

平成 18 年度 数理分析手法 I 試験問題

- (注 1) 試験中に講義時配付資料を閲覧することを禁じる。
 (注 2) 解答用紙は 2 枚配付する。
 (注 3) この試験は 70 点満点である。

問題 1 (20 点)

以下の統計用語を簡潔に説明せよ。式は用いても構わない。

- (1) 有意水準
- (2) 中心極限定理
- (3) ベイズの定理
- (4) 標本分布
- (5) 自由度

問題 2 (30 点)

推定に関する以下の問題に答えよ。

- (1) 「推定値」と「推定量」の違いを簡潔に説明せよ。
- (2) 「最小二乗推定」と「最尤推定」の相違を簡潔に説明せよ。
- (3) 標本 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ からの観測値であるとする。その母数を最尤推定法で求めると、それぞれ標本平均と標本分散になることを示せ。
- (4) 信頼性の高いデータ分析のために推定量が具備すべき特性を 3 つ列挙せよ。

問題 3 (20 点)

多変量解析に関する以下の問題に答えよ。

- (1) 重回帰分析と主成分分析の違いを端的に説明せよ。式や図を用いても構わない。
- (2) 標準化データを用いた主成分分析において、主成分数を決定する時の考え方として、固有値が 1 以上という条件があるが、その意味するところは何か、説明せよ。

$$\hat{\sigma}^2 \rightarrow 10\pi$$

$$\log x = \frac{1}{x}$$

$$\text{ある変数 } y \text{ と } x_1, x_2, \dots, x_n$$

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n + e$$

$$e = \text{誤差}$$

$$a_1, \dots, a_n$$

$$\hat{\sigma}^2$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu}$$

$$\sqrt{\frac{1}{n}}$$

$$= n \left(\frac{1}{\sqrt{2n} \beta} \right)$$

$$-\frac{(\sum x_i - n\mu)^2}{4\sigma^2} = n \frac{1}{\sqrt{2n} \beta}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum x_i^2}{4n}$$

$$-\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{4} \cdot \frac{1}{\sigma^2} = n \ln \sqrt{2n}$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \mu}$$

$$\frac{(\sum x_i - n\mu)^2}{2} \cdot \frac{1}{\sigma^2}$$

$$-\frac{2}{2} \cdot \frac{1}{\sigma^2}$$

$$-2 \left(\frac{\sum x_i - n\mu}{2\sigma^2} \right) = 0$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

$$-n \ln \sqrt{2n}$$

$$\frac{1}{\sigma^2} = \sigma^{-2} = -\frac{1}{2} \sigma^{-3}$$

$$-\frac{n}{\sqrt{2n} \sigma} \cdot \sqrt{2n}$$

$$2\sigma^2$$