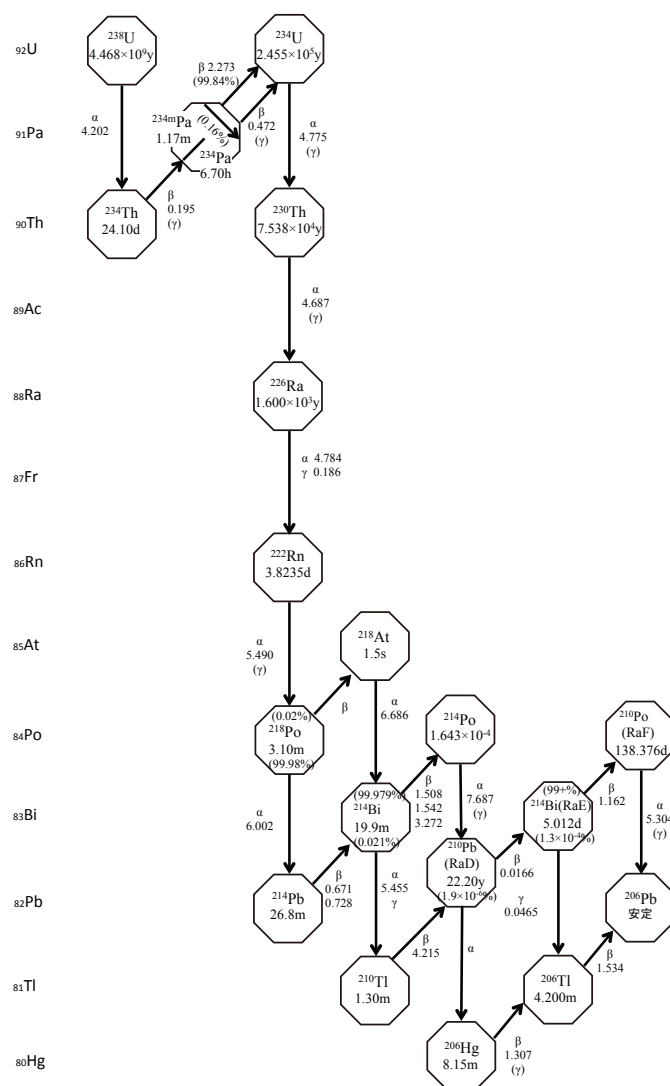


図 2.2 ウラン系列. 参考文献[3]の 11 頁を参考にしている.

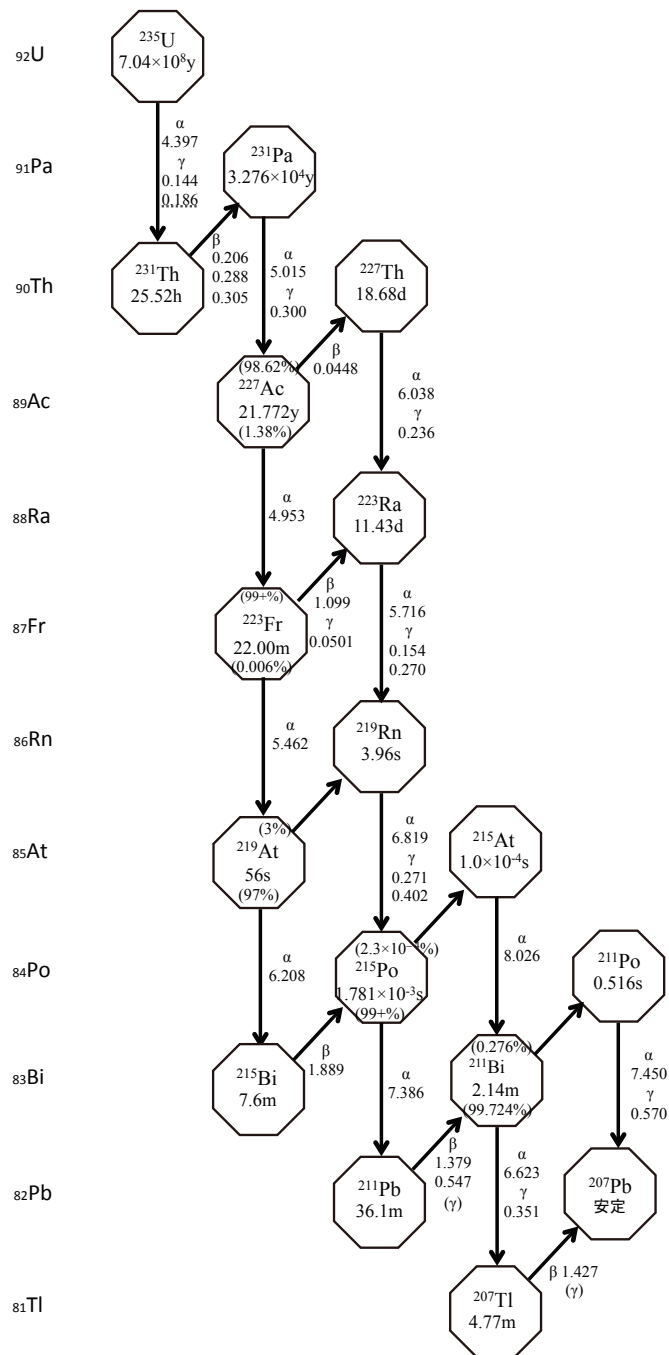


図 2.3 アクチニウム系列. 参考文献^[3]の 12 頁を参考にしてている.

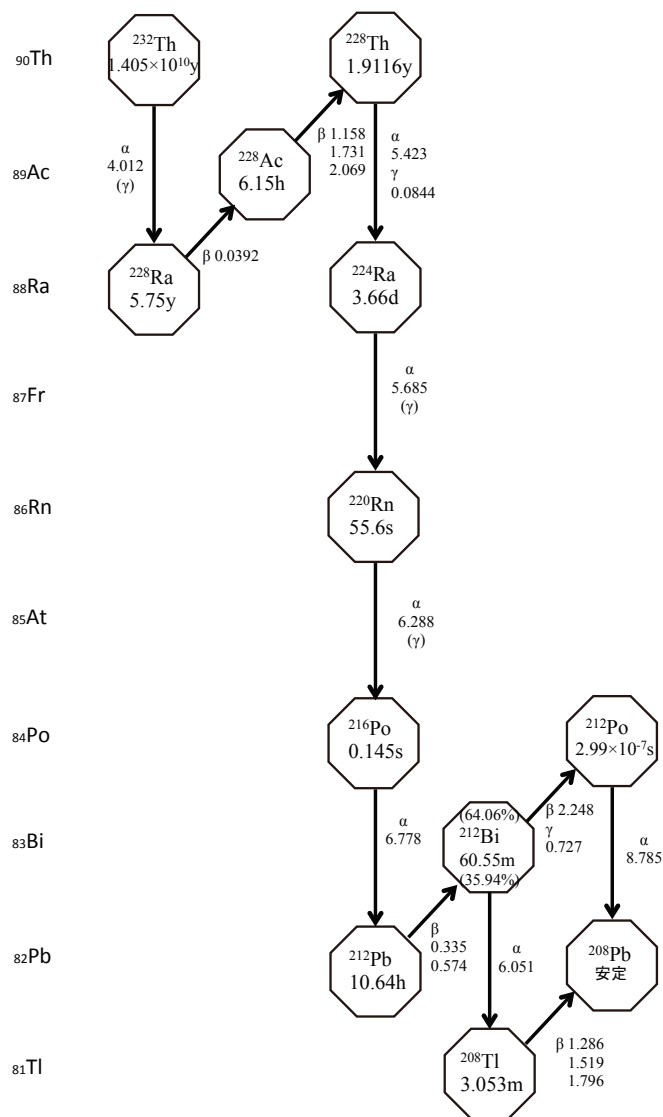


図 2.4 トリウム系列, 参考文献[3]の 10 頁を参考にしている.

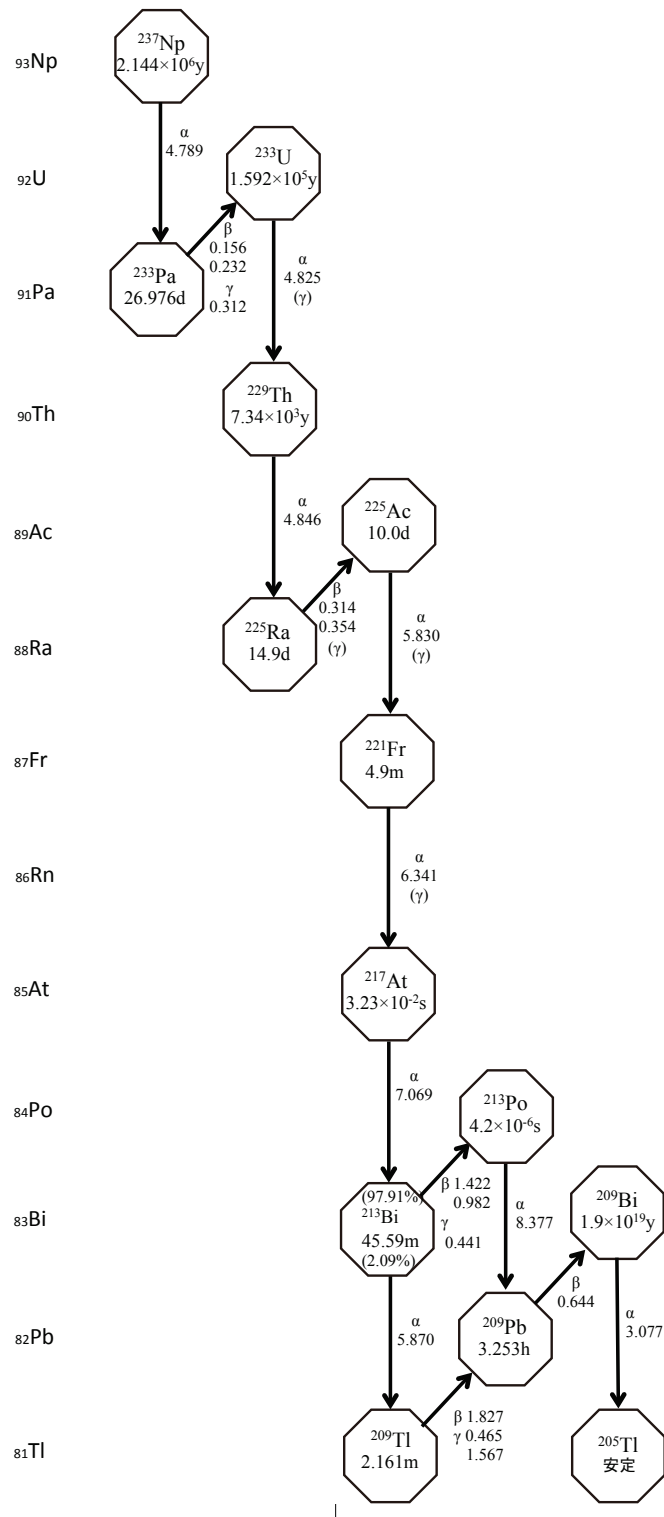
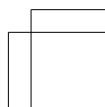
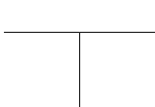
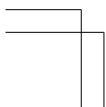
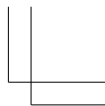
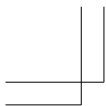


図 2.5 ネプツニウム系列. 参考文献^[3]の 13 頁を参考にしている.



3 放射線と物質の相互作用

放射線と物質の相互作用を理解することは、放射線の検出や計測においても、放射線を産業や医療に応用する際においても、放射線の人体への影響を解明し放射線防護を考える際においても、大切な基礎となる。必要に応じて物理系の工学教程に立ち返り、微視的な物理的メカニズムに基づいて、放射線と物質の相互作用をとらえることが肝要である。

3.1 重荷電粒子と物質の相互作用

3.1.1 阻止能と Bethe の式

荷電粒子と物質の相互作用は、基本的な 4 つの相互作用のうち、電磁相互作用によるものである。荷電粒子が物質中を進むとき、クーロン力によって、物質中の電子とのエネルギーをやりとりし、これによって、物質中の原子を電離したり励起したりする。荷電粒子が直接原子を電離する過程を 1 次電離という。電離により放出された電子のエネルギーが高く、さらに他の原子を電離する過程を 2 次電離という。1 次電離で発生した電子のうち 2 次電離を起こすことができるような高エネルギーの電子を δ 線と呼ぶ。

気体が荷電粒子によって電離されると、イオンと自由電子の対が生まれる。このイオン対を作るのに必要な平均エネルギーを W 値という。荷電粒子が気体中でエネルギー E を失ったときにイオン対が N 個できたとすると、 W 値は

$$W = \frac{E}{N} \quad (3.1)$$

で与えられる。 W 値は電子や陽子では入射エネルギーによらずほとんど一定の値を持つ。荷電粒子が失うエネルギーはすべてが電離に使われるわけではないので、 W 値はイオン化エネルギーより大きく、一般に 2 倍程度の 30 eV 程度である。例えば、空気の W 値は 33.97 eV である。

電離や励起は本来、重荷電粒子が進む経路上で、離散的・確率的に起こる過程である。しかし、 W 値を使って計算すると、5 MeV の α 粒子がそのエネルギー

をすべて失うまでに、 10^5 回以上も電離を起こすことが分かる。従って、重荷電粒子は、物質中を進みながら、近似的には連続的にエネルギーを失うと考えることができる。荷電粒子が単位長さ進む間に失うエネルギー

$$S(E) = \frac{dE}{dx} \quad (3.2)$$

を**阻止能** (stopping power) という。 x を荷電粒子が経路上を進んだ長さとするれば厳密には、 $\frac{dE}{dx} < 0$ であるが、便宜的に $\frac{dE}{dx} > 0$ として議論することが多く、ここでもそうすることにする。阻止能を質量密度 ρ で割った値 S/ρ を質量阻止能という。

重荷電粒子に対する物質の阻止能は、入射粒子と物質中の電子の衝突過程を量子力学的に計算することで求めることができ、以下の Bethe (ベーテ) の公式または Bethe-Bloch (ブロッホ) の公式が得られる。

$$\frac{dE}{dx} = \rho z_i^2 \frac{Z}{A} \left(\frac{4\pi(\hbar c)^2 \alpha^2}{m_p m_e c^2} \right) \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e v^2}{I} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right] \quad (3.3)$$

ここで、 $I \sim Z\alpha^2 m_e c^2$ は標的原子の平均的なイオン化・励起エネルギーであるが、実際上は経験的パラメーターとして取り扱われ、 $10Z$ eV の程度である。非相対論的な領域 $\beta = v/c \ll 1$ では、式 (3.3) の第 1 項が支配的である。このとき、質量阻止能は標的原子について

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \propto \frac{Z}{A} \ln \left(\frac{2mv^2}{I} \right) \quad (3.4)$$

の依存性を持つ。

標的物質が化合物や混合物の場合には 1 原子当たりの阻止能は加算的で、化合物 (混合物) についての添え字を c 、構成元素についての添え字を i として、密度を N_c, N_i 、分率を W_i ($\sum_i W_i = 1$) とすれば

$$\frac{1}{N_c} \left(\frac{dE}{dx} \right)_c = \sum_i W_i \frac{1}{N_i} \left(\frac{dE}{dx} \right)_i \quad (3.5)$$

である。これを Bragg (ブラッグ) -Kleeman (クレーマン) 則という。

Bethe の公式に近い式を、古典力学的な考察によって導いてみよう。図 3.1 に示すように、質量 m_i 、電荷 $z_i e$ のイオンが、自由電子のそばを衝突径数^{*1} b 、速

*1 「衝突係数」と書くのは誤りであるので注意する。

度 v で通り過ぎる状況を考える。イオンの質量は大きいので非相対論的 ($v \ll c$) であるとし、また、 $m_i \gg m_e$ であるから電子との相互作用で進路を曲げられることなく直進すると近似する。 b が特に小さい時を除けば、イオンがそばを通り過ぎる間は電子はまだほとんど動いていないと仮定して、電子が感じる力を撃力で近似できる。するとイオン通過後の電子の運動量は y 成分のみで

$$p_e(b, v) = \frac{z_i e^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b}{(x^2 + b^2)^{3/2}} \frac{dx}{v} = \frac{z_i e^2}{2\pi\epsilon_0 v b} \quad (3.6)$$

となる。この電子の運動エネルギーがイオンのエネルギー損失 ΔE にあたり、

$$\Delta E(b, v) = \frac{p_e^2}{2m_e} = \left(\frac{z_i e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{2}{v^2 b^2 m_e} \quad (3.7)$$

と書ける。これは、電荷の 2 乗に比例し、衝突径数の 2 乗に反比例する。また、速度の 2 乗にも反比例するが、これは、イオンの速度が速いほど相互作用の時間が短くなるためとして理解できる。

衝突径数の値はランダムであるから、平均をとる必要がある。1 つの電子を含む体積 L^3 の領域を考え、衝突径数の最小値を b_{min} 、最大値を b_{max} とすると、イオンは長さ L の間に

$$\Delta E(v) = \frac{1}{L^2} \int_{b_{min}}^{b_{max}} \Delta E(b, v) 2\pi b db = \frac{1}{L^2} \frac{(\hbar c)^2}{m_e c^2} \frac{4\pi}{\beta^2} (z_i \alpha)^2 \ln \frac{b_{max}}{b_{min}} \quad (3.8)$$

だけのエネルギーを失う。電子密度を n_e とすれば、領域内の電子数は $n_e L^3$ であるから、阻止能は

$$\frac{dE}{dx} = \frac{(\hbar c)^2 n_e}{m_e c^2} \frac{4\pi}{\beta^2} (z_i \alpha)^2 \ln \frac{b_{max}}{b_{min}} \quad (3.9)$$

と書ける。電子密度が、標的原子の質量密度 ρ と

$$\rho \approx m_p \frac{A}{Z} n_e \quad (3.10)$$

の関係にあることに注意すれば、

$$\frac{dE}{dx} = \rho z_i^2 \frac{Z}{A} \left(\frac{4\pi(\hbar c)^2 \alpha^2}{m_p m_e c^2} \right) \frac{1}{\beta^2} \ln \frac{b_{max}}{b_{min}} \quad (3.11)$$

と書き換えられる。さらに計算を進め Bethe の公式 (3.3) を導出するには量子力学が必要で、相対論的な効果も考慮しなければならない。しかしながら、量子力学に頼らずとも、古典力学の範囲で簡単な考察をすることで、式 (3.3) に近い形が得られたのは重要である。

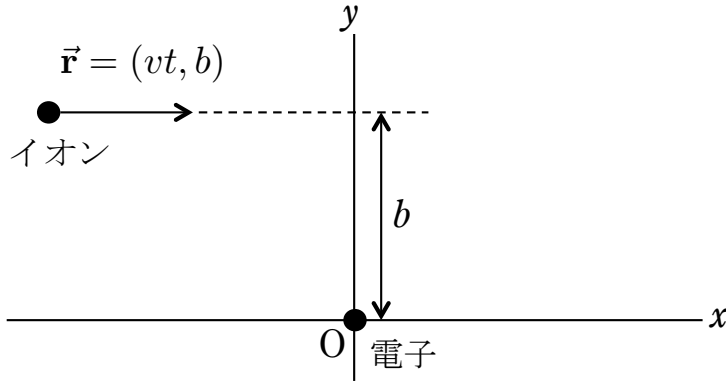


図 3.1 電子の近くを通過する重荷電粒子

3.1.2 Bragg 曲線と飛程

物質中に照射された荷電粒子が³, エネルギーを失い物質中で止まるまでに進んだ距離を**飛程** (range) と呼ぶ. エネルギー E_{in} で入射した重荷電粒子の飛程 R は, 阻止能をもちいて

$$R = \int_0^{E_{in}} \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \quad (3.12)$$

で求められる. 異なる標的原子 (添え字 1, 2 で表す) での飛程には, 半経験的な関係式

$$\frac{R_1}{R_2} \approx \frac{\rho_2 \sqrt{A_1}}{\rho_1 \sqrt{A_2}} \quad (3.13)$$

が成り立ち, これも Bragg-Kleeman 則と呼ばれる. 図 3.2 に, 飛程のエネルギー依存性を示す.

与えられた標的物質については

$$\frac{dE}{dx} \propto \frac{z_i^2}{v^2} \propto \frac{z_i^2 m_i}{E} \quad (3.14)$$

であるから, 飛程には

$$R \propto \frac{E^2}{z_i^2 m_i} \propto \frac{m_i v^4}{z_i^2} \quad (3.15)$$

の依存性がある. 例えば, 入射粒子が陽子と α 粒子の場合を比較すると, 初速が同じであれば, すなわち入射エネルギーの比が 1 : 4 であれば, 図 3.2 から確認

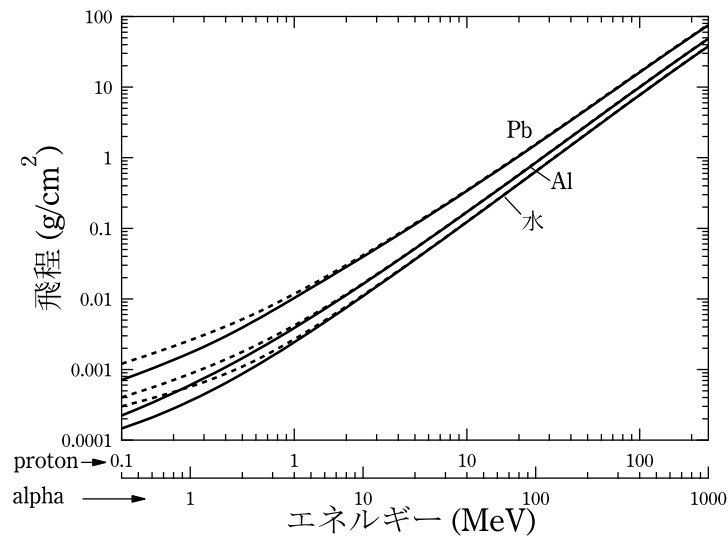


図 3.2 鉛，アルミニウム，水中における陽子（実線）と α 粒子（破線）の飛程. ここでは，飛程に質量密度をかけたもの（ g/cm^2 ）を示しているが，一般にこの量も飛程と呼ばれる。

できるように，飛程はほぼ同じである。

重荷電粒子が物質中を進む際に単位長さあたりに失うエネルギーが，物質中を進んだ距離（深さ）の関数として示した曲線を，**Bragg 曲線** (Bragg curve) と呼ぶ。Bragg 曲線の例を図 3.3 に示す。Bethe の公式 (3.3) や，前項で行った古典力学的な考察から分かるように，エネルギーを失うにつれて阻止能は増加する。したがって Bragg 曲線は飛程付近に特徴的なピークを持ち，これを **Bragg ピーク** (Bragg peak) という。Bragg ピークは，がんの陽子線治療や重粒子線治療において重要な役割を果たしている。

3.1.3 空間分布

3.1.1 では，重荷電粒子は連続的にエネルギーを失うとして，阻止能を考えた。しかし，回数が多いいえ電離や励起によるエネルギー損失は，離散的で確率的

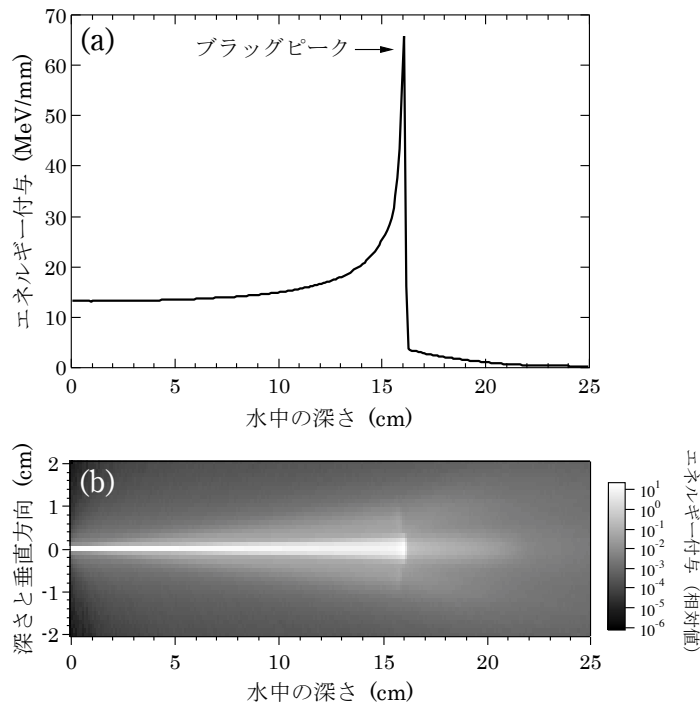


図 3.3 (a) ^{12}C が核子当たり 290 MeV (290 AMeV または 290 MeV/u と書く) の運動エネルギーで水に入射した時の Bragg 曲線 (b) 線量の空間分布

に起こる事象である。その統計的なゆらぎのために、同じ入射エネルギーの同種粒子が同じ深さまで進んだ時点でのエネルギーには幅がある。これは**エネルギーストラグリング** (energy straggling) と呼ばれる。したがって、Bragg ピークは、阻止能から単純に予想されるよりも広い幅を持っており、この効果を**飛程ストラグリング** (range straggling) という。

また、重荷電粒子は物質中を完全に直進するわけではなく、物質中を進む過程で散乱を受け進路が変化する。重荷電粒子に比べて質量がずっと小さい電子との散乱による進路のずれは無視できる。一方、標的物質の原子核によるクーロン散乱の効果は無視できない。1 回の散乱で受ける進行方向の変化はわずかであるが、散乱をくり返すことでその効果は蓄積し、よくコリメートされたビームが入射し

た場合でも、物質中を進むにつれて進行方向に分布ができる。これを**角度ストラグリング** (angular straggling) と呼ぶ。

入射重荷電粒子のエネルギーが十分に高ければ、標的原子核との間で核破碎反応などの核反応が起きる。例えば、重粒子線治療で使われるような核子当たり 290 MeV (290 AMeV または 290 MeV/u と書く) 程度の運動エネルギーを持った ^{12}C が水に入射すると、核破碎反応の結果、陽子、中性子に加え、He, Li, Be, B, C, N, O の同位体が破碎片として生成する。また、クーロン散乱を含む弾性散乱で標的原子核が受け取るエネルギーがあるしきい値以上であれば、反跳核は元の位置を離れて運動を始める (はじき出し)。破碎片や反跳核が放出される方向には分布があるため、それらが物質中に付与するエネルギーの分布は、反応前の粒子の進路の回りに幅を持つことになる。また、式 (3.15) から分かるように、エネルギーが同じであれば質量や電荷が小さいほど飛程が長いので、破碎片は入射粒子の Bragg ピークより深いところにまでエネルギーを与える。これを、**破碎片のテール** (fragmentation tail) と呼び、図 3.3(a) にもその影響が見られる。

以上のように、重荷電粒子が物質中を進む際に付与するエネルギーの空間分布は、阻止能、エネルギーストラグリング (飛程ストラグリング)、角度ストラグリング、破碎片・反跳核の寄与によって形成される。図 3.3(a) の場合における線量の空間分布を、図 3.3(b) に示す。

3.2 電子・陽電子と物質の相互作用

電子・陽電子 (β 線) は、重荷電粒子と同様に、電磁相互作用によって物質と相互作用する。しかしながら、質量が重荷電粒子に比べてはるかに小さいため、 β 線として放出される電子の速度は一般に相対論的で、また原子核のそばを通る軌道は、図 3.4 に模式的に示すように原子核のクーロン力によって大きく曲げられる。このように加速度を受けた電荷 q の荷電粒子からは、出力が

$$P = \frac{q^2 \gamma^6}{6\pi\epsilon_0 c} \left[\dot{\beta}^2 - (\boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}})^2 \right] \quad (3.16)$$

で連続スペクトルの電磁波を放射する^[6]。これを**制動放射** (bremsstrahlung) と呼ぶ。ここで、速度ベクトルを \boldsymbol{v} として $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{v}/c$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ である。量子力学的には、連続状態間を遷移することによる放射である。したがって、物質中を

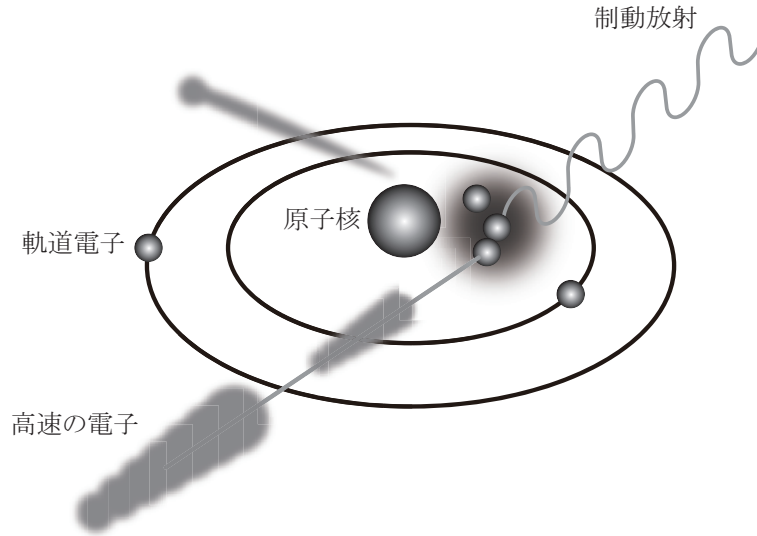


図 3.4 制動放射のイメージ

通過する電子は、周囲の原子をイオン化・励起する衝突過程に加えて、制動放射を放出する過程によってもエネルギーを失う。

電子の阻止能は、衝突阻止能と放射阻止能の和

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_c + \left(\frac{dE}{dx} \right)_r \quad (3.17)$$

の和である。それぞれの項の表式も Bethe によって導出されていて、 E を運動エネルギー、 N_0 を Avogadro (アボガドロ) 数とすれば

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_c = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{2\pi N_0 Z \rho}{m_e c^2 \beta^2 A} \left[\ln \frac{E(E + m_e c^2)^2 \beta^2}{2I^2 m_e c^2} + (1 - \beta^2) - (2\sqrt{1 - \beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + \frac{(1 - \sqrt{1 - \beta^2})^2}{8} \right] \quad (3.18)$$

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_r = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{N_0 Z^2 \rho (E + m_e c^2) \alpha}{(m_e c^2)^2 A} \left[4 \ln \frac{2(E + m_e c^2)}{m_e c^2} - \frac{4}{3} \right] \quad (3.19)$$

である。これらの式は相対論的なエネルギー領域で有効である。図 3.5 にいくつ

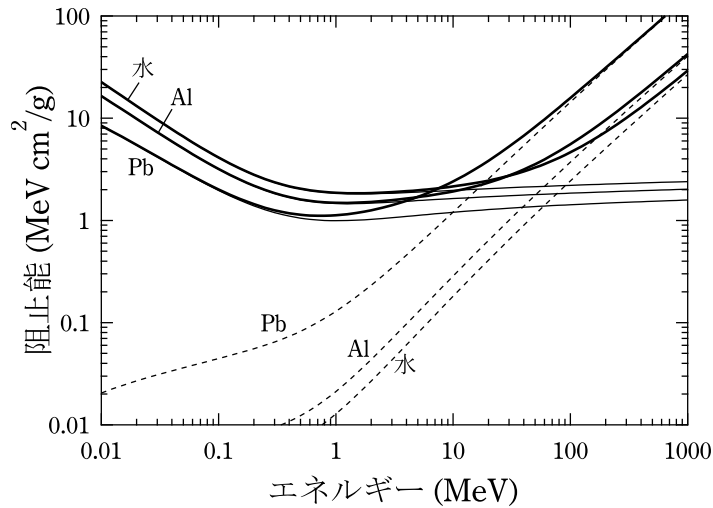


図 3.5 鉛，アルミニウム，水における電子の衝突阻止能（細実線），放射阻止能（細破線），両者の和（太実線）．阻止能を質量密度で割った値をプロットしている．

かの物質に対する阻止能を示す．放射項と衝突項の比を取ると

$$\frac{(dE/dx)_r}{(dE/dx)_c} \sim \frac{E + m_e c^2}{m_e c^2} \frac{Z}{1600} \quad (3.20)$$

であり，図 3.5 で確認できるように，制動放射の寄与は高エネルギーおよび高 Z 物質で重要になる．逆に，1 MeV 以下では制動放射の寄与は小さい．なお，重荷電粒子の場合には制動放射は無視でき，3.1.1 項で議論した阻止能は衝突阻止能である．

β 線は媒質中の電子との衝突や制動放射をくり返すため，不規則でジグザグした軌跡をたどる．このため軌跡の長さを求めることは困難である．そこで飛程は，実験的に求めやすく実用的な量として，物質表面に垂直に入射した電子線が止まるまでの進入深さとして定義する．入射エネルギーと飛程の関係を図 3.6 に例示する．

物質の屈折率が n であるとき，その物質中での光速（位相速度）は c/n である．真空中では粒子は光速より速く進めないが，物質中では c/n より速い速度で進むことが可能である．荷電粒子（特に電子・陽電子）が絶縁された誘電体中を

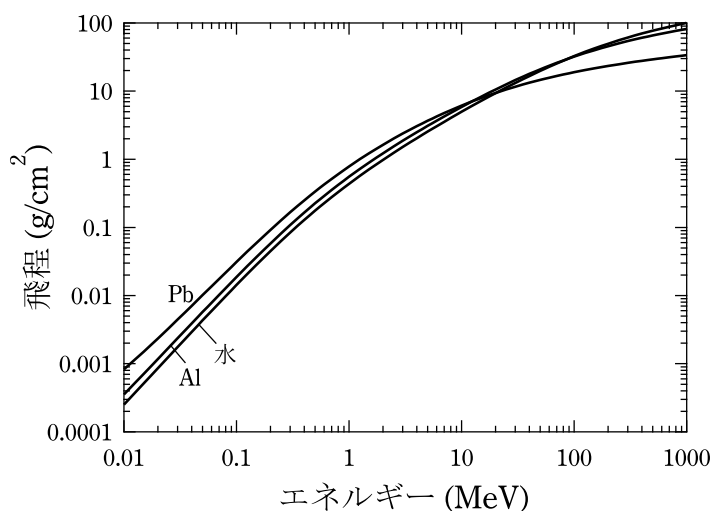


図 3.6 鉛，アルミニウム，水中における電子の飛程．飛程に質量密度をかけたものを示している．

通過する際には，飛跡に沿って分極の時間変化を誘起し，電磁波が放射される．通過速度が，その物質における光の位相速度より速いとき，図 3.7 に示すように，飛跡上の各点から発生する電磁波は波面がそろい，円錐状に放出された光として観測される．これを**チェレンコフ放射** (Čerenkov radiation) または**チェレンコフ光** (Čerenkov light) と呼ぶ．原子力発電所の核燃料プールで見られる青白い光はチェレンコフ光である．また，カミオカンデやスーパーカミオカンデでは，ニュートリノにより散乱された電子によって発生したチェレンコフ光を観測することで，ニュートリノを検出する．

3.3 光子と物質の相互作用

非荷電粒子のうち，本節では光子を扱う．光子のうち電離放射線は，X 線と γ 線である．X 線は，原子中の軌道電子の遷移や，制動放射など自由電子の運動に伴って放出され，これに対して， γ 線は，励起状態の原子核がよりエネルギーの低い励起状態や基底状態に転移する際に放出される．これらの違いは便宜上のも

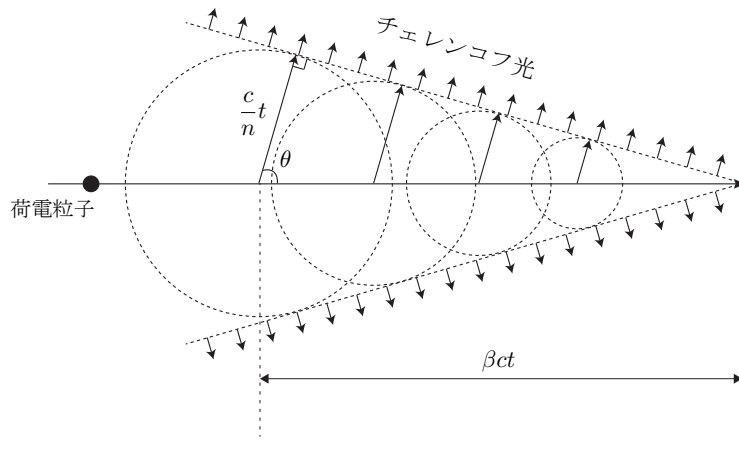


図 3.7 チェレンコフ放射 (チェレンコフ光)

ので、物理的にはどちらも（短波長の）電磁波で、同じものである。非荷電粒子である光子は、荷電粒子のように物質中を進むにつれて連続的にエネルギー損失を起こすことはなく、以下に説明するように、光電効果、コンプトン散乱、電子対生成という3つの過程（図 3.8）を通して、エネルギーを電子に与え、その電子が物質にエネルギーを与える。これらはいずれも、自然界の基本的な4つの相互作用のうち、電磁相互作用によるものである。入射 γ 線の光子エネルギー E_γ と標的原子の原子番号 Z に対して、それぞれの過程が支配的となる領域を、図 3.9 に示す。

3.3.1 光電効果

光子が、軌道電子にエネルギーを与え、軌道電子が原子から放出される現象を、光電効果（photoelectric effect）という。そのイメージを図 3.10 に示す。このとき放出される電子を光電子という。光子のエネルギーを E_γ 、軌道電子の束縛エネルギー（結合エネルギー）を E_b とすると、光電子のエネルギー E_e は

$$E_e = E_\gamma - E_b \quad (3.21)$$

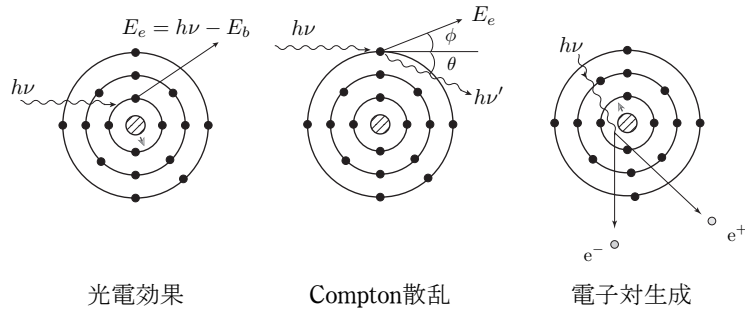


図 3.8 光子と物質の 3 つの相互作用. 原子核のそばの矢印は、核の反跳を表す.
参考文献^[1]の図 108 を参考にしている.

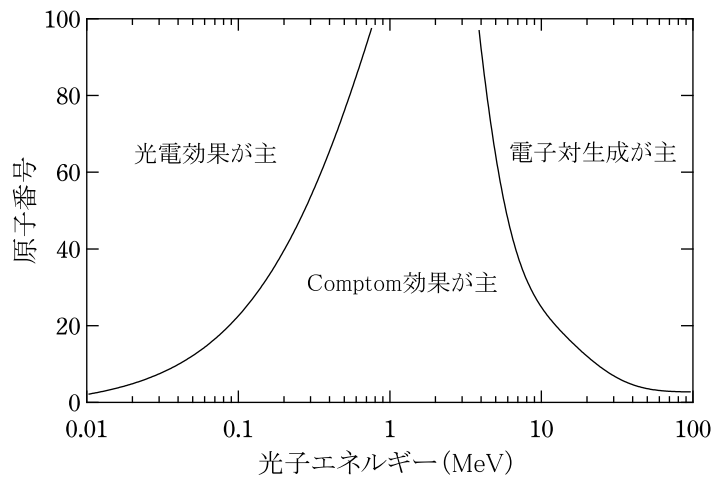


図 3.9 光子と物質の 3 つの相互作用のそれぞれが主となる領域

と表される. 光子の断面積に相当する質量減弱係数を図 3.11 に示す. 式 (3.21) から, 束縛エネルギーが光子のエネルギーより小さい軌道電子に対してのみ, すなわち $E_\gamma > E_b$ の時に, 光電効果は起こる. このため, 光電効果の断面積は, K 軌道, L 軌道, M 軌道などの軌道電子の結合エネルギーの前後で, 不連続に変化する. これらを K 吸収端, L 吸収端, M 吸収端等と呼ぶ.

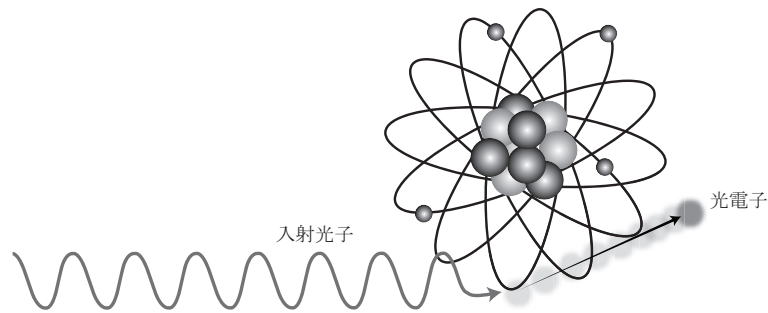


図 3.10 光電効果のイメージ

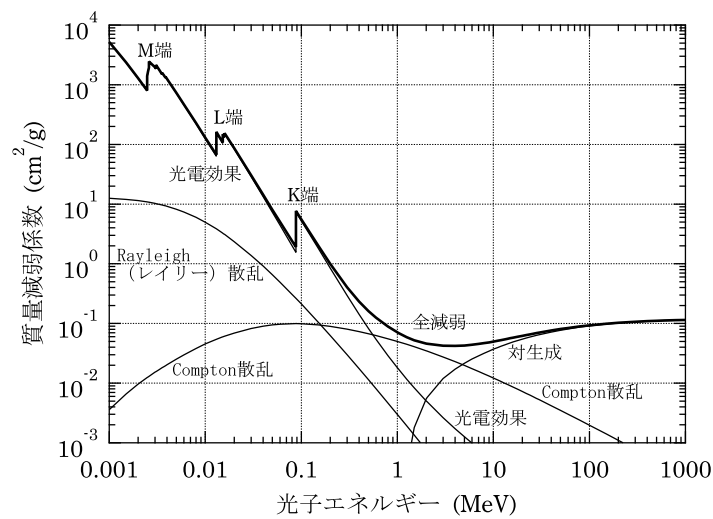


図 3.11 鉛に対する光子の質量減弱係数

$E_\gamma > E_b$ が満たされれば、光電効果の断面積は、原子核に近い K 軌道電子が放出される過程に対するものが大きく、L 軌道、M 軌道となるにつれて、断面積は小さくなる。この傾向は、以下のように理解できる。自由空間中の電子は光子を吸収したり放出したりすることはできない。これは、そのような過程はエネルギーと運動量を同時に保存することができないからである。保存則を満たすため

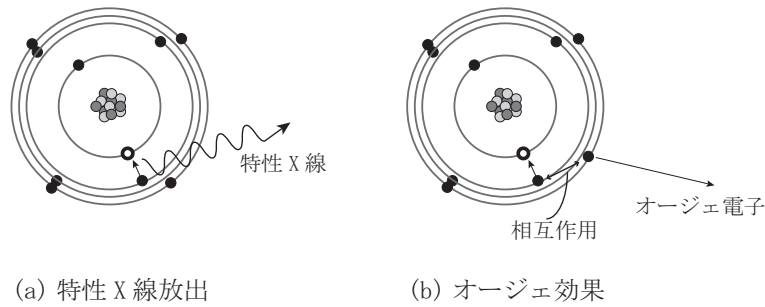


図 3.12 (a) 特性 X 線放出 (b) Auger 効果

には、第 3 体が必要である。光電効果では、電子とクーロン相互作用する原子核が、余分の運動量を吸収するために、保存則を満たすことができるのである。このため、原子核との結びつきが強い内側の軌道電子ほど、光電効果の断面積が大きいのである。

光電効果の断面積 σ は、おおよそ γ 線の光子エネルギー E_γ の 3~3.5 乗に反比例し、原子番号 Z の 3~5 乗に比例する。したがって、原子番号が大きいほど、また光子エネルギーが小さいほど、光電効果の寄与は大きくなる。同じ原子であっても、上で述べたようにどの軌道電子が放出されるかによっても断面積は異なるし、また分子や固体中における結合状態によっても異なる。

内側の軌道から電子が放出されると、その軌道に空孔がある励起状態のイオンができる。軌道電子捕獲や内部転換 (1.1.2 項) でも同様である。また、電子線の散乱など種々の放射線との相互作用によっても、内殻軌道に空きがある励起状態の原子やイオンが生成される。励起状態の原子やイオンは不安定で、以下に述べる**特性 X 線** (characteristic X-ray) 放出や **Auger (オージェ) 効果** (Auger effect) によって緩和する。

エネルギーの高い軌道の電子が空孔のできた内殻軌道へ遷移する際、エネルギー差を光子として放出する過程を特性 X 線放出、放出される X 線を特性 X 線とよぶ (図 3.12(a))。図 3.13 に示すように、K 殻、L 殻、M 殻…への線による特性 X 線をそれぞれ K 系列、L 系列、M 系列…と呼び、さらに K 系列の中で L 殻、M

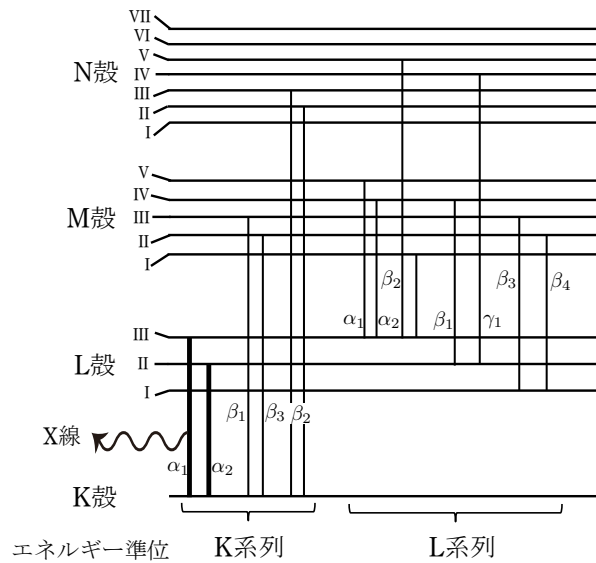


図 3.13 特性 X 線の系列

殻からの遷移によるものをそれぞれ K_α 系列, K_β 系列と呼ぶ. なお, 水素原子の場合には, K, L, M 系列はそれぞれ, Lyman (ライマン) 系列, Balmer (バルマー) 系列, Paschen (パッシェン系列) と呼ばれる.

電子遷移の際に, 特性 X 線が放出されるかわりに, 図 3.12(b) に示すようにさらに外殻の軌道にいる電子がクーロン相互作用を通じて励起エネルギーを受け取り原子外へ放出され, イオン化が起こる過程がある. これを Auger 効果, 放出される電子を Auger 電子と呼ぶ. Auger 効果では, イオンの価数が 1 つ増加する.

特性 X 線放出と Auger 効果は競合過程である. それぞれの割合を蛍光収率, Auger 収率という. 蛍光収率は原子番号 Z とともに増加する傾向があり, $Z \geq 50$ では大部分が特性 X 線放出で, 逆に原子番号が小さいと Auger 効果が支配的になる.

特性 X 線放出や Auger 効果が起こった後の原子やイオンも, それ自体励起状態であることが多く, 特性 X 線放出や Auger 効果をくり返して基底状態まで緩和する. X 線あるいは γ 線による光電効果で内殻正孔が形成されたことをきっかけに

して Auger 効果が何回も起こり (Auger カスケード), 多価イオンが生成されることがある。

励起エネルギーが最外殻電子を放出するのに十分でないと同じ原子内での Auger 効果は起こらない。しかし, そのような場合であっても, 図 3.14 に示すように, van der Waals(ファンデアワールス) 力 (“物性物理学 I” 3.1 節参照) や水素結合 (“有機化学 I” 2.3 節参照) で結ばれた隣接原子, 隣接分子の電子にクーロン相互作用を通じてエネルギーを与え, イオン化を引き起こすことがエネルギー的に可能なことがある。1997 年に Cederbaum によって予言されたこのような電子放出はそれぞれ**原子間クーロン崩壊** (interatomic Coulombic decay, ICD), **分子間クーロン崩壊** (intermolecular Coulombic decay, ICD) と呼ばれ, 実験的にも観測されている。

3.3.2 コンプトン散乱

光電効果では, 光子のエネルギーはすべて軌道電子に吸収され, 光電子のみが放出される。これに対して, 光子が (通常ゆるく束縛されている) 電子と衝突した際, 光子のエネルギーが完全には電子によって吸収されず, 電子が放出されるのに加えて, 入射光よりエネルギーの小さい散乱光子が発生する過程もある。この現象はコンプトン効果 (Compton effect) あるいはコンプトン散乱と呼ばれ, 1923 年にアーサー・コンプトンによって観測された。コンプトン散乱のイメージを図 3.15 に示す。

ゆるく束縛されている電子の結合エネルギーは, γ 線のエネルギーに比べて無視できるので, 静止している自由電子による光子の散乱として取り扱うのが, よい近似である。一方, 関係するエネルギーの大きさから, 相対論的なダイナミクスを考えなくてはならない。図 3.16 に示すように, 入射光子と散乱光子のエネルギーをそれぞれ E_γ, E'_γ , 散乱光子と電子の散乱角をそれぞれ θ, ϕ , 散乱電子の速度を v とすると, 運動量保存則から,

$$\frac{E_\gamma}{c} = \frac{E'_\gamma}{c} \cos \theta + \frac{mc\beta \cos \phi}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (3.22)$$

$$0 = \frac{E'_\gamma}{c} \sin \theta - \frac{mc\beta \sin \phi}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (3.23)$$

が得られる。ここで, m は電子の静止質量であり, また, $\beta = v/c$ である。また,

エネルギー保存則からは

$$E_\gamma + mc^2 = E'_\gamma + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (3.24)$$

と表される。これらの連立方程式から、 β と ϕ を消去すると、散乱光子と入射光子のエネルギー比が、 E_γ と θ の関数として

$$P(E_\gamma, \theta) = \frac{1}{1 + (E_\gamma/mc^2)(1 - \cos \theta)} \quad (3.25)$$

と求められる。散乱光子のエネルギーが最大となるのは、前方散乱 ($\theta = 0$) の場合で、 $E'_\gamma = E_\gamma$ 、散乱電子のエネルギーはゼロで、実質的には相互作用していない状況に対応している。逆に、散乱光子のエネルギーが最小で散乱電子のエネルギーが最大になるのは、 $\theta = 180^\circ$ の場合である。このとき、入射 γ 線のエネルギーが十分大きいときには、散乱光子のエネルギーは、ほぼ $mc^2/2 \approx 0.25 \text{ MeV}$ である。

散乱角 θ に対するコンプトン散乱の微分断面積は、量子力学的な計算によって求めることができ、以下の**クライン・仁科の公式** (Klein-Nishina formula) が得られる。

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 P^2 (P + P^{-1} - 1 + \cos^2 \theta). \quad (3.26)$$

ここで、 $r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 mc^2$ は古典電子半径 ($2.818 \times 10^{-15} \text{ m}$) である (古典電子半径は単なるパラメーターであり、物理的な意味での電子の大きさを表すものではない)。式 (3.26) から計算される微分散乱断面積の角度分布を、図 3.17 に示す。入射光子のエネルギーが高くなるにつれて、前方散乱の割合が大きくなることが分かる。

式 (3.26) を立体角について積分することによって、散乱全断面積 σ_c は

$$\sigma_c = \frac{\pi r_e^2}{\alpha} \left\{ \left[1 - \frac{2(\alpha+1)}{\alpha^2} \right] \ln(2\alpha+1) + \frac{1}{2} + \frac{4}{\alpha} - \frac{1}{2(2\alpha+1)^2} \right\} \quad (3.27)$$

と得られる。ここで、 $\alpha = E_\gamma/mc^2$ は、 mc^2 を単位とした入射光子のエネルギーである (ここでは微細構造定数ではないので注意)。この散乱全断面積は、 $E_\gamma \rightarrow 0$ の極限では古典的なトムソン散乱の断面積 $\sigma_{Th} = (8\pi/3)r_e^2$ になる。

上記は 1 つの電子に対する断面積である。原子に対するコンプトン散乱の断面積 (原子断面積) σ は電子数に比例し、 $\sigma = \sigma_c Z$ である。

3.3.3 電子対生成

原子核の強い電場の影響で、光子が消滅して電子と陽電子を生み出す反応を**電子対生成** (pair production) という。入射 γ 線のエネルギーを E_γ 、電子対生成で生じる電子と陽電子の運動エネルギーをそれぞれ E_{e^-} , E_{e^+} とすると、エネルギー収支は、

$$E_{e^-} + E_{e^+} = E_\gamma - 2mc^2 \quad (3.28)$$

と表される。したがって、電子対生成は、光子のエネルギーが $E_\gamma \geq 2mc^2 = 1.022 \text{ MeV}$ を満たす場合にのみ起こる。生成された陽電子は、電子の場合と同様に物質と相互作用してエネルギーを落とし (3.2 節)、最終的には物質中の電子と衝突して、対消滅する。この際、2 本の 0.511 MeV の γ 線 (消滅 γ 線) をお互いに反対方向に放出する。電子対生成の原子断面積は、ほぼ Z^2 に比例し、また、図 3.11 に見られるように光子エネルギーが高くなると増加するため、高原子番号の場合および高エネルギーの γ 線に対して主たる過程となる (図 3.9)。

上では、エネルギー保存だけを考えた。実は、入射光子と、生成する電子・陽電子対だけでは、エネルギーと運動量の保存則を満たすことができない。保存則を満たすために、余分の運動量を吸収する原子核のクーロン場が必要である (物質中の電子のクーロン場による寄与は小さい)。電子と陽電子が、式 (3.28) のエネルギーをどのように分け合うかは一意には決まらず、余分の運動量が原子核にどのように渡されるかによって、電子 (陽電子) のエネルギーは 0 から $(E_\gamma - 2mc^2)$ の間に分布する。原子核が受ける反跳エネルギーは、式 (3.28) の各項に比べて無視できる。

3.3.4 光子の減衰

図 3.18 のように、コリメートされたエネルギーが単一の (単色の) γ 線が、細いビームとして物質中でどのように減衰するかを考えよう。 γ 線は、光電効果または電子対生成で消滅するか、コンプトン散乱で進行方向が変えられる。すなわち、物質の背後に置かれた検出器に到達するのは、物質と相互作用していない光子だけである。3.1 節で説明した重荷電粒子の場合には、すべての入射粒子が物質と相互作用し、物質の厚さが飛程より小さければ、エネルギーは減るものの粒子の数は変わらないのに対して、光子の場合は、検出器に到達する光子の数が、入

射光子数より少ない。

光子束または光子フルエンス (3.5.1 項) ϕ の減衰は、光電効果、コンプトン散乱、電子対生成の原子断面積をそれぞれ τ, σ, κ 、物質の単位体積に含まれる原子数 (原子数密度) を N とすると

$$-\frac{d\phi}{dx} = (\tau + \sigma + \kappa)N\phi = \mu\phi \quad (3.29)$$

と表される。ここで、 $\mu \equiv (\tau + \sigma + \kappa)N$ は、単位長さ当たりの相互作用確率を表し、**線減弱係数** (linear attenuation coefficient) という。線減弱係数を物質の質量密度 ρ で割ったもの $\mu_m \equiv \mu/\rho$ を、**質量減弱係数** (mass attenuation coefficient) という。 γ 線の強度 (単位時間に単位面積を通過する光子数または放射エネルギー) I に対しても、式 (3.29) と同様に書ける。

式 (3.29) から、光子束 ϕ の減衰は、物質に入射する光子束を ϕ_0 とすると

$$\phi = \phi_0 e^{-\mu x} \quad (3.30)$$

と表される。光子束が入射時の半分 $\phi_0/2$ となる厚さ $x_{1/2}$ を半価層と呼ぶ。半価層は、線減弱係数と

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0.693}{\mu} \quad (3.31)$$

の関係がある。また、同様に、光子束が入射時の 10 分の 1 となる厚さ $x_{1/10}$ を 1/10 価層と呼び、

$$x_{1/10} = \frac{\ln 10}{\mu} = \frac{2.30}{\mu} \quad (3.32)$$

と表される。

線減弱係数 μ および質量減弱係数 μ_m のうち、コンプトン散乱の寄与による部分 μ_σ および $\mu_{m,\sigma}$ は、それぞれ $\mu_\sigma = \sigma N$ 、 $\mu_{m,\sigma} = \sigma N/\rho$ と表される。3.3.2 項の最後で述べたように、コンプトン散乱の原子断面積は原子番号 Z に比例するので、アボガドロ数を N_A とすれば、

$$\mu_{m,\sigma} = \frac{\sigma N}{\rho} = \frac{\sigma_A N_A}{\rho} = \sigma_c \frac{Z}{A} N_A \approx \frac{1}{2} \sigma_c N_A \quad (3.33)$$

と表される。最後の変形には $Z/A \approx 1/2$ を使っている。この式から、コンプトン散乱による質量減弱係数はあまり物質に依存しないことが分かる。さらに、コンプトン散乱が支配的な γ 線のエネルギー領域では、質量減弱係数も物質にあまり依存しなくなる。例えば、2 MeV 光子に対するアルミニウム、鉄、鉛の質量減弱

係数はそれぞれ $4.324, 4.265, 4.607 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$ (コンプトン散乱によるものはそれぞれ $4.252, 4.107, 3.482 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$) である。

上記では細い入射ビームを考え、散乱された光子は減衰したものと見なした。これに対して、光子が太いビームとして物質に入射する場合には、物質中で散乱された光子の一部が検出器に入ってくる。したがって、物質を透過したとして観測される光子束の割合は、細くコリメートされたビームの場合に比べて散乱光子の寄与だけ大きくなる。この寄与を**ビルドアップ係数** (buildup factor) B によって考慮することで、光子束の減弱は

$$\phi = \phi_0 B e^{-\mu x} \quad (3.34)$$

と表される。ビルドアップ係数の値は、物質（遮蔽物）が厚いほど、またビームが太いほど大きく、逆に、薄い物質や細いビームの極限では 1 に漸近する。

光子は電荷を持たないため直接物質にエネルギーを与えるわけではなく、光子から光電効果、コンプトン散乱、電子対生成などによってエネルギーを受け取った電子が、3.2 節で説明したように物質中で電離や励起を通して物質にエネルギーを与えるのである。制動放射で発生する X 線はほとんどが物質外へ逃げってしまうため、光子から電子に与えられたエネルギーのうち、制動放射となった部分は物質には与えられず損失となる。このような考察に基づいて、光子の入射によって物質に伝達されるエネルギーについて考えてみよう。

光電効果で電子に与えられるエネルギーは、式 (3.21) で与えられ、

$$E_e(\text{光電効果}) = E_\gamma \left(1 - \frac{E_b}{E_\gamma} \right) \quad (3.35)$$

と書き換えることができる。コンプトン効果で放出される電子のエネルギーは連続分布を持つが、その平均エネルギーを \bar{E} と書こう。するとコンプトン効果で電子に与えられるエネルギーは、

$$E_e(\text{コンプトン効果}) = \bar{E} = E_\gamma \frac{\bar{E}}{E_\gamma} \quad (3.36)$$

と書き換えられる。電子対生成からの寄与は、式 (3.28) を変形して

$$E_{e^-} + E_{e^+}(\text{電子対生成}) = E_\gamma \left(1 - \frac{2mc^2}{E_\gamma} \right) \quad (3.37)$$

と書ける。

これらを総合すると、光子束 ϕ およびエネルギーフルエンス $\varphi = E_\gamma \phi$ の減衰は、

$$\frac{d\phi}{dx} = -\mu_{\text{TR}}\phi, \quad \frac{d\varphi}{dx} = -\mu_{\text{TR}}\varphi \quad (3.38)$$

と書ける。ここで、 μ_{TR} は**エネルギー転移係数** (energy transfer coefficient) と呼ばれ、式 (3.35)-(3.37) の寄与を合わせて

$$\mu_{\text{TR}} = \left[\left(1 - \frac{E_b}{E_\gamma}\right) \tau + \frac{\bar{E}}{E_\gamma} \sigma + \left(1 - \frac{2mc^2}{E_\gamma}\right) \kappa \right] N \quad (3.39)$$

と与えられる。エネルギー転移係数を質量密度で割った値 μ_{TR}/ρ を、**質量エネルギー転移係数** (mass energy transfer coefficient) という。

さらに、制動放射による損失は物質によるエネルギー吸収には寄与しない。エネルギー転移係数から制動放射による損失を差し引いたものを**エネルギー吸収係数** (energy absorption coefficient)、これを質量密度で割った値を**質量エネルギー吸収係数** (mass energy absorption coefficient) と呼ぶ。制動放射による損失の割合を G とかけば、エネルギー吸収係数 μ_{en} は

$$\mu_{\text{en}} = \mu_{\text{TR}}(1 - G) \quad (3.40)$$

と表せる。光子のエネルギーが低い場合は、制動放射による損失は小さく、 $\mu_{\text{en}} \approx \mu_{\text{TR}}$ が成り立つ。例えば、空気については、光子エネルギーが 1 MeV 以下の場合には、エネルギー転移係数と吸収係数はほぼ等しい。

3.4 中性子と物質の相互作用

3.4.1 弾性散乱

中性子は、多くの場合、相手物質の原子核と弾性散乱を行い、エネルギーを失う。中性子のエネルギーを E_n 、質量を m 、重心系での中性子の散乱角を ϕ 、はじめ静止している標的原子核の質量を M とすると、相手核の受け取る反跳エネルギーは

$$E = \frac{2mM}{(m+M)^2} (1 - \cos \phi) E_n \quad (3.41)$$

で与えられる。

式 (3.41) から分かるように、標的原子核の質量が小さいほど、エネルギー移行の割合が大きくなる。中性子はこのように弾性散乱をくり返して、徐々に運動エ

エネルギーを失っていく。水素（陽子）による散乱の場合は、中性子と陽子の質量がほぼ等しいことから、実験室系での散乱核は $\theta = \phi/2$ となる。 $\theta = 0$ すなわち正面衝突をすると、 $E = E_n$ で中性子のエネルギーはすべて陽子に移る。他の散乱角の場合では、そうではないが、散乱はほぼ等方散乱であるので、平均して衝突 1 回あたり、中性子エネルギーの半分が陽子に移る。水素のように構成原子核の質量が小さい物質では、中性子のエネルギーは少ない回数の散乱で減弱する。このため、速中性子の遮へいには水素を含むポリエチレンや水を含む物質が用いられる。

長距離力であるクーロン力によるラザフォード散乱の場合には、小角散乱の微分断面積は発散し、全弾性散乱断面積は無限大となる（“原子核工学 I” 3.3.1 項を参照）。これに対して、中性子の弾性散乱は、短距離力である強い相互作用である。したがって、全弾性散乱断面積は有限である。図 3.19 に、 ^1H , ^2H , ^6Li の中性子弾性散乱断面積（全断面積）の中性子エネルギー依存性を示す。 $10^{-2} - 10^{-1}$ eV 以下の低エネルギー領域では、断面積は、中性子エネルギーの平方根に反比例、すなわち中性子の速度に反比例している：

$$\sigma \propto E_n^{-1/2} \propto 1/v \quad (3.42)$$

したがって、このエネルギー領域では、反応率 σv は中性子のエネルギーに依存しない。このような、低エネルギー領域で断面積が $1/v$ に比例する性質は、弾性散乱に限らず、また、標的原子核によらず、一般的に見られる性質で、これを $1/v$ 法則 ($1/v$ law) と呼ぶ。 $1/v$ 法則については、3.4.5 項で詳しく述べる。

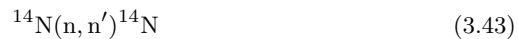
図 3.19 を見ると、断面積は 0.1 eV ~ 10 keV のエネルギーではほぼ一定である。この領域での ^1H に対する断面積は 20 b 程度で、強い相互作用の到達距離から予想される値 $\pi(2\text{fm})^2 \sim 0.1\text{b}$ よりも、はるかに大きい。これは、散乱の量子力学的な取扱によって説明できる（“原子核工学 I” 3.4 節を参照）。

^6Li に対する断面積は、 $E_n \sim 200\text{keV}$ 付近にするどいピークを持つ。この原因を理解するために、 ^7Li 原子核の準位図を図 3.20 に示す。第 4 励起状態が、解離した運動エネルギーゼロの $n^6\text{Li}$ に比べて 200 keV 程度高いところにあることが分かる。このため、 $E_n \sim 200\text{keV}$ の場合には、中性子が単に散乱されるのではなく、一度第 4 励起状態の ^7Li が形成され、それが再び中性子と ^6Li に解離する過程となるため、断面積が高くなるのである。このような現象を、共鳴と呼ぶ。重い原子核には、多くの励起状態がある。このため、断面積の中性子エネルギー依

存性は、共鳴ピークを多数含む複雑なものとなる。

3.4.2 非弾性散乱

入射中性子のエネルギーが高くなると、標的原子核によって散乱される際に、標的原子核を励起し、その分、中性子のエネルギーが減少する。これを**非弾性散乱** (inelastic scattering) と呼び、例えば



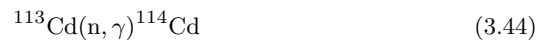
のように記述し、 (n, n') 反応とも呼ばれる。生成された励起原子核は、 γ 線を放出して緩和する。上記の非弾性散乱でできた励起 ^{14}N からは、約 10 MeV の γ 線が放出される。鉄などの重い元素との散乱においては、中性子は主に非弾性散乱によって減速される。

なお、物性研究における中性子回折では、中性子が（原子核ではなく）格子系や分子系などとエネルギーをやりとりするのを調べることで、物質の微細な空間的構造や運動の状態を知ることができる。これも中性子非断熱散乱と呼ばれるが、これについては 3.4.7 項で述べる。

3.4.3 放射性捕獲反応

中性子は電荷を持たないため、エネルギーが低くても原子核内に入ることができる。中性子が標的原子核に捕獲されると、原子番号はそのまま質量数が 1 つ大きい原子核が生成される。核子の結合エネルギーは約 8 MeV であるから（“原子核工学 I” 1.2.3 項を参照）、低いエネルギーの中性子が捕獲された場合でも高励起状態の原子核が生成され、 γ 線、陽子、 α 粒子などを放出して壊変する発熱反応である。これは中性子による放射化の原因となる。このように、中性子が標的原子核に捕獲され、 γ 線や粒子が放出される過程を、**中性子捕獲** (neutron capture) あるいは**中性子捕獲反応** (neutron capture reaction) と呼ぶ。多くの場合は、 γ 線が放出される**放射性捕獲反応** (radiative capture reaction) で、 (n, γ) 反応ともいう。粒子が放出される反応については、次の項で述べる。

放射性捕獲反応の例として、



があげられる。熱中性子に対する断面積は $2.0 \times 10^4 \text{b}$ である。 ^{113}Cd の天然存在比は 12% で、カドミウムは熱中性子の遮蔽に用いられる。また、

$$^{135}\text{Xe}(\text{n}, \gamma)^{136}\text{Xe}, \quad ^{149}\text{Sm}(\text{n}, \gamma)^{150}\text{Sm}, \quad ^{157}\text{Gd}(\text{n}, \gamma)^{158}\text{Gd} \quad (3.45)$$

の熱中性子に対する断面積はそれぞれ $2.8 \times 10^6 \text{b}$, $4.1 \times 10^4 \text{b}$, $2.5 \times 10^5 \text{b}$ と大きく、原子炉の制御にとって重要である（“原子炉物理学 I” 6.3 および 6.4 節を参照）。 ^{157}Gd は、がん治療（中性子捕捉療法）への応用も研究されている。

図 3.21 に、 ^{157}Gd と ^2H の (n, γ) 反応断面積を示す。典型的な $1/v$ 法則に加えて、 ^{157}Gd では $10 - 10^3 \text{ eV}$ の領域で複雑な共鳴構造が見られる。これは、重い原子核には多くの励起状態があることを反映している。図 3.21(b) では、 (p, γ) 反応

$$^2\text{H}(\text{p}, \gamma)^3\text{He} \quad (3.46)$$

との比較が興味深い。発熱反応であるため中性子捕獲はどんなにエネルギーが低くても起こるが、陽子捕獲にはしきい値があり低エネルギーでは起こらない。陽子はクーロン障壁を越えなければ標的原子核に捕獲されないからである。重陽子表面 ($R = 2.7 \text{ fm}$) での障壁高さは、

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \approx 0.5 \text{ MeV} \quad (3.47)$$

と見積もられ、図 3.21(b) から読み取れるしきい値と整合している。一方、しきい値を十分に超えた高エネルギーでは、 (n, γ) 反応と (p, γ) 反応の断面積はほぼ等しい。クーロン障壁を越えてしまえば反応は核力に支配され、核力の荷電独立性（“原子核工学 I” 1.5 節を参照）の現れである。

3.4.4 荷電粒子放出捕獲反応

標的原子核が入射中性子を捕獲した後、陽子や α 粒子などの荷電粒子を放出して壊変することがあり、 (n, p) 反応、 (n, α) 反応などと呼ばれる。

図 3.22 に、 ^6Li の中性子捕獲反応の断面積を、弾性散乱の断面積とともに示す。ここでは、 (n, γ) , (n, p) , (n, t) 反応が競合過程である*2。図 3.20 から分かるように (n, γ) および (n, t) 反応は発熱反応で入射中性子のエネルギーにしきい値が

*2 (n, t) では α 粒子も放出されるから、 (n, α) 反応であるともいえる。

なく、また $1/v$ 則が見られる。(n, t) 反応では、弾性散乱の場合と同じエネルギー (200 keV 付近) に 3.4.1 節で説明した共鳴も見られる。(n, p) 反応では、 ${}^6\text{He}$ が生成される。 ${}^6\text{Li}$ と ${}^6\text{He}$ の結合エネルギーは、それぞれ 32.0 MeV, 29.3 MeV で前者の方が安定である。このため、(n, p) 反応は吸熱反応で、図 3.22 から分かるように中性子が 2.7 MeV 以上のエネルギーを持つ場合にのみ起こる。

3.4.5 $1/v$ 法則

図 3.19, 3.21, 3.22 に見られるように、中性子断面積 σ は、低エネルギー領域では、エネルギーの平方根に反比例、すなわち中性子速度 v に反比例する。これを $1/v$ 法則 ($1/v$ law) と呼ぶ。 $1/v$ 法則が成り立つ領域では、反応率 σv は中性子エネルギーに依存せず一定となる。“原子核工学 I” 3.4.1 項でも説明した散乱反応断面積の理論を使って、 $1/v$ 法則を示そう。

入射平面波 $\psi_{inc} = e^{ikz}$ は、球 Bessel 関数 $j_l(x)$ と Legendre (ルジャンドル) の多項式 $P_l(x)$ を用いて、球座標で

$$\psi_{inc}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos \theta) \quad (3.48)$$

と部分波に展開できる。 $kr \gg l$ が成り立つような原子核から十分に遠いところでは、球 Bessel 関数は

$$j_l(kr) \approx \frac{\sin(kr - \frac{l}{2}\pi)}{kr} = i \frac{e^{-i(kr-l\pi/2)} - e^{i(kr-l\pi/2)}}{2kr} \quad (3.49)$$

と近似できるから、したがって

$$\psi_{inc}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^{l+1} (2l+1) \left[e^{-i(kr-l\pi/2)} - e^{i(kr-l\pi/2)} \right] P_l(\cos \theta) \quad (3.50)$$

である。右辺第 1 項は内向きの球面波を、第 2 項は外向きの球面波を表している。そこで、内向きの球面波が原子核によって散乱や反応を受け、外向きの球面波が変化する状況を考えよう。この変化を係数 η_l で表すことにすれば、散乱や反応を受けた後の波動関数は

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{2kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^{l+1} (2l+1) \left[e^{-i(kr-l\pi/2)} - \eta_l e^{i(kr-l\pi/2)} \right] P_l(\cos \theta) \quad (3.51)$$

と書ける. η_l は一般に複素数で, その絶対値は振幅の変化を, 位相は外向球面波の位相変化を表現している.

弾性散乱による成分は, $\psi_{sc} = \psi - \psi_{inc}$ であるから

$$\psi_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{ie^{ikr}}{2kr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-\eta_l)P_l(\cos\theta) \quad (3.52)$$

である. 散乱流束密度の動径方向成分

$$j_{sc} = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi_{sc}^* \frac{\partial \psi_{sc}}{\partial r} - \psi_{sc} \frac{\partial \psi_{sc}^*}{\partial r} \right) \quad (3.53)$$

と入射流束

$$j_{inc} = \frac{\hbar k}{m} \quad (3.54)$$

から, 弾性散乱の微分断面積は

$$\frac{d\sigma_{sc}}{d\Omega} = \frac{1}{4k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-\eta_l)P_l(\cos\theta) \right|^2 \quad (3.55)$$

となる. δ_{ij} を Kronecker (クロネッカー) のデルタとして, Legendre の多項式の直交性は

$$\int P_l(\cos\theta)P_{l'}(\cos\theta)d\Omega = \frac{4\pi}{2l+1}\delta_{ll'} \quad (3.56)$$

と書けるので, これを利用して

$$\sigma_{sc} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)|1-\eta_l|^2 \quad (3.57)$$

が得られる. 弾性散乱以外の過程がある場合には $|\eta_l| < 1$ である. 弾性散乱以外の過程の断面積 σ_r は, 式 (3.51) の右辺第 1 項と第 2 項の流束密度の差を考えることで

$$\sigma_r = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-|\eta_l|^2) \quad (3.58)$$

である. したがって, 全断面積 $\sigma = \sigma_{sc} + \sigma_r$ は

$$\sigma = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-\text{Re}\eta_l) \quad (3.59)$$

と求まる.

標的原子核のポテンシャルを，“原子核工学 I” 図 1.6 で考えたような半径 R の 3 次元井戸型ポテンシャル

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & (r < R) \\ 0 & (r > R) \end{cases} \quad (3.60)$$

でモデル化しよう．ポテンシャルの形状を図 3.23 に示す． $kR \ll 1$ を満たす低エネルギー散乱では， $l = 0$ の s 波散乱が支配的で，ポテンシャルの外側では式 (3.51) は

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{i}{2kr} \left(e^{-ikr} - \eta e^{ikr} \right) \quad (r > R) \quad (3.61)$$

と書ける．これは，原子核の外からやって来る内向球面波（第 1 項）の一部が表面で反射されている（第 2 項）様子を表している．ポテンシャル内に透過する内向波は， $K = \sqrt{k^2 + \frac{2mV_0}{\hbar^2}}$ とすると

$$\psi(\mathbf{r}) \propto \frac{e^{-iKr}}{r} \quad (r < R) \quad (3.62)$$

と書ける． $\psi(r)$ と $\psi'(r)$ が $r = R$ で連続である条件から

$$\eta = \frac{K - k}{K + k} e^{-2iKr} \quad (3.63)$$

が得られる．したがって，低エネルギー断面積は， $kR \ll 1$ に注意すると式 (3.59) から

$$\sigma \approx \frac{4\pi}{kK} \propto \frac{1}{k} \propto \frac{1}{v} \quad (3.64)$$

となる．運動量は $mv = \hbar k$ であるから， σ は速度 v に反比例している．

$1/v$ 法則は，Breit（ブライト）-Wigner（ウィグナー）の共鳴公式（“量子力学 I” 11.5 節，“原子核工学 I” 3.6.2 項，“原子炉物理学 I” 2.4.1 項を参照）

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2} g \frac{\Gamma_n \Gamma}{(E - E_R)^2 + \Gamma^2/4} \quad (3.65)$$

を使って示すこともできる．ここで， g は統計因子， E_R は共鳴エネルギー， Γ は共鳴の幅である．中性子幅 Γ_n は中性子の状態密度 dn/dE に比例する．1.3.2 項と同様に考えれば，

$$dn \propto k^2 dk \propto k dE \quad (3.66)$$

であり，よって $\Gamma_n \propto k$ である．したがって，共鳴から遠く，低エネルギーの領域では

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2} g \frac{\Gamma_n \Gamma}{E_R^2 + \Gamma^2/4} \propto \frac{1}{k} \propto \frac{1}{v} \quad (3.67)$$

で、 $1/v$ 法則が成り立つ。

3.4.6 中性子の減衰と熱化

コリメートされた中性子のビームが物質中を通過すると、3.4.1～3.4.4 項で解説したような散乱、反応を受けた中性子はビームから失われる。弾性散乱によっても、中性子はビームからそれる。標的物質の原子数密度を n 、散乱も含む全反応断面積を σ_t とすると、物質中の深さ x に沿った中性子強度 I の減衰は

$$\frac{dI}{dx} = -\sigma_t n I \quad (3.68)$$

で表される。これから、物質に入射する中性子ビームの強度を I_0 とすると、中性子強度は x の関数として

$$I(x) = I_0 e^{-\sigma_t n x} = I_0 e^{-\Sigma_t x} \quad (3.69)$$

で表される。ここで、 $\Sigma_t \equiv \sigma_t n$ は、マクロ断面積（巨視的断面積）である。このような指数関数的な減衰は、光子の場合における式 (3.30) と同様である。

しかしながら、式 (3.69) はエネルギーが単一の（単色の）中性子に対するものであることに注意が必要である。捕獲反応では中性子は吸収されるが、弾性散乱や非弾性散乱ではエネルギーが変化したりビームから方向が外れたりするの、中性子の数が減るわけではない。ビームに含まれるある与えられたエネルギーの中性子数の変化を表すものであって、様々なエネルギーを合わせた全中性子数が式 (3.69) にしたがって減少するわけではない。

そこで、弾性散乱によって中性子のエネルギーとその分布がどのように変化するかを考えることにする。入射エネルギー E_0 の中性子が、静止した質量数 A の原子核に弾性散乱された結果、エネルギーが E に変化したとする。ここで、 E_0 と E は実験室系で見たエネルギーである。重心系での散乱核を θ とすると、エネルギーと運動量の保存から

$$\frac{E}{E_0} = \frac{A^2 + 2A \cos \theta + 1}{(A + 1)^2} \quad (3.70)$$

の関係が導かれる。前方散乱 ($\theta = 0$) すなわち実質的には散乱していない場合を除き、散乱後のエネルギーは散乱の前より小さくなる。 $\theta = \pi$ すなわち「正面衝

突」の場合にエネルギーの減少幅は最大で、このとき、

$$\eta \equiv \left(\frac{E}{E_0} \right)_{\text{最小}} = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 \quad (3.71)$$

である。これから、質量数が小さい原子核ほど、弾性散乱によって中性子を減速する効果が大きいことが分かる。特に軽水素 ($A=1$) との正面衝突では、中性子は運動エネルギーをほとんど失う。

入射中性子が単色であっても、散乱後のエネルギーは散乱角によって式 (3.70) で表されるように異なり、分布を持つ。 $E \lesssim 10$ MeV では等方散乱が支配的であるから、 $x \equiv E/E_0$ は図 3.24 の $n=1$ に示すように、 η と 1 の間に一様に分布する。この分布 $P_1(x)$ は、

$$P_1(x) = \begin{cases} 0 & (x < \eta) \\ 1/(1-\eta) & (\eta \leq x \leq 1) \\ 0 & (x > 1) \end{cases} \quad (3.72)$$

と書ける。

散乱は 1 回で終わるわけではなく、何回も起こる。中性子が n 回目に散乱したあとのエネルギー分布 $P_n(x)$ は、 $n-1$ 回散乱後の分布 $P_{n-1}(x)$ において十分に狭いエネルギー幅 ΔE を単色入射中性子と近似し、その寄与を積分することで

$$P_n(x) = \frac{1}{1-\eta} \int_x^{\frac{x}{\eta}} \frac{P_{n-1}(x')}{x'} dx' = \frac{1}{1-\eta} \int_x^{\frac{x}{\eta}} P_{n-1}(x') d \ln x' \quad (3.73)$$

と得られる。例えば、分布 $P_2(x)$ は

$$P_2(x) = \begin{cases} 0 & (x < \eta^2) \\ \frac{1}{(1-\eta)^2} \ln \frac{x}{\eta^2} & (\eta^2 \leq x < \eta) \\ \frac{1}{(1-\eta)^2} \ln \frac{1}{x} & (\eta \leq x \leq 1) \\ 0 & (x > 1) \end{cases} \quad (3.74)$$

と書ける。図 3.24 に 1~4 回散乱後の分布を示す。このように、弾性散乱をくり返すことで、徐々にエネルギーを失い、減速する。

1 回散乱後の E/E_0 の期待値 ζ は

$$\zeta \equiv \left(\frac{E}{E_0} \right)_{\text{平均}} = \frac{1+\eta}{2} = \frac{A^2+1}{(A+1)^2} \quad (3.75)$$

表 3.1 中性子の減速に関するパラメーター $\zeta, \xi, n_\zeta, n_\xi$ は, 2 MeV から 0.025 eV に減速するのに必要な散乱回数を, それぞれ ζ, ξ から単純に計算した値

核種	ζ	n_ζ	ξ	n_ξ
^1H	0.5	26	1	18
^2H	0.556	31	0.725	25
^{12}C	0.858	119	0.158	115
^{238}U	0.992	2175	0.00838	2172

である. n 回散乱後には, エネルギーの期待値 E_n は

$$E_n = \zeta^n E_0 \quad (3.76)$$

と表される.

式 (3.73) の最後の形は, $y \equiv \ln x$ を変数とすればより簡単になることを示唆している. 実際, $Q_n(y) \equiv P_n(x)$ に対する漸化式は

$$Q_n(y) = \frac{1}{1-\eta} \int_y^{y-\ln \eta} Q_{n-1}(y') dy' \quad (3.77)$$

である. これに対応して, 散乱当たりの減速の目安は, E/E_0 のかわりにその対数で評価することもできる. $\ln(E_0/E)$ を **レサジー** (lethargy) と呼び, 中性子の減速過程を議論する際によく用いられる (“原子炉物理学 I” 2.1 節を参照). 1 回散乱後の $\ln(E_0/E)$ の期待値 ξ は

$$\xi \equiv \left(\ln \frac{E_0}{E} \right)_{\text{平均}} = \frac{1}{1-\eta} \int_\eta^1 \ln x dx = 1 + \frac{\eta}{1-\eta} \ln \eta = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1} \quad (3.78)$$

である. n 回散乱後には, $\ln E$ の期待値 $(\ln E)_n$ は

$$(\ln E)_n = \ln E_0 - n\xi \quad (3.79)$$

と表される. 図 3.25 に ξ を η の関数として示し, 表 3.1 に ζ と ξ の値の例を示す. また, 核分裂で放出される中性子に典型的な 2 MeV から熱中性子のエネルギー (0.025 eV) に減速するのに必要な散乱の回数を, ζ と ξ から単純に計算した値もこの表に示す. ζ と ξ のいずれの指標で評価しても同程度で, 質量数が小さいほど減速効果が大きいことが分かる.

上記の議論では、中性子を散乱する標的原子核は静止していると仮定している。これは、MeV 中性子についてはよい近似であるが、減速が進み熱運動のエネルギーに近づいた状況では成り立たない。十分な回数散乱をくり返すと、中性子は標的物質（減速材）と熱平衡に達する。このとき、中性子の速度 v とエネルギー E の分布は、中性子の質量を m 、Boltzmann（ボルツマン定数）を k 、温度を T とすると、Maxwell（マクスウェル）分布

$$f(v)dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} dv \quad (3.80)$$

$$f(E)dE = \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} E^{1/2} e^{-E/kT} dE \quad (3.81)$$

で記述される。

原子炉における中性子の減速の詳細については、“原子炉物理学 I” 2 章を参照されたい。

3.4.7 中性子干渉と回折

式 (3.70) では、異なる標的原子からの寄与は加算的であることを、暗黙の内に仮定している。断面積を計算するには量子力学が必要であるが、中性子ビームは物質と、粒子と粒子として相互作用していると考えていることになる。このような仮定は、中性子の de Broglie（ド・ブロイ）波長が十分に小さくて、熱運動などのゆらぎによる攪乱のために、異なる標的原子からの散乱波の位相関係がランダムになっている場合に成り立つ。これに対して、数十 meV 程度以下のエネルギーを持った中性子の de Broglie 波長は、物質中における原子核間距離と同程度かそれ以上となり、上記の仮定はもはや有効ではなく、異なる標的原子からの散乱波はコヒーレントに重なり合う。その結果、中性子の波としての性質が現れ、光や X 線の場合と同様に、干渉や回折が起こる。

図 3.26 に、中性子干渉計の例を示す。材質はシリコンで、A, B, C はいずれも、入射する熱中性子のビームを透過ビームと回折ビームの 2 つに分けるビームスプリッターになっている。ビーム BD と CD は D で再び合わさり干渉する。計数管 C2 と C3 は干渉後のビーム強度を測り、C1 は干渉していないビームを測る。干渉する 2 つのビーム BD, CD の相対位相を変えることで、干渉パターンを見ることができる。

例えば、2枚目の板 (B, C を含む) と 3枚目の板 (D を含む) の間に、シリコン板を挿入して回転させるとする。BD と CD がシリコン板中を通る長さが違っていれば、位相差が生じるが、それはシリコン板の回転角と共に変化する。したがって、C2 や C3 でカウントされる中性子数を回転角の関数として測定すると、干渉効果によって増減する。

また、干渉する 2つの経路 ABD と ACD の一方だけを磁場中を通過させるとする。中性子の磁気モーメントは磁場中で歳差運動し、歳差角を α とすると波動関数の位相が $e^{i\alpha/2}$ だけ変化する。これは 2つのビームが D で合わさる際の干渉に影響し、C2, C3 で測定されるカウント数の変化として観測される。ここで注意しないといけないのは、 $\alpha = 2\pi$ における位相変化は 1 ではなく -1 で、位相が元に戻るのは $\alpha = 4\pi$ の時だということである。すなわち、干渉が極大から極小を経て極大に戻ってくるためには、歳差が 1 回転ではなく 2 回転必要である。これは、スピン $\frac{1}{2}$ の粒子について量子力学が予言する驚くべき現象で、図 3.26 のような中性子干渉計を使った実験で実証された。

さらに他の例として、入射ビームの方向 AB を水平に取り、図 3.26 に示すように中性子干渉計全体を AB を軸として回転させる。すると、経路 ABD と ACD で中性子が感じる重力ポテンシャルは回転角 ϕ とともに変化する。経路間の重力ポテンシャルの差は、中性子波動関数の位相差として現れ、D で合わさった後のビーム強度は回転角の関数として振動する。議論を簡単にするために、図 3.27 のように、AB, CD と AC, BD は直交し AB, CD は水平であるとする。長方形 ABDC が水平面と角度 ϕ をなす場合、 g を重力加速度とすると CD では AB より重力ポテンシャルが

$$\Delta E = mgl_2 \sin \phi \quad (3.82)$$

だけ大きくなる。AC, BD を中性子が通過するのに要する時間は

$$t = \frac{l_1}{v} = \frac{ml_1}{\hbar k} \quad (3.83)$$

である。したがって、経路 ABD と ACD を通った中性子の波動関数の位相差 δ は

$$\delta = \frac{\Delta E}{\hbar} t = \frac{m^2}{\hbar^2} \frac{gl_1 l_2 \sin \phi}{k} \quad (3.84)$$

で、回転角 ϕ とともに振動する。1975 年に Colella, Overhauser, Werner がおこなった実験では、de Broglie 波長がシリコン中の原子間距離と同程度である $\lambda = 1.419 \text{ \AA}$ の中性子 (0.041 eV) が使われた。 ϕ を $\frac{\pi}{2}$ 回転させる間に D での干渉が極大と極小

を 10 回くり返すのを見ようと思うと、 $l_1 l_2$ の値は 11 cm^2 程度で、必要な干渉計のサイズは手頃なものとなる。このような実験によって、量子力学と Schrödinger 方程式が重力場についても当てはまることが証明された。

結晶中の様々な原子によって散乱される中性子波がコヒーレントに干渉すると、回折現象が見られる。中性子回折は、単色中性子ビームを生成したり特定のエネルギーを持った中性子を検出するのに使えるほか、物質・材料の結晶構造や磁気構造を解析したり、格子振動などの結晶のダイナミクスやスピンダイナミクスを研究する有効な方法として、利用されている。このような測定方法は中性子散乱とも呼ばれる。中性子源としては、原子炉や加速器が用いられる。X 線回折と比較して、中性子回折は、透過力が大きい、軽元素、特に陽子や重陽子に対して敏感である、原子核からの散乱に加え電子の磁気モーメントとの相互作用による散乱（磁気散乱）もある、などの特徴を持つ。中性子回折の詳細については、“構造解析” 6 章を参照されたい。

3.5 放射線量と単位

3.5.1 粒子フルエンスと粒子フルエンス率

粒子の進行方向が一定の場合、単位面積を通過する粒子の数を粒子フルエンスという。様々な進行方向の粒子がある場合には、単位面積の大円の面積を有する球形の空間に入射あるいは通過する粒子の数を**粒子フルエンス** (particle fluence) と呼ぶ。単位はたとえば $[\text{m}^{-2}]$ である。単位時間に通過する粒子の数を**粒子フルエンス率** (particle fluence rate) あるいは**粒子束密度** (flux density) と呼ぶ。単位はたとえば $[\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}]$ である。フルエンス率を時間積分したものが、フルエンスである。粒子の種類が分かっているときには、中性子束密度、光子束密度などと呼ぶこともできる。

粒子束をエネルギーの流れとしてとらえれば、粒子数の代わりに、単位面積を通過するエネルギーの量をエネルギーフルエンスと呼び、単位は $[\text{Jm}^{-2}]$ である。単位時間あたりに通過するエネルギーの量をエネルギーフルエンス率あるいはエネルギー束密度と呼び、単位は $[\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}]$ や $[\text{Wm}^{-2}]$ である。電磁波や光の強度（明るさ）も、このエネルギーフルエンス率に相当する。

3.5.2 カーマ

光子や、中性子などの非荷電粒子は、間接電離放射線（2.2 節）であり、物質に直接エネルギーを与えるわけではなく、光電効果等で放出された電子や反跳陽子などの荷電粒子が物質にエネルギーを与える。非荷電粒子が物質との相互作用で、荷電粒子に与えたエネルギーの総和の、物質の単位質量当たりの値

$$K = \frac{dE_{\text{TR}}}{dm} \quad (3.85)$$

を**カーマ**（kinetic energy released per unit mass, kinetic energy released in matter, kinetic energy released in material, KERMA）と呼ぶ。このエネルギーは、物質のその質量要素に与えられるわけではないことに注意が必要である。エネルギーを受け取った荷電粒子は物質中の他の部分にエネルギーを与えたり、物質外に逃げたりするし、制動放射として失われるエネルギーもある。光子の場合は、光子エネルギーを E_γ 、エネルギー転移係数を μ_{TR} 、光子束を ϕ 、エネルギーフルエンスを φ とすると

$$K = \frac{\mu_{\text{TR}}}{\rho} E_\gamma \phi = \frac{\mu_{\text{TR}}}{\rho} \varphi \quad (3.86)$$

で与えられる。

生成した荷電粒子が物質中で制動放射を発生することによるエネルギー損失の割合を G とし、カーマから差し引いた値を衝突カーマ

$$K_c = K(1 - G) \quad (3.87)$$

衝突カーマは、質量エネルギー吸収係数 μ_{en} を用いて

$$K_c = \frac{\mu_{\text{en}}}{\rho} E_\gamma \phi = \frac{\mu_{\text{en}}}{\rho} \varphi \quad (3.88)$$

と表される。

3.5.3 吸収線量

単位質量の物質に放射線を照射して吸収されるエネルギー

$$D = \frac{dE}{dm} \quad (3.89)$$

を、吸収線量と呼び、単位は SI 単位系では [J/kg] であるが、特に吸収線量の場合はこれを Gy（グレイ）という。

放射線に照射された物質中の微小領域を考える。放射線によって他の領域で生成した荷電粒子がこの微小領域に入ってきて付与するエネルギーを E_{in} 、この微小領域内で放射線によって生成した荷電粒子が微小領域内の外に持ち出すエネルギーを E_{out} とする。均質な物質内で、 $E_{\text{in}} = E_{\text{out}}$ であるとき、荷電粒子平衡が成り立つといい、この場合、衝突カーマと吸収線量は等しい。ただし、吸収線量はどのような種類の放射線に対しても用いられるが、カーマは光子や中性子のような非荷電粒子（間接電離放射線）にのみ用いられる。

単位時間当たりの吸収線量を吸収線量率と呼ぶ。1 壊変あたり P_i の割合でエネルギー E_i の光子を放出する放射能 A の核種の点線源から距離 r における空気の吸収線量率 \dot{D}_{air} を考える。途中の空気による光子の吸収およびビルドアップを無視し、空気の質量エネルギー吸収係数を $(\mu_{\text{en}}/\rho)_{\text{air}}$ とすると、次の式で表せる：

$$\dot{D}_{\text{air}} = \frac{A}{4\pi r^2} \sum_i P_i E_i (\mu_{\text{en}}/\rho)_{\text{air}} \quad (3.90)$$

また、X 線や γ 線の場合、異なる物質 A と B の、吸収線量 D_A, D_B と質量エネルギー吸収係数を $(\mu_{\text{en}}/\rho)_A, (\mu_{\text{en}}/\rho)_B$ の間には、

$$\frac{D_A}{D_B} = \frac{(\mu_{\text{en}}/\rho)_A}{(\mu_{\text{en}}/\rho)_B} \quad (3.91)$$

の関係がある。

3.5.4 照射線量

X 線あるいは γ 線が、単位質量の空気を照射して、電離により生じた電荷量を照射線量と呼ぶ。単位はたとえば C/kg である。荷電粒子平衡が成り立つ場合には、ある領域内の電荷を測定することで照射線量を測定できる。電荷は、電離により生成されたイオン対のもとであることに注意すれば、 W 値 (33.85 eV/ion pair = 33.85 J/C) を用いて、照射線量 X を、

$$D_{\text{air}} = WX \quad (3.92)$$

によって吸収線量 D_{air} に変換することができる：

3.5.5 線エネルギー付与 (LET)

放射線の飛跡に沿って単位長さあたりに局所的に物質に与えられるエネルギーを、**線エネルギー付与** (linear energy transfer, LET) と呼ぶ。単位としては、 $\text{keV}/\mu\text{m}$ または eV/nm がよく用いられる。放射線の種類・エネルギーを**線質** (radiation quality) といい、LET はその重要な指標となる。また、一般に LET は衝突阻止能に等しい。

なお、電離によって放出された電子のエネルギーがある値 Δ 以下の電子によるエネルギー付与を考えることもあり、 L_Δ で表す。

3.5.6 displacement per atom (dpa)

粒子線が材料に入射すると、材料を構成する原子と衝突し、弾性散乱や非弾性散乱、その他の原子核反応が起こる。衝突の結果、材料中の原子が受け取るエネルギーが、あるしきい値以上であれば、標的原子は元の位置を離れて運動を始める。これを**はじき出し**といい、しきい値は**はじき出しエネルギー**と呼ばれる。はじき出しエネルギー E_d は、結晶方位や温度に依存する。静止位置からはじき出された一次はじき出し原子のエネルギーが E_d より大きければ、他の標的原子と衝突してはじき出すことができ、はじき出しの連鎖が起こる（衝突カスケード）。標的原子の数を N 、与えられた粒子フルエンスに対して起こるはじき出しの数を N_d とする。このとき、比

$$\text{dpa} = \frac{N_d}{N} \quad (3.93)$$

を **displacement per atom (dpa)** と呼ぶ。

3.5.7 生物学的効果比

吸収線量が同じであっても、放射線が生体に及ぼす影響の程度は、線質 (eq:KLI-3-LET 項) によって異なる。これは吸収線量がいわば巨視的な量であって、それに対して微視的なイオン化事象やエネルギー付与の分布が、放射線の種類やエネルギーによって違うからである。生体影響が線質にどのように依存するかの指標として、ある一定の効果を及ぼすために必要な吸収線量という観点から次のように定義される**生物学的効果比** (relative biological effectiveness, RBE) がある。

$$\text{RBE} = \frac{\text{ある効果を得るのに必要な基準放射線の吸収線量}}{\text{同じ効果を得るのに必要な試験放射線の吸収線量}} \quad (3.94)$$

基準放射線としては、通常、 ^{60}Co からの γ 線や X 線が用いられ、放射線医学では 250 keV の X 線が使われる。

前項で説明した LET は、線質を表す重要な指標の 1 つである。一般に、LET が大きくなると RBE も増加するが、LET がおよそ $100 \text{ keV}/\mu\text{m}$ を超えると再び減少する。これは、細胞を殺傷するのに必要な以上のエネルギーが付与されるためと考えられていて、オーバーキルと呼ばれる。試験放射線と基準放射線の種類・エネルギーが与えられても、式 (3.94) によって RBE は一意に決まるわけではない。RBE の値は、生物効果をどのように評価するか（例えば、細胞の生存率が何%であるときを基準とするのか）や、線量率などの照射条件に依存して変わるので、注意が必要である。

3.5.8 線質係数

生物学的効果比を考慮した補正係数を吸収線量にかけあわせることで、線質による違いをならした線量概念を**線量当量** (dose equivalent) といい、この補正係数を**線質係数** (quality factor) と呼ぶ。吸収線量 D 、線量当量 H 、線質係数 Q の間には、

$$H [\text{Sv}] = D [\text{Gy}] \times Q \quad (3.95)$$

の関係がある。Gy を単位として吸収線量の値を表したとき、線量当量の単位は Sv (シーベルト) である。

ICRP (International Commission on Radiological Protection, 国際放射線防護委員会) の 1990 年勧告 (ICRP60) では、水中における線エネルギー付与 $L [\text{keV}/\mu\text{m}]$ の関数として線質係数 $Q(L)$ は

$$Q(L) = \begin{cases} 1 & (L \leq 10) \\ 0.32L - 2.2 & (10 < L \leq 100) \\ 300/\sqrt{L} & (L > 100) \end{cases} \quad (3.96)$$

で与えられている (図 3.28)。これを使えば、放射線場の LET 分布から線量当量を計算することができる。

なお、放射線防護量としては ICRP の 1990 年勧告から次項の等価線量が用いられ、線量当量は直接測定できる実用量として用いられる。

3.5.9 等価線量

放射線 R に起因する組織・臓器 T の平均吸収線量を D_{RT} とすると、低線量における確率の影響（“放射線生物学”および“放射線防護学”を参照）に対する生物学的効果比を考慮し、かつ様々な放射線について加算した放射線防護量が**等価線量** (equivalent dose) で、組織・臓器 T の等価線量 H_T は

$$H_T = \sum_R w_R D_{RT} \quad (3.97)$$

と定義される。ここで、線質に関する荷重係数 w_R を、**放射線荷重（加重）係数** (radiation weighting factor) と呼ぶ^{*3}。線量当量と同じように、吸収線量を Gy で表したとき、等価当量の単位は Sv である。ICRP が勧告した w_R の値を表 3.2 に示す。なお、中性子に対する値は、2007 年勧告では中性子のエネルギーを E_n (MeV) として以下の関数として表される（図 fig:KLI-3-中性子放射線加重係数）。

$$w_R = \begin{cases} 2.5 + 18.2 e^{-(\ln E_n)^2/6} & (E < 1\text{MeV}) \\ 5.0 + 17.0 e^{-(\ln 2E_n)^2/6} & (1\text{MeV} \leq E \leq 50\text{MeV}) \\ 2.5 + 3.25 e^{-(\ln 0.04E_n)^2/6} & (E > 50\text{MeV}) \end{cases} \quad (3.98)$$

3.5.10 実効線量

等価線量を全身の組織・臓器について重み付けして平均したものが**実効線量** (effective dose) である。実効線量 E は、組織・臓器 T の等価線量を H_T として

$$E = \sum_T w_T H_T \quad (3.99)$$

で定義される。ここで、 w_T は組織・臓器 T の**組織荷重（加重）係数** (tissue weighting factor) と呼ばれ^{*4}

^{*3} ICRP1990 年勧告の訳文では「荷重」、2007 年勧告の訳文では「加重」と表記する。

^{*4} ICRP1990 年勧告の訳文では「荷重」、2007 年勧告の訳文では「加重」と表記する。

表 3.2 放射線荷重（加重）係数

放射線の種類とエネルギーの範囲	1990 年勧告	2007 年勧告
光子，すべてのエネルギー	1	1
電子および μ 粒子，すべてのエネルギー	1	1
中性子（エネルギー E_n ）		式 (3.98)
$E_n < 10 \text{ keV}$	5	
$10 \text{ keV} \leq E_n \leq 100 \text{ keV}$	10	
$100 \text{ keV} < E_n \leq 2 \text{ MeV}$	20	
$2 \text{ MeV} < E_n \leq 20 \text{ MeV}$	10	
$20 \text{ MeV} < E_n$	5	
反跳陽子以外の陽子，2 MeV を超えるもの	5	—
陽子および荷電パイオン，すべてのエネルギー	—	2
α 粒子，核分裂片，重原子核	20	20

$$\sum_{\text{T}} w_{\text{T}} = 1 \quad (3.100)$$

を満たす。ICRP が勧告した w_{T} の値を表 3.3 に示す。実効線量の単位も Sv である。

表 3.3 組織荷重 (加重) 係数

組織・臓器	1990 年勧告	2007 年勧告
生殖腺	0.2	0.08
赤色骨髄	0.12	0.12
肺	0.12	0.12
結腸	0.12	0.12
胃	0.12	0.12
乳房	0.05	0.12
甲状腺	0.05	0.04
肝臓	0.05	0.04
食道	0.05	0.04
膀胱	0.05	0.04
骨表面	0.01	0.01
皮膚	0.01	0.01
唾液腺	項目なし	0.01
脳	項目なし	0.01
残りの組織・臓器	0.05	0.12

3.6 放射線検出

3.6.1 気体放射線検出器

3.6.2 シンチレーション放射線検出器

3.6.3 半導体放射線検出器

3.6.4 中性子検出

3.6.5 計数値の統計

3.6.6 エネルギー計測

3.6.7 壊変率の測定

3.6.8 その他の検出器

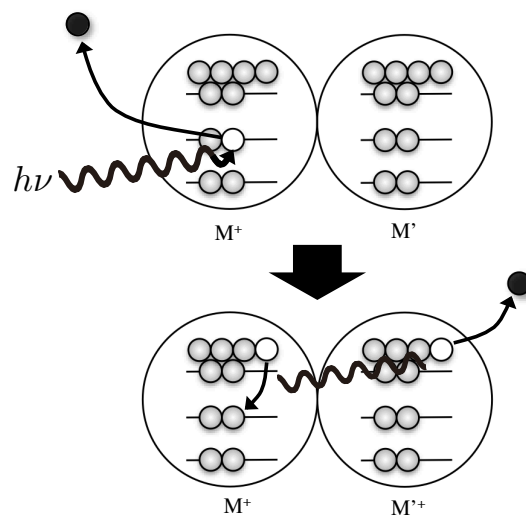


図 3.14 原子間または分子間クーロン崩壊

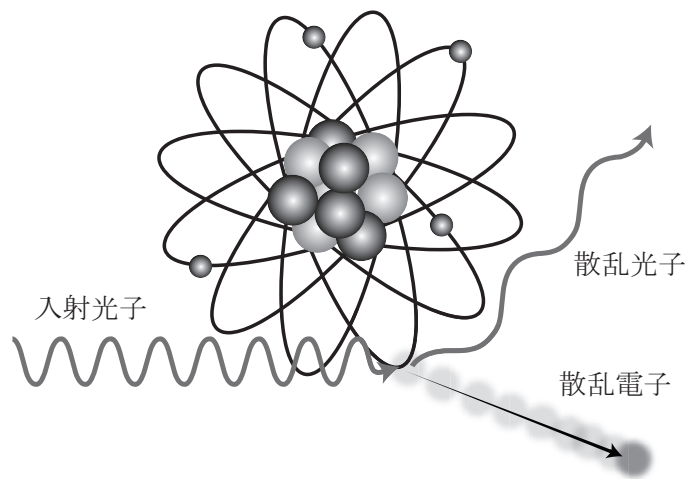


図 3.15 コンプトン散乱のイメージ

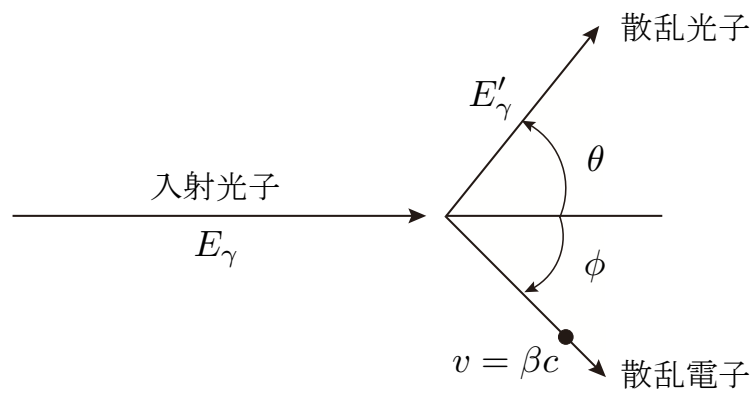


図 3.16 コンプトン散乱の配置

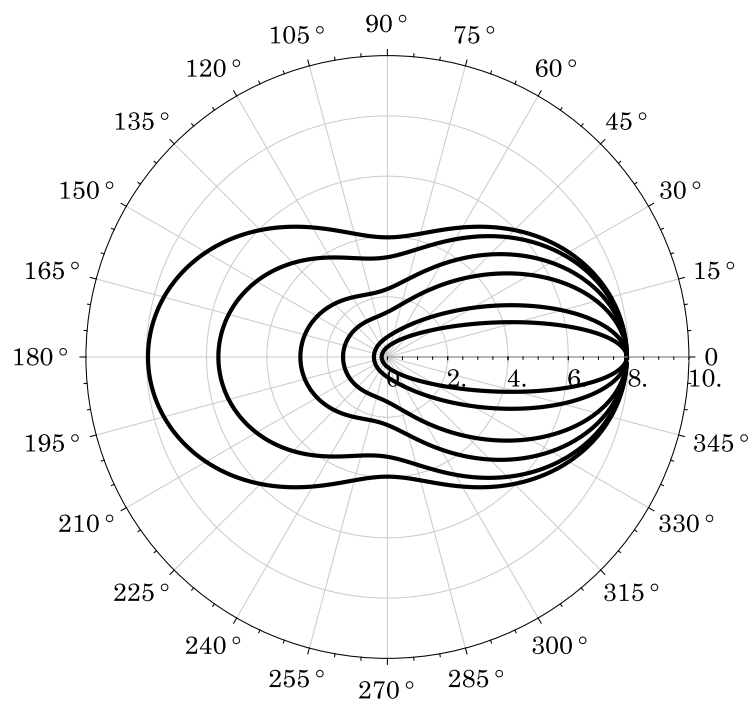


図 3.17 コンプトン散乱における散乱光子の角度分布. 外側からそれぞれ, $\alpha = E_\gamma/mc^2 = 0, 0.1, 0.4, 1, 4, 10$ に対応している. 径方向目盛りの単位は $10^{-26} \text{ cm}^2/\text{sr}$.

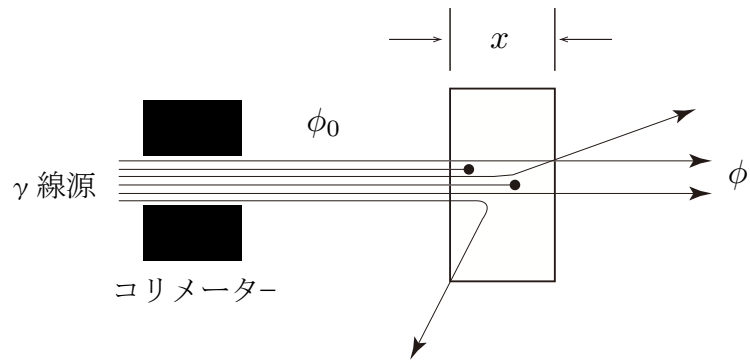


図 3.18 コリメートされた単色光子の、物質中における減衰

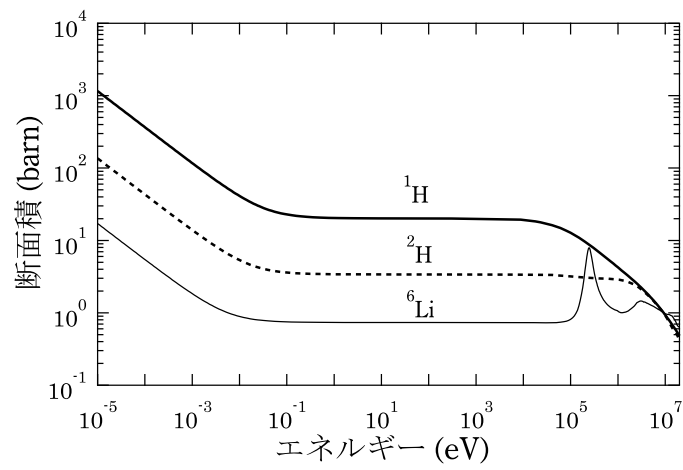


図 3.19 ^1H , ^2H , ^6Li の中性子弾性散乱断面積

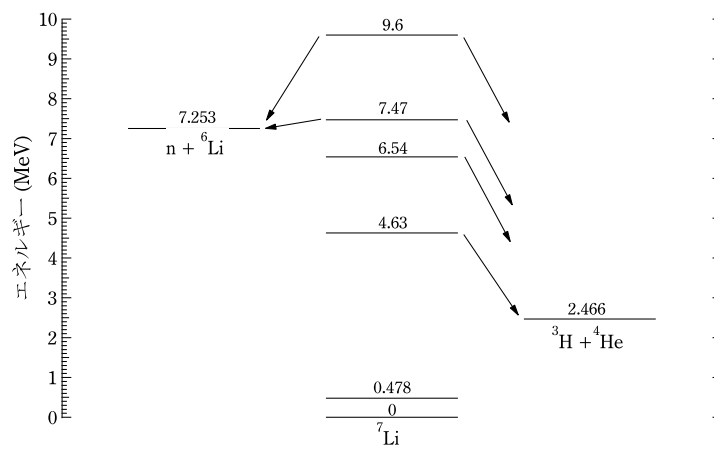


図 3.20 ${}^7\text{Li}$ 原子核のエネルギー準位と，解離した $n + {}^6\text{Li}$, ${}^3\text{H} + {}^4\text{He}$ のエネルギー関係．参考文献^[5]の図 3.5 を参考にしている．

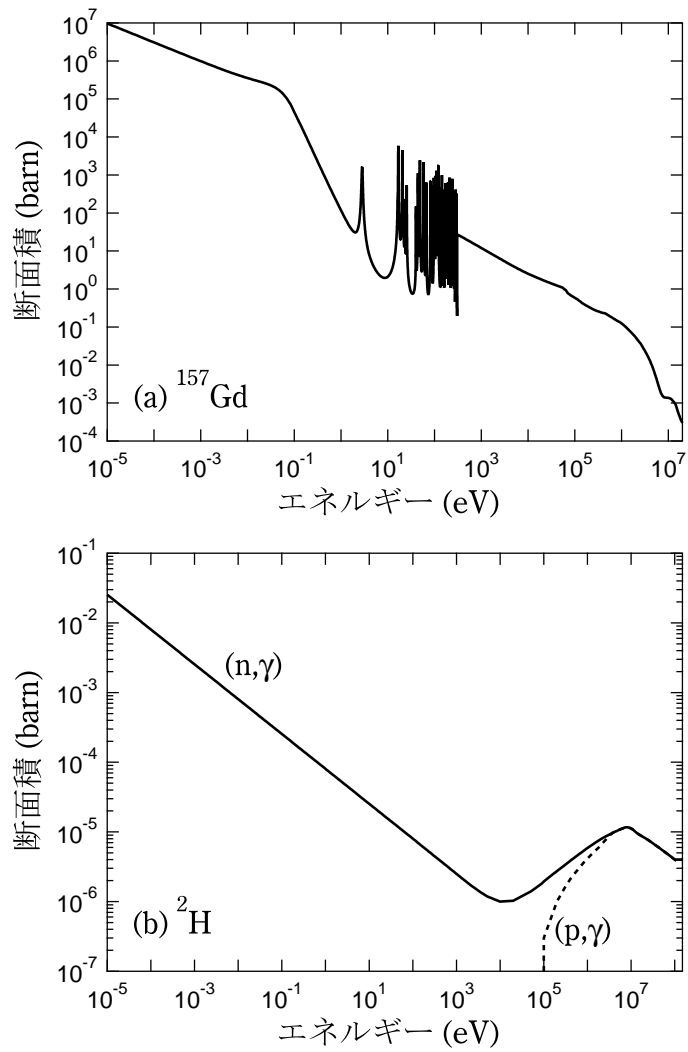


図 3.21 (a) ^{157}Gd の (n, γ) 反応断面積 (b) ^2H の (n, γ) (実線) および (p, γ) (破線) 反応断面積

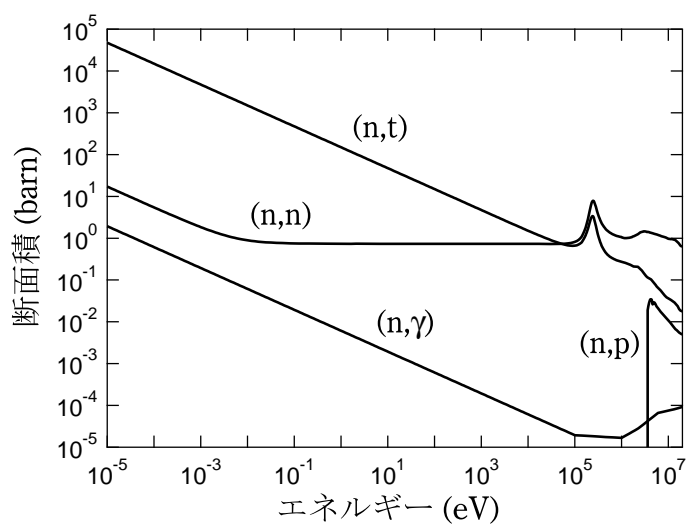


図 3.22 ${}^6\text{Li}$ の中性子弾性散乱および (n, γ) , (n, p) , (n, t) 反応断面積

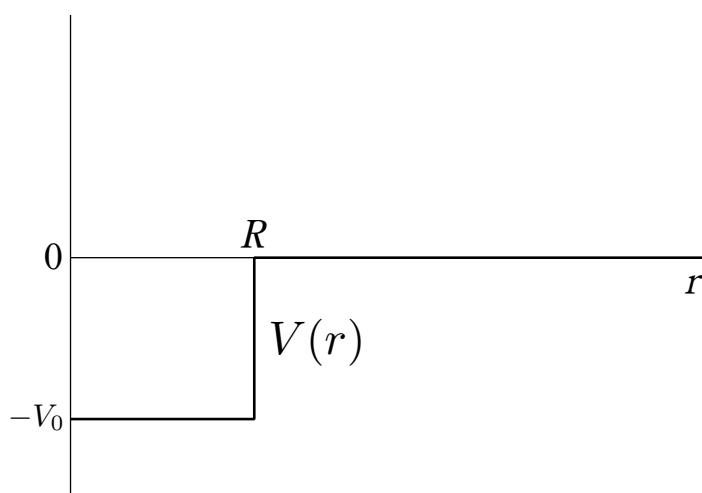


図 3.23 井戸型ポテンシャル

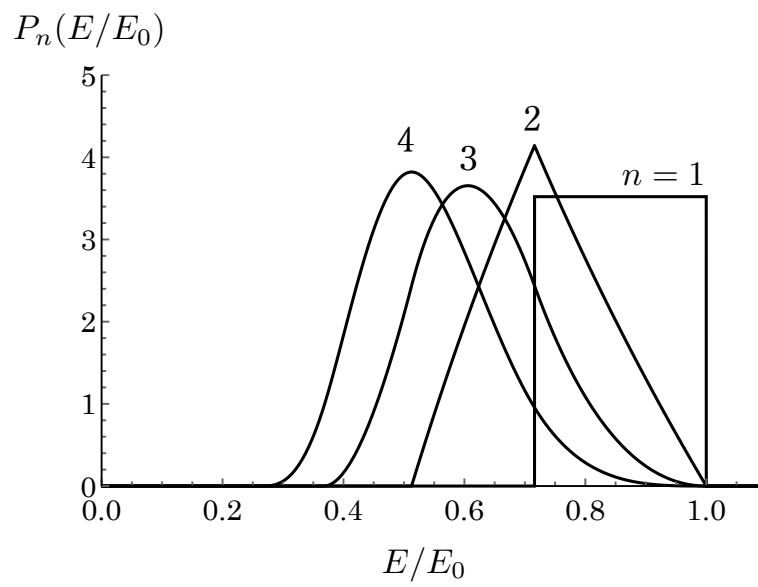


図 3.24 単色中性子が ^{12}C によって n 回 ($1 \leq n \leq 4$) 等方弾性散乱された後のエネルギー分布 $P_n(E/E_0)$

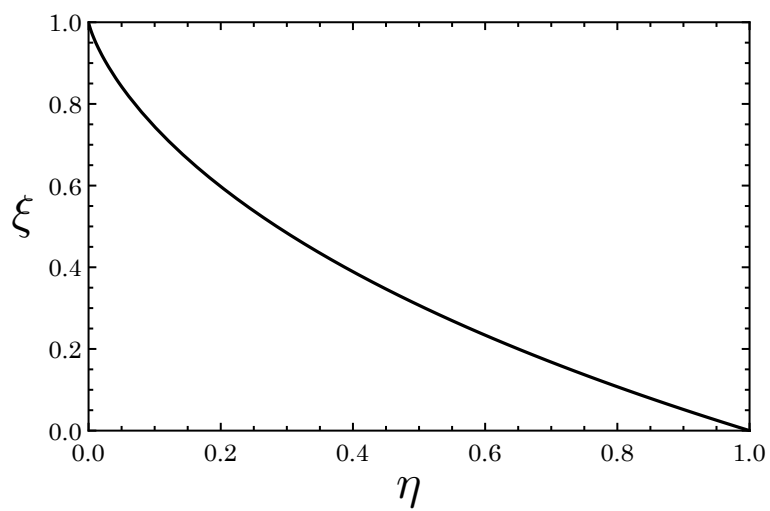


図 3.25 ξ と η の関係

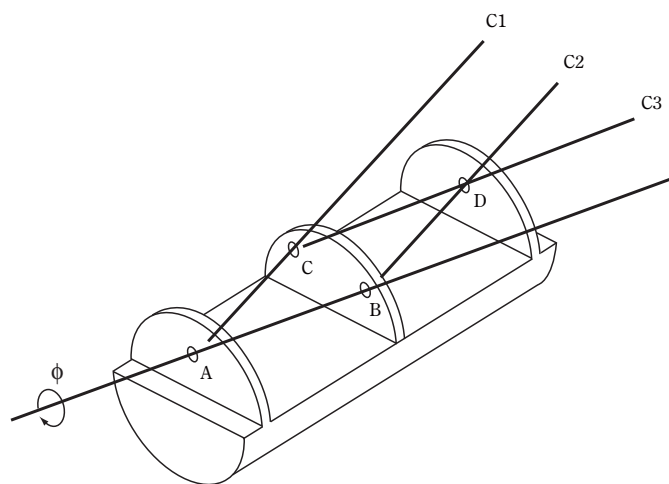


図 3.26 中性子干渉計. 参考文献^[4]の Fig. 12.16 を参考にしている.

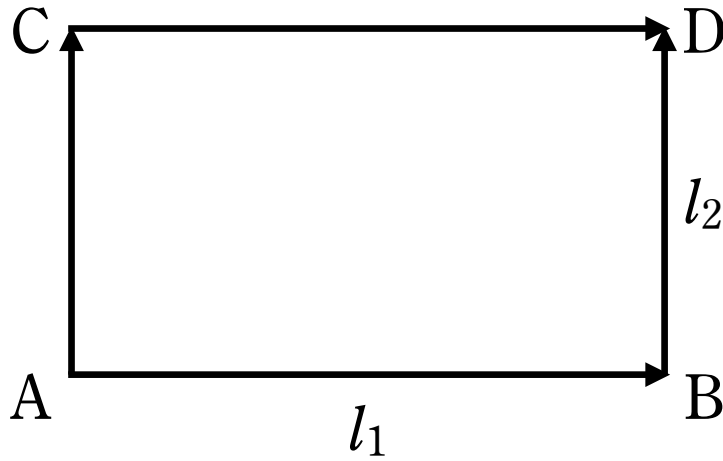


図 3.27 重力ポテンシャルによる量子的干渉を検出する実験

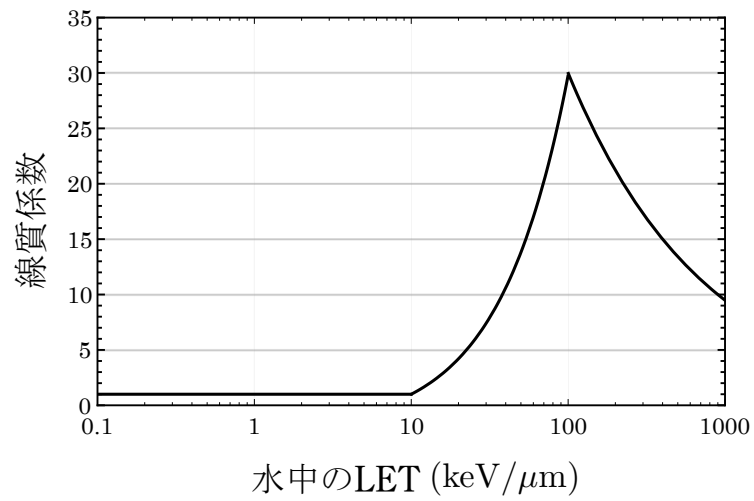


図 3.28 水中の LET と線質係数の関係

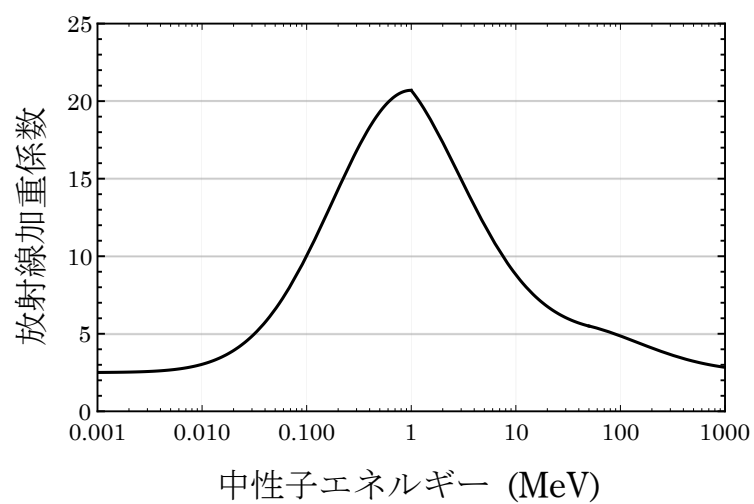


図 3.29 ICRP2007 年勧告による中性子の放射線加重係数

文 献

[全般]

- [1] 八木浩輔：『原子核物理学』（朝倉書店，1971）．
- [2] 柴田徳思 編：『放射線概論』第 8 版（通商産業研究社，2013）．
- [3] 日本アイソトープ協会：『アイソトープ手帳』第 11 版（日本アイソトープ協会，2011）．
- [4] K. S. Krane: *Introductory Nuclear Physics* (Wiley, 1987).
- [5] J.-L. Basdevant, J. Rich, and M. Spiro: *Fundamentals in Nuclear Physics* (Springer, 2005).

[第 1 章]

[第 2 章]

[第 3 章]

- [6] J.D. ジャクソン：『電磁気学（上，下）』，西田稔訳（吉岡書店，2002）．

