


LaTeX テンプレート

野本 慶一郎

最終更新: 2025 年 2 月 14 日 23 時 37 分 

目次

1	記号・数式	2
1.1	数学文字	2
1.2	数学作用素	2
1.3	数式	2
2	定理・コメント	3
2.1	定理環境	3
3	図	4
4	アルゴリズム・コード	5
4.1	疑似コード	5
4.2	ソースコード	6

1 記号・数式

1.1 数学文字

黒板文字 (<code>\mathbb</code>)	$\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}, \mathbb{D}, \dots$
筆記体 (<code>\mathcal</code>)	$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \dots$
フラクトゥール (<code>\mathfrak</code>)	$\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}, \dots, \mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{d}, \dots$
花文字 (<code>\mathscr</code>)	$\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C}, \mathscr{D}, \dots$

1.2 数学作用素

MyMathOperators に登録した文字は数学作用素として書くことができる。例えば

$$\mathrm{Ker} f, \mathrm{Hom}(\mathfrak{g}, \mathfrak{h}), \mathrm{Gal}(\overline{K}/K), \mathrm{Spec} A, \mathrm{rank} E(\mathbb{Q}), \mathrm{Sel}^{(\phi)}(E/K)$$

のように使用可能。

1.3 数式

`\align` 環境で数式を書く際には、ラベリングをすることがどうかに関わらず「*」は付けなくてよい。例えば数式

$$\zeta(s) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

は引用していないので、式番号は付いていない。しかし

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz$$

は式 1.3 と引用したので式番号が表示されている。また、括弧は

$$\left(\frac{q}{p}\right), \left\{0, \frac{k}{m}\right\}, \left[\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_{x=a}^b$$

のように簡潔に書くことができる。また、集合は

$$\left\{(a_i) \in \prod A_i \mid f_{ij}(a_j) = a_i\right\}$$

と書くことができる。

2 定理・コメント

2.1 定理環境

定義や命題等は, 以下のようにして記述する:

定義 2.1: 群の定義 [1, 命題 hoge]

空でない集合 G が群であるとは, 写像

$$\phi : G \times G \rightarrow G$$

で以下の三つの条件を満たすものが存在することをいう.

結合法則 $\forall g, h, i \in G, \phi(\phi(g, h), i) = \phi(g, \phi(h, i)).$

単位元の存在 $\exists e \in G \text{ s.t. } \forall g \in G, \phi(g, e) = \phi(e, g) = e.$

逆元の存在 $\forall g \in G, \exists g^{-1} \in G \text{ s.t. } \phi(g, g^{-1}) = \phi(g^{-1}, g) = e.$

$\phi(g, h)$ のことを単に, $g \cdot h$ や gh と書くことがある.

命題 2.2: 単位元の一意性 [1, 命題 hoge]

群 G の単位元 e は一意的に存在する.

Proof. $e, e' \in G$ を単位元とする. 定義 2.1 より

$$\begin{aligned} e &= e \cdot e' \quad (\because e' \text{ は単位元}) \\ &= e' \quad (\because e \text{ は単位元}) \end{aligned}$$

が成り立つ. したがって群の単位元は一意的に存在する. □

注意 2.3: [1, 命題 hoge]

命題 2.2 と同様にして, 逆元の一意性も証明することができる.

3 図

準同型定理の図式は以下のように書ける.

$$\begin{array}{ccc}
 G & \xrightarrow{f} & \text{Im } f \\
 \downarrow \pi & \circlearrowleft & \nearrow \cong \\
 G/\text{Ker } f & &
 \end{array}$$

ファイバー積の普遍性は以下のように書ける.

$$\begin{array}{ccccc}
 T & & & & \\
 \downarrow \exists! u & \searrow t & & & \\
 X \times_{\mathbb{Z}} Y & \xrightarrow{q} & Y & & \\
 \downarrow p & & \downarrow g & & \\
 X & \xrightarrow{f} & Z & &
 \end{array}$$

s (curved arrow from T to X)

4 アルゴリズム・コード

4.1 疑似コード

疑似コード例は以下のように書くことができる。

Algorithm 1 Euclid の互除法

```

1: def Euclid( $a, b$ ) :
2:    $r \leftarrow a \bmod b$ 
3:   while  $r \neq 0$  :                                     ▷  $r = 0$  ならば最大公約数は  $b$ 
4:      $a \leftarrow b$ 
5:      $b \leftarrow r$ 
6:      $r \leftarrow a \bmod b$ 
7:   return  $b$ 

```

高速に冪乗 a^n を計算するアルゴリズムである**繰り返し二乗法**を説明する。簡単のため、非負整数 $n \in \mathbb{Z}$ のサイズは高々 3 ビット、すなわち n は

$$n = n_0 + n_1 2 + n_2 2^2 \quad (n_0, n_1, n_2 \in \{0, 1\})$$

という 2 進展開で表示されたとする。このとき

$$\begin{aligned}
 a^n &= a^{n_0 + n_1 2 + n_2 2^2} \\
 &= a^{n_0} \cdot a^{n_1 2 + n_2 2^2} \\
 &= a^{n_0} \cdot (a^{n_1 + n_2 2})^2 \\
 &= a^{n_0} \cdot (a^{n_1} \cdot (a^{n_2})^2)^2 \\
 &= a^{n_0} \cdot (a^{n_1} \cdot (a^{n_2} \cdot (1)^2)^2)^2
 \end{aligned} \tag{1}$$

が成り立つ。したがってこの場合は二乗算を 3 回、乗算を高々 3 回で計算可能である。^{*1} 式 (1) に従って冪乗 a^n を計算するアルゴリズムが繰り返し二乗法である。

Algorithm 2 繰り返し二乗法

```

1: def pow( $a, n$ ) :
2:    $n = n_0 + n_1 2 + n_2 2^2 + \dots + n_{\ell-1} 2^{\ell-1}$  と表す
3:   val  $\leftarrow 1$ 
4:   for  $i$  in  $\ell - 1, \dots, 0$  :
5:     val  $\leftarrow \text{val} \times \text{val}$ 
6:     if  $n_i == 1$  :
7:       val  $\leftarrow a \times \text{val}$ 
8:   return val

```

^{*1} 一般に、繰り返し二乗法の計算量は $O(\log_2 n)$ である。

4.2 ソースコード

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

参考文献

- [1] 雪江明彦. 代数学 1 群論入門. 日本評論社, 2010.