経済学基礎

-第３回後半　消費者選好と効用関数つづき-

菅　史彦

内閣府　経済社会総合研究所

無差別曲線の曲率と補償需要関数

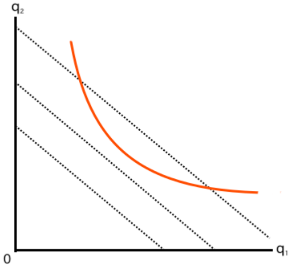
- 第１財の価格が上がった時、第２財の消費がどうなるかは、無差別曲線の曲がり具合に依存する。
- 無差別曲線の曲がり具合は、消費者にとって２つの財がどのような関係にあるかを表す。
- 無差別曲線が直線に近い場合：代替関係
- 無差別曲線が曲がっている場合：補完関係
- これを分析するために補償需要関数を導入する。

補償需要関数

財の価格 $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_n)'$ と効用水準 $\bar{u}$ が与えられた時の補償需要関数 $\tilde{q}_i(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ を以下の支出最小化問題の解として定義する：

$$\min_{q_1, q_2, \ldots, q_n} \quad \sum_{i=1}^{n} p_i q_i$$

$$\text{s.t.} \quad u(q_1, q_2, \ldots, q_n) = \bar{u}$$

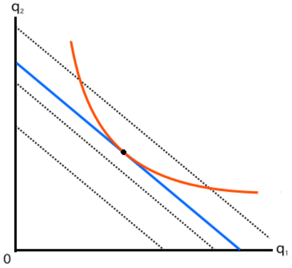


補償需要関数

財の価格 $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_n)'$ と効用水準 $\bar{u}$ が与えられた時の補償需要関数 $\tilde{q}_i(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ を以下の支出最小化問題の解として定義する：

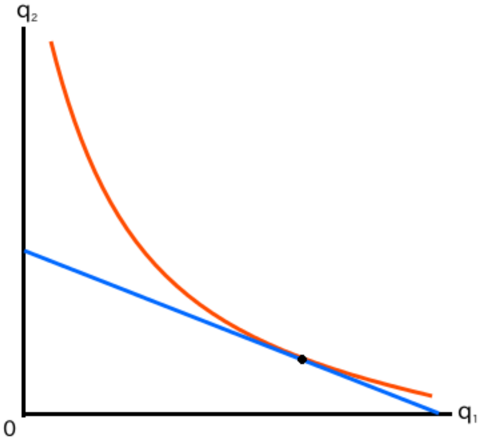
$$\min_{q_1, q_2, \ldots, q_n} \quad \sum_{i=1}^{n} p_i q_i$$

$$\text{s.t.} \quad u(q_1, q_2, \ldots, q_n) = \bar{u}$$



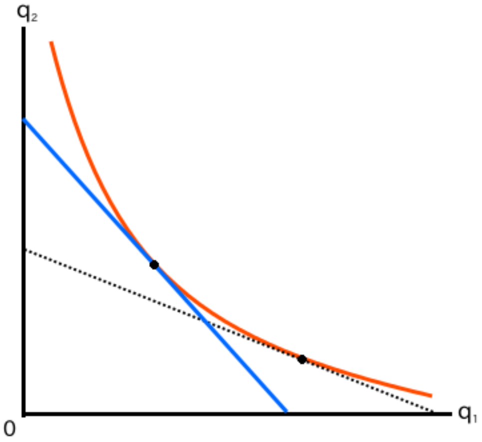
補償需要

価格が変化した時の補償需要の変化を見れば、財の代替・補完関係がわかる。



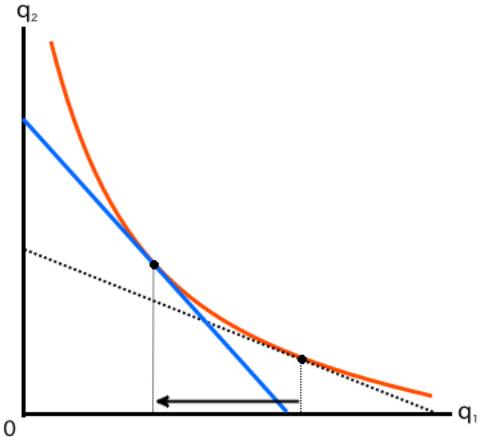
補償需要

価格が変化した時の補償需要の変化を見れば、財の代替・補完関係がわかる。



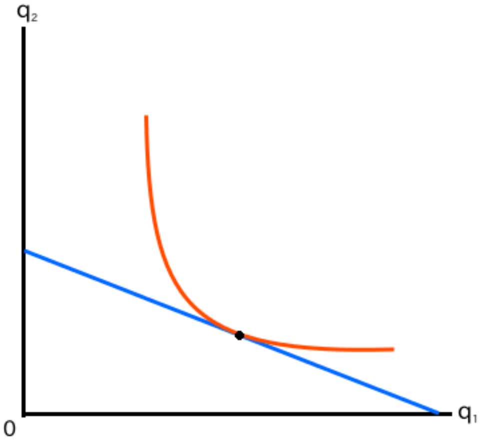
補償需要

価格が変化した時の補償需要の変化を見れば、財の代替・補完関係がわかる。



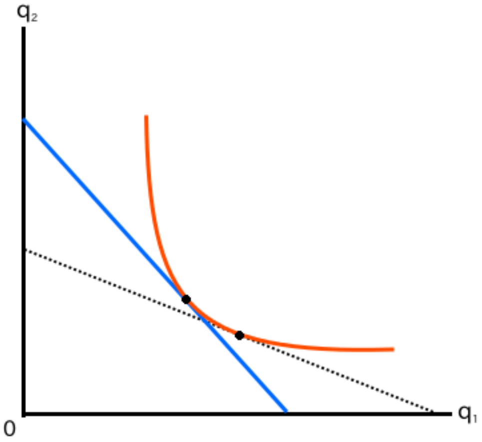
補償需要

価格が変化した時の補償需要の変化を見れば、財の代替・補完関係がわかる。



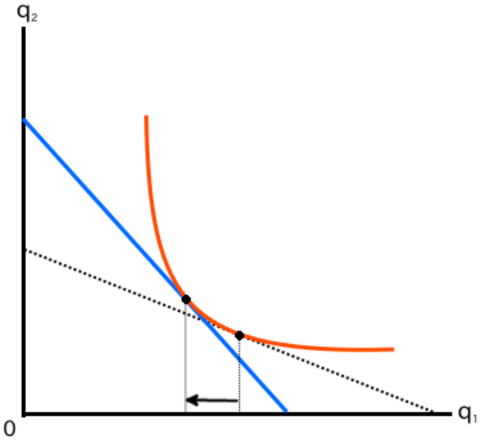
補償需要

価格が変化した時の補償需要の変化を見れば、財の代替・補完関係がわかる。



補償需要

価格が変化した時の補償需要の変化を見れば、財の代替・補完関係がわかる。



支出関数

- 価格 $\boldsymbol{p}$ と効用水準 $\bar{u}$ が与えられた時、最も安上がりな消費計画が補償需要。
- 各財の補償需要に価格を掛けあわせれば、価格 $\boldsymbol{p}$ のもとで効用水準 $\bar{u}$ を実現する最小の支出額が導出される。これが（最小支出関数）：

$$I\left(\boldsymbol{p},\bar{u}\right)=\sum_{i=1}^{n}p_i\tilde{q}_i\left(\boldsymbol{p},\bar{u}\right)$$

- 最小支出関数は、価格の上昇・下落が消費者にもたらす損失と利益を、お金で表現するのに使える。
例）政府の失策により i 財の価格が値上がりしたことにより消費者が被った被害を補償するのに必要な額は $I(\boldsymbol{p}',\bar{u})-I(\boldsymbol{p},\bar{u})$。

支出関数

- 包絡線定理から、支出関数を i 財の価格に関して微分すると、i 財の補償需要関数になることがわかる。これをシェファードの補題と呼ぶ。

シェファードの補題

$$\frac{\partial I(\boldsymbol{p}, \bar{u})}{\partial p_i} = \tilde{q}_i(\boldsymbol{p}, \bar{u})$$

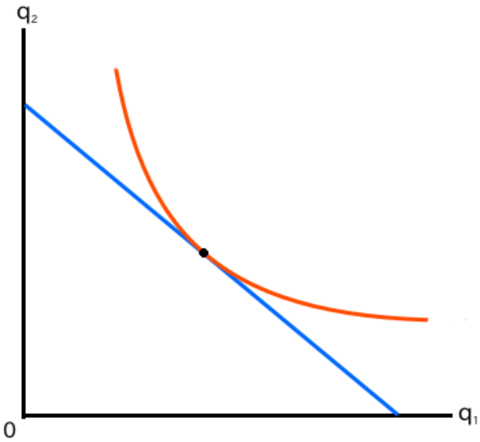
所得効果と代替効果

- ある財の価格が上がると、普通その財の消費は減る。
- このとき、消費の変化分は、
  1. その財が相対的に高くなり、他の財へのシフトが起こった効果
     → 代替効果
  2. 値上がりで消費に使えるお金が減ることの効果
     → 所得効果

  に分けられる。
- これを分解するのが、スルツキー分解である。

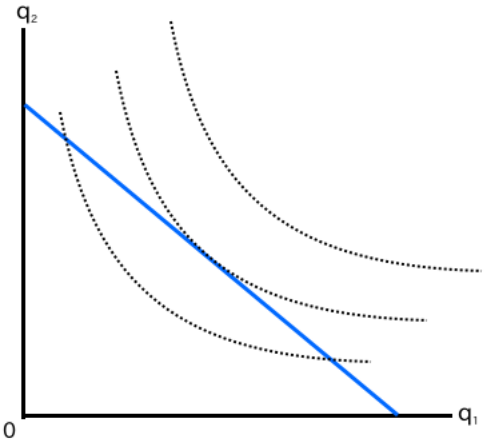
消費の二面性

ぱっと見だと効用最大化の結果か費用最小化の結果かわからない。



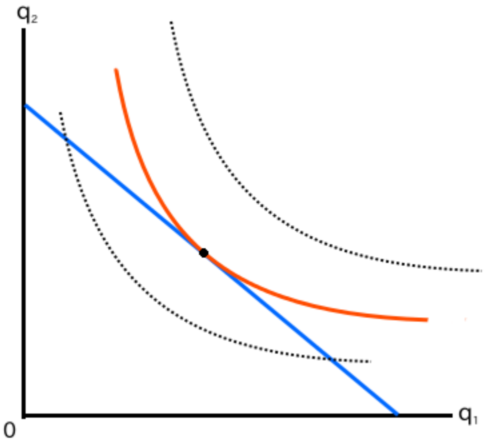
消費の二面性

ぱっと見だと効用最大化の結果か費用最小化の結果かわからない。



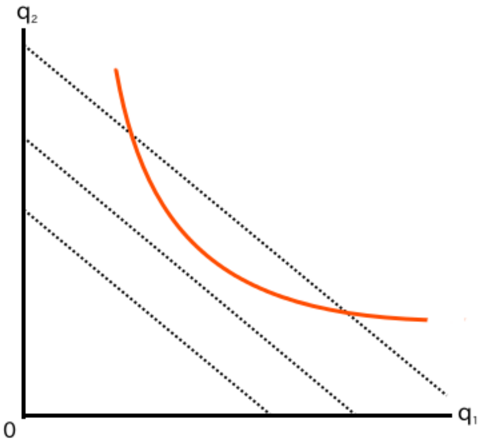
消費の二面性

ぱっと見だと効用最大化の結果か費用最小化の結果かわからない。



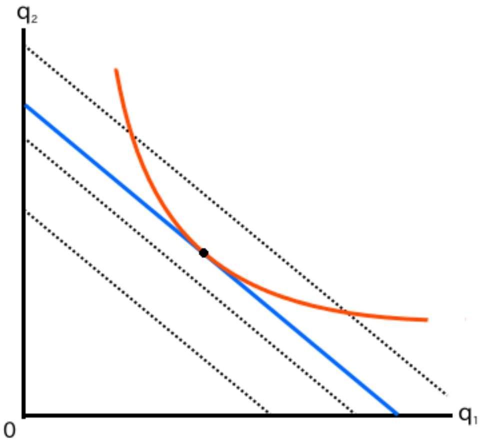
消費の二面性

ぱっと見だと効用最大化の結果か費用最小化の結果かわからない。



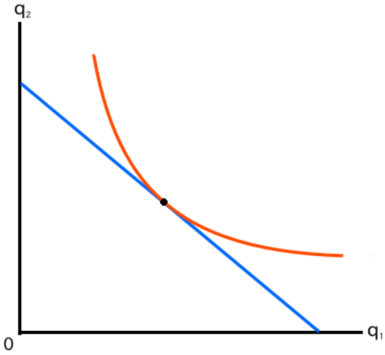
消費の二面性

ぱっと見だと効用最大化の結果か費用最小化の結果かわからない。



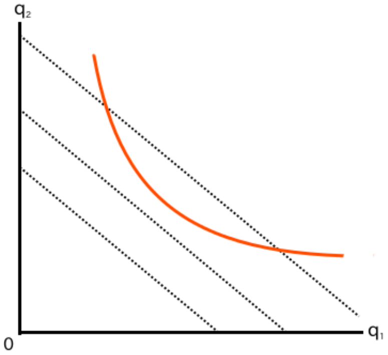
消費の二面性

すなわち、ある価格 $\boldsymbol{p}$ と効用水準 $\bar{u}$ が与えられたもとで最小化された費用 $I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ を所得として、価格 $\boldsymbol{p}$ と所得 $y = I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ のもとで効用最大化すれば、同じ消費計画のもとで効用水準 $\bar{u}$ が実現する。



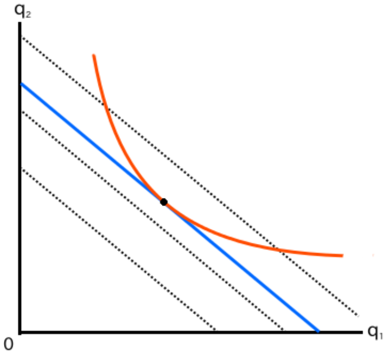
消費の二面性

すなわち、ある価格 $\boldsymbol{p}$ と効用水準 $\bar{u}$ が与えられたもとで最小化された費用 $I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ を所得として、価格 $\boldsymbol{p}$ と所得 $y = I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ のもとで効用最大化すれば、同じ消費計画のもとで効用水準 $\bar{u}$ が実現する。



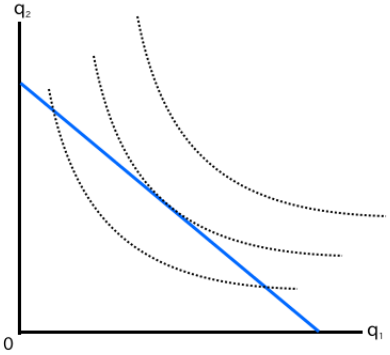
消費の二面性

すなわち、ある価格 $\boldsymbol{p}$ と効用水準 $\bar{u}$ が与えられたもとで最小化された費用 $I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ を所得として、価格 $\boldsymbol{p}$ と所得 $y = I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ のもとで効用最大化すれば、同じ消費計画のもとで効用水準 $\bar{u}$ が実現する。



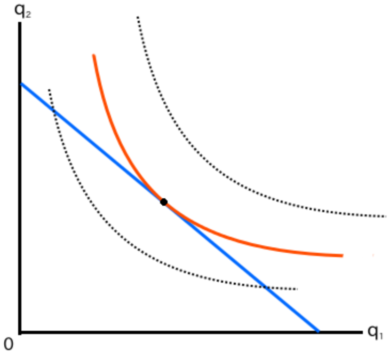
消費の二面性

すなわち、ある価格 $\boldsymbol{p}$ と効用水準 $\bar{u}$ が与えられたもとで最小化された費用 $I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ を所得として、価格 $\boldsymbol{p}$ と所得 $y = I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ のもとで効用最大化すれば、同じ消費計画のもとで効用水準 $\bar{u}$ が実現する。



消費の二面性

すなわち、ある価格 $\boldsymbol{p}$ と効用水準 $\bar{u}$ が与えられたもとで最小化された費用 $I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ を所得として、価格 $\boldsymbol{p}$ と所得 $y = I(\boldsymbol{p}, \bar{u})$ のもとで効用最大化すれば、同じ消費計画のもとで効用水準 $\bar{u}$ が実現する。



スルツキー分解

- 消費計画がきちんと予算制約線と無差別曲線の接点で達成されているのであれば、以下が恒等的に成立している。

$$\tilde{q}_i(\boldsymbol{p}, \bar{u}) = q_i\left(\boldsymbol{p}, I(\boldsymbol{p}, \bar{u})\right) \tag{1}$$

- (1) は恒等式なので、両辺を微分してもそのまま成立。

$$\frac{\partial \tilde{q}_i}{p_i} = \frac{q_i}{p_i} + \frac{\partial q_i}{\partial I}\frac{\partial I}{\partial p_i} \tag{2}$$

- シェファードの補題を使って書き換えると、

$$\frac{\partial \tilde{q}_i}{p_i} = \frac{q_i}{p_i} + \frac{\partial q_i}{\partial I} q_i \tag{3}$$

となる。

スルツキー分解

これを並び替えると、以下のスルツキー方程式が得られる。

スルツキー方程式

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_i} = \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial p_i} - \frac{\partial q_i}{\partial I} q_i$$

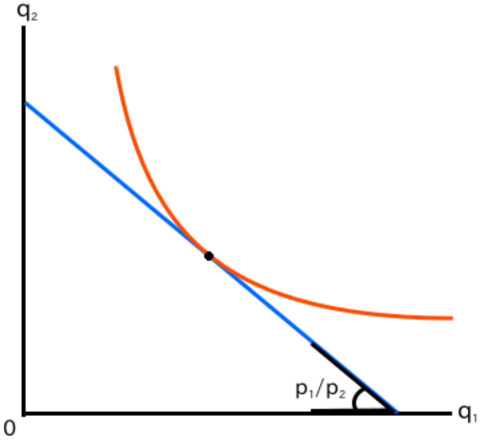
- i 財の価格の微小な変分 Δp_i に伴う消費量の変分 Δq_i を考えると、以下が近似的に成り立つ：

$$\Delta q_i \approx \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial p_i} \Delta p_i - \frac{\partial q_i}{\partial I} q_i \Delta p_i$$

- 第一項は代替効果、第二項は所得効果と見なせる。

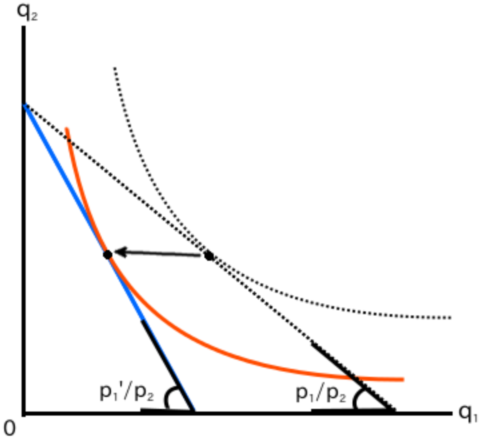
スルツキー分解

これを図で見ると…



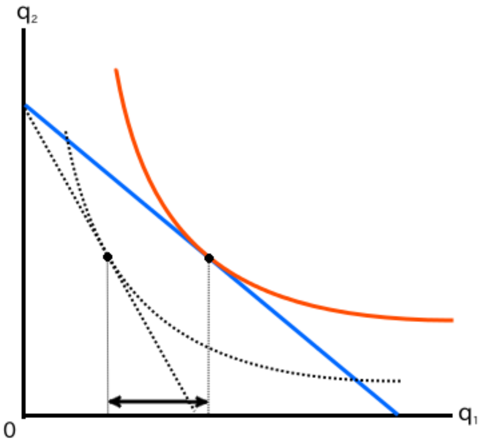
スルツキー分解

これを図で見ると…

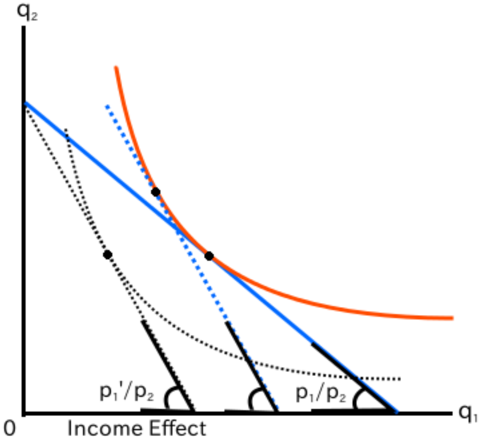


スルツキー分解

これを図で見ると…

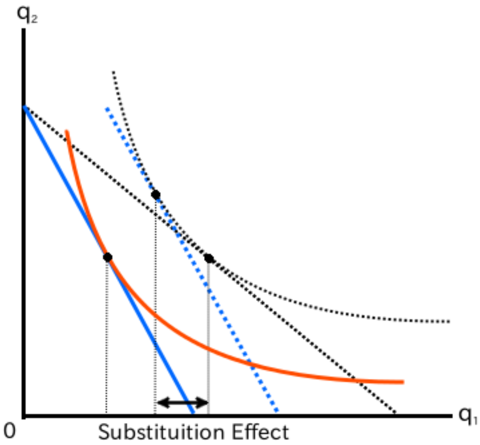


これを図で見ると…



スルツキー分解

これを図で見ると…



スルツキー分解

これを図で見ると…