

平成 25 年度 「統計解析手法」 期末試験

平成 25 年 7 月 25 日 (木) 8:40-10:10

問1 から問4 まで、大きく 4 問ある。各問に対して答案用紙 1 枚 (表面と裏面の 2 ページ) を使うこと。
答案用紙 4 枚すべてに、氏名、所属学科 (大学院の場合は所属専攻)、学生番号を明記せよ。

問1 パラメータ推定に関して、以下の問題に答えよ。(配点: 25 点)

- (1) 最尤法によるパラメータ推定の考え方を 3~5 行程度で説明せよ。
- (2) 確率変数 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ の母集団のパラメータ μ, σ^2 の最尤推定量を求めよ。ただし、確率変数 X の観測値は (x_1, x_2, \dots, x_n) であり、尤度関数は以下の通りとする。

$$L(\mu, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right\}$$

問2 区間推定に関して、以下の問題に答えよ。(配点: 25 点)

- (1) ある確率変数 X の母集団分布が正規分布であり、母平均を μ 、母分散を σ^2 とする。母分散が既知である場合、この確率変数の平均が従う確率分布を具体的に示せ。
- (2) 100 回の試行の結果、標本平均として $\bar{x} = 19.5$ を得た。母分散が $\sigma^2 = 2^2$ であった場合、母平均 μ の 99% 信頼区間を求めよ。ただし、標準正規分布の 1% 点、0.5% 点は、それぞれ $Z_{0.01} = 2.326$ 、 $Z_{0.005} = 2.575$ とする。
- (3) 区間幅と平均の推定精度^のに関して、以下の用語を用いて説明せよ。
a) 標準偏差、b) 標本数、c) 有意水準

問3 最小二乗法に関して、以下の問題に答えよ。(配点: 25 点)

- (1) 回帰モデル $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ を考える。最小二乗法において最小化する目的関数を示した上で、正規方程式を導け。
- (2) 回帰係数の最小二乗推定量を求めよ。
- (3) 通常最小二乗法と一般化最小二乗法の相違を簡潔に説明せよ。

問4 主成分分析に関して、以下の問題に答えよ。(配点: 25 点)

- (1) 主成分分析では、どのような基準の下で軸変換を行うか答えよ。
- (2) 2 変数 X_1, X_2 の分散共分散行列が $\begin{pmatrix} 4 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 3 \end{pmatrix}$ であったとする。第 1 主成分の寄与率を求めよ。
- (3) 主成分分析と因子分析の相違を簡潔に説明せよ。

以上