LaTeX テンプレート

野本 慶一郎

最終更新: 2025 年 2 月 15 日 20 時 56 分

目次

1 記号・数式

1.1 数学文字

黒板文字 (mathbb)	$\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}, \mathbb{D}, \dots$
筆記体 (mathcal)	$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \dots$
フラクトゥール (mathfrak)	$\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}, \dots, \mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{d}, \dots$
花文字 (mathscr)	$\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C}, \mathscr{D}, \dots$

1.2 数学作用素

MyMathOperators に登録した文字は数学作用素として書くことができる．例えば

$$\operatorname{Ker} f,\ \operatorname{Hom}(\mathfrak{g}, \mathfrak{h}),\ \operatorname{Gal}(\overline{K}/K),\ \operatorname{Spec} A,\ \operatorname{rank} E(\mathbb{Q}),\ \operatorname{Sel}^{(\phi)}(E/K)$$

のように使用可能.

1.3 数式

align 環境で数式を書く際には, ラベリングをするかどうかに関わらず「*」は付けなくてよい．例えば数式

$$\zeta(s) \coloneqq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

は引用していないので, 式番号は付いていない．しかし

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz \tag{1}$$

は式 (1) と引用したので式番号が表示されている．また, 括弧は

$$\left(\frac{q}{p}\right),\ \left\{0, \frac{k}{m}\right\},\ \left[\frac{1}{n+1} x^{n+1}\right]_{x=a}^{b}$$

のように簡潔に書くことができる．また, 集合は

$$\left\{ (a_i) \in \prod A_i \,\middle|\, f_{ij}(a_j) = a_i \right\}$$

と書くことができる.

2 定理・コメント

2.1 定理環境

定義や命題等は, 以下のようにして記述する:

定義 2.1: 群の定義 [1, 命題 hoge]

空でない集合 G が**群**であるとは, 写像

$$\phi : G \times G \to G$$

で以下の三つの条件を満たすものが存在することをいう.

結合法則 $^{\forall}g, h, i \in G,\ \phi(\phi(g,h),i) = \phi(g,\phi(h,i))$.
単位元の存在 $^{\exists}e \in G \text{ s.t. } ^{\forall}g \in G,\ \phi(g,e) = \phi(e,g) = e$.
逆元の存在 $^{\forall}g \in G, ^{\exists}g^{-1} \in G \text{ s.t. } \phi(g,g^{-1}) = \phi(g^{-1},g) = e$.

$\phi(g,h)$ のことを単に, $g \cdot h$ や gh と書くことがある.

命題 2.2: 単位元の一意性 [1, 命題 hoge]

群 G の単位元 e は一意的に存在する.

Proof. $e, e' \in G$ を単位元とする. 定義 2.1 より

$$\begin{aligned} e &= e \cdot e' \quad (\because e' \text{は単位元}) \\ &= e' \quad (\because e \text{は単位元}) \end{aligned}$$

が成り立つ. したがって群の単位元は一意的に存在する. □

注意 2.3: [1, 命題 hoge]

命題 2.2 と同様にして, 逆元の一意性も証明することができる.

3 図

準同型定理の図式は以下のようにして書ける.

$$\begin{tikzcd}
G \arrow[r, "f"] \arrow[d, "\pi"'] \arrow[dr, phantom, "\circlearrowright"] & \operatorname{Im} f \\
G/\operatorname{Ker} f \arrow[ur, dashed, "\simeq"'] &
\end{tikzcd}$$

ファイバー積の普遍性は以下のようにして書ける.

$$\begin{tikzcd}
T \arrow[dr, dashed, "{}^{\exists!}u"] \arrow[drr, bend left, "t"] \arrow[ddr, bend right, "s"'] & & \\
& X \times_{\mathbb{Z}} Y \arrow[r, "q"] \arrow[d, "p"'] & Y \arrow[d, "g"] \\
& X \arrow[r, "f"'] & Z
\end{tikzcd}$$

4 アルゴリズム・コード

4.1 擬似コード

擬似コードは, 以下のようにして記述する.

Algorithm 1 Euclid の互除法

def Euclid(a, b) **:**
    $r \leftarrow a \bmod b$
    while $r \neq 0$ **:** ▷ $r = 0$ ならば最大公約数は b
        $a \leftarrow b$
        $b \leftarrow r$
        $r \leftarrow a \bmod b$
    return b

高速に冪乗 a^n を計算するアルゴリズムである繰り返し二乗法を説明する. 簡単のため, 非負整数 $n \in \mathbb{Z}$ のサイズは高々 3 ビットとし,

$$n = n_0 + n_1 2 + n_2 2^2 \quad (n_0, n_1, n_2 \in \{0, 1\})$$

を n の 2 進展開とする. このとき

$$\begin{aligned} a^n &= a^{n_0 + n_1 2 + n_2 2^2} \\ &= a^{n_0} \cdot a^{n_1 2 + n_2 2^2} \\ &= a^{n_0} \cdot \left(a^{n_1 + n_2 2}\right)^2 \\ &= a^{n_0} \cdot \left(a^{n_1} \cdot (a^{n_2})^2\right)^2 \\ &= a^{n_0} \cdot \left(a^{n_1} \cdot \left(a^{n_2} \cdot (1)^2\right)^2\right)^2 \end{aligned}$$

が成り立つ. したがってこの場合, 内側の括弧から計算を始めることで二乗算を 3 回と乗算を高々 3 回で計算可能である. [*1] 一般の非負整数 $n \in \mathbb{Z}$ についても, 同様に冪乗算ができる. これが繰り返し二乗法である.

Algorithm 2 繰り返し二乗法

def pow(a, n) **:**
    $n = n_0 + n_1 2 + n_2 2^2 + \cdots + n_{\ell-1} 2^{\ell-1}$ と表す
    `val` $\leftarrow 1$
    for i **in** $\ell - 1$, ... , 0 **:**
        `val` $\leftarrow$ `val` $\times$ `val`
        if $n_i == 1$ **:**
            `val` $\leftarrow a \times$ `val`
    return `val`

[*1] 一般に, 繰り返し二乗法の計算量は $O(\log_2 n)$ である.

4.2 ソースコード

```
# This is a VS Code style code block
def pow(a, n):
    val = 1
    while n != 0:
        val *= val
        if n & 1 == 1:
            val *= a
        n = n >> 1
    return val
```

参考文献

[1] 雪江明彦. 代数学 1 群論入門. 日本評論社, 2010.