

1. 命題 p を「 a は 3 の倍数である」、命題 q を「 b は 3 の倍数である」とする. このとき, p, q と論理演算子を使って, 次の命題を表せ.

(a) a と b はどちらも 3 の倍数である.

(b) a と b の少なくとも一方は 3 の倍数である.

(c) a は 3 の倍数だが b は 3 の倍数でない.

(d) a と b のどちらも 3 の倍数でない.

(e) a と b の一方だけが 3 の倍数である.

(f) a が 3 の倍数ならば b も 3 の倍数である.

2. 任意の命題 p, q, r に対して, 次が成り立つことを示せ.

(a) (結合法則) $(p \vee q) \vee r \iff p \vee (q \vee r)$.

(b) (分配法則) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

3. (ド・モルガンの法則) 任意の命題 p, q に対して, 次が成り立つことを示せ.

$$(a) \neg(p \vee q) \iff \neg p \wedge \neg q.$$

$$(b) \neg(p \wedge q) \iff \neg p \vee \neg q.$$

4. (対偶) 任意の命題 p, q に対して, 次が成り立つことを示せ.

$$(p \Rightarrow q) \iff (\neg q \Rightarrow \neg p).$$

5. (背理法) 任意の命題 p, q に対して, 次が成り立つことを示せ.

$$(p \Rightarrow q) \iff (\neg(p \wedge \neg q)).$$