平成23年度 「数理分析手法I」 期末試験

平成23年8月11日（木） 8:30-10:00

問1から問4まで、大きく4問ある。各問に対して答案用紙1枚（表面と裏面の2ページ）を使うこと。
答案用紙4枚すべてに、氏名、所属学科（大学院の場合は所属専攻）、学生番号を明記せよ。

問1 ベルヌーイ試行に関して、以下の問題に答えよ。（配点：25点）

(1) 1枚のコインを投げる試行を3回行った時、表が2回出る確率を求めよ。導出過程も示すこと。

(2) 1枚のコインを投げる試行を20回行った時、表が出る回数の期待値と分散を求めよ。

(3) 1枚のコインを投げる試行をn回行った時、i回目の結果がX_i（表の場合: $X_i=1$、裏の場合: $X_i=0$）であったとする。表が出た回数 $X_1+X_2+\ldots+X_n$ の確率分布は、二項分布以外では、どのような確率分布で近似できるか、理由と共に答えよ。ただし、nは十分に大きな数とする。

問2 パラメータ推定に関して、以下の問題に答えよ。（配点：25点）

(1) 最尤法によるパラメータ推定の考え方を3〜5行程度で説明せよ。

(2) 確率変数$X\sim \mathrm{N}(\mu,\ \sigma^2)$の母集団のパラメータ$\mu$, σ^2の最尤推定量を求めよ。ただし、確率変数Xの観測値は $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ であり、尤度関数は以下の通りとする。

$$\mathrm{L}(\mu,\sigma^2)=(2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2\right\}$$

問3 ある新製品の使用可能時間について、公称値は9時間となっている。旧製品の使用可能時間は、平均8時間、標準偏差1時間の正規分布に従うことが分かっている。新製品に対して、使用可能時間の実験を10回行ったところ、平均で8.8時間であった。新製品の使用可能時間が旧製品から長くなったかを確認するため、仮説検定を行う。以下の問題に答えよ。（配点：25点）

(1) 帰無仮説と対立仮説を設定せよ。

(2) 検定統計量とその確率分布を示せ。

(3) 有意水準を0.01（1%有意水準）とした場合、その棄却域を求めよ。ただし、標準正規分布の1%点、0.5%点は、それぞれ$Z_{0.01}=2.326$、$Z_{0.005}=2.575$であり、また、$\sqrt{10}=3.162$を用いてよい。

(4) 検定を実施し、結論を示せ。

問4 主成分分析に関して、以下の問題に答えよ。（配点：25点）

(1) 主成分分析では、どのような基準の下で軸変換を行うか答えよ。

(2) 2変数X_1、X_2の分散共分散行列が$\begin{pmatrix}4 & \sqrt{2}\\ \sqrt{2} & 3\end{pmatrix}$であったとする。第1主成分の寄与率を求めよ。

(3) 2変数X_1、X_2の場合について、主成分分析と回帰分析の相違を、図を用いて説明せよ。ただし、回帰分析においては、X_1は説明変数、X_2は被説明変数とする。

以上