学生証番号______________

名前__________________

数理計画と最適化　試験

手書きのノートのみ持ち込み可
試験問題は、持ち帰らないでください。
かならず解答と一緒に提出してください。

2012/11/29
9:30〜12:00

1. 以下の線形計画問題を考える

$$f = 3x_1 + 5x_2 \longrightarrow \text{最大化}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 18 \\ x_1 \le 4 \\ x_2 \le 6 \\ x_1,\ \ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

(a) この問題を、標準形に直せ。
(b) シンプレックス法を用いてこの問題を解け。ただし初期値として $(x_1, x_2) = (0, 0)$ からスタートせよ。計算過程ではシンプレックス表を用いてもよいし、式の形のままでもよい。
(c) (x_1, x_2) 平面にこの問題の可能領域を示し、(b)で通った探索経路を図示せよ。
(d) 上記のシンプレックス法で通った各可能基底解（初期値を含む）で、Kuhn Tucker 条件が満足されているかどうかを確認せよ。

2. 以下の線形計画問題を考える

$$f = 4x_1 + 3x_2 \longrightarrow \text{最小化}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \ge 8 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

(a) この問題を標準形になおせ。
(b) この問題を２段階シンプレックス法で解きたい。１段階目の問題を定義せよ。
(c) １段階目の問題を解け。
(d) ２段階目の問題を解け。

3. 以下の２変数関数の最小化問題を数値的に解きたい。感度は解析的に（手計算で微分して）与えてよい。

$$\min f(x,y) = \left(x^2 - x + 3\right)\left(y^2 + 1\right)$$

(a) $(x,y)=(0,0)$ からスタートして、共役勾配法により解を求めたい。最初のステップのサーチ方向を求めよ。
(b) そのサーチ方向にラインサーチを行うことにより、新たな点を求める。２分割法を用いて、解の範囲を絞り込む。各ステップでの反復を示せ。ただし、２分割法の初期範囲として [0 ,8] を用い、最終的に範囲が1になるまで反復させよ。微分は解析的に行え。
(c) おなじラインサーチの問題に Newton 法を収束するまで適用し、それぞれのステップで解を示せ。初期値は、適当に選んでよい。１階、2階の微分は解析的に行え。また、なぜその反復回数になるか理由を述べよ。

4. 以下の非線形計画法の問題を考える。

$$f(x_1,x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 \longrightarrow \text{最小化}$$
$$x_1 + x_2 \geq 4$$
$$x_1 \leq 3$$
$$x_2 \leq 5$$

(a) Kuhn Tucker 条件を導け。
(b) Kuhn Tucker 条件を解くことにより、最適解を求めたい。解の可能性のある各点で最適性の条件が満足されるか調べ、真の最適解を求めよ。
(c) 通常の非線形計画法のアルゴリズムでこれを解く場合、どのような手法が適していると考えられるか。その理由とともに述べよ。

5. 以下の非線形計画の問題を考える。

$$f(x_1,x_2) = (x_1)^4 + (x_2)^2 \to \min$$
$$x_1 + x_2 \geq 3$$

(a) ペナルティ法を使って解く場合の関数を、内点法、外点法のそれぞれについてしめせ。（重み r は記号のままでよい）
(b) 外点法の場合、初期点を$(x_1,x_2)=(1,1)$としたときの共役勾配法の最初の探索方向を示せ。（ラインサーチはしなくてよい）

6. 以下の文が、正しければ〇、間違っていれば×を書け。問題文があいまいで複数の解釈が可能な場合、その理由を横に書いておくと、出題者の意図と違う解答であっても理由がもっともであれば正解にする事もある。

(a) ORははじめ、ドイツ軍がUボートを効率よく運用するために開発された。

(b) システムを最適化するには、各種の最適化手法を用いた後にシステムのモデリングを行う必要がある。

(c) あらゆる行列に対して、一般化逆行列は必ず存在する。

(d) 行列が逆行列を持つ場合、それは必ず一般逆行列と一致する。

(e) 最適解が可能領域にあるとは限らない。

(f) 最適化手法の性能は、得られる解の精度によって決定される。

(g) 関数が不連続のときは、線形計画法は適用できない。

(h) 線形計画法で、可能領域が存在すれば最適化解は必ず存在する。

(i) 線形計画法のあらゆる一般形は、常に標準形に変換可能である。

(j) ２段階シンプレックス法の第１段階は、可能解からスタートする必要がある。

(k) 線形計画問題で求められたローカルな最適解は必ずグローバル最適解に一致する。

(l) 非線形計画法のラインサーチでは、黄金分割法が最も効果的な手法である。

(m) 非線形計画法の手法を用いて、線形計画法の問題を解くことは可能である。

(n) 制約なしの最適化問題の場合、共役勾配法の方が最急降下法より常に収束が早い。

(o) Kuhn Tuckerの条件は、ある解が最適解であるための必要十分条件である。

(p) 非線形計画法では、得られる解がグローバルな最適解である保証はない。

(q) ニュートン・ラプソン法の名前のニュートンは、万有引力の法則を発見したアイザック・ニュートンと同一人物である。

(r) 一般に非線形計画法では、高次の微係数を用いた方法のほうがより早く、安定に収束する。

(s) 準Newton法は、関数の２階の微係数を解析的に求める方法である。

(t) ペナルティ法の外点法を用いる場合は、初期解は可能解でなくてもよい。

(u) ペナルティ法の内点法で得られた解は、可能解であるとは限らない。

(v) ２次計画法とは目的関数を２次式に近似して最適解を求める方法である。

(w) 非線形計画法の解法であるSLP法は、各ステップで線形計画法を用いる。

(x) 非線形計画法の手法のうち、SQP法が非常に大規模な問題に対し、最も有効な手法である。

(y) GNU Octaveはフリーソフトであるが，ソースコードは公開されていない.