

## 문제1

$n^2$ 이 3의 배수이면  $n$ 은 3의 배수임을 증명하라. ( $n$ 이 자연수 일때)

$n$ 이 3의 배수가 아닐 경우  $n$ 제곱이 3의 배수가 되는지 확인

3의 배수가 아닌 수는 3의 배수에 1을 더하거나 2를 더한 수가 있다. 즉  $3k+1$ ,  $3k+2$ 가 있다.

### [ Case1 ]

<조건>  $n = 3k + 1$

$$n^2 = (3k + 1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$$

$3(3k^2 + 2k)$  는 3의 배수이고  $(3의 배수 + 1)$ 은 3의 배수가 아니므로

3의 배수가 아니다.

### [ Case2]

<조건>  $n = 3k + 2$

$$n^2 = (3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 9k^2 + 12k + 3 + 1 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$$

$3(3k^2 + 4k + 1)$  는 3의 배수이고  $(3의 배수 + 1)$ 은 3의 배수가 아니므로

3의 배수가 아니다.

<결론>

즉  $n$ 이 3의 배수가 아닌경우  $n^2$ 은 3의 배수일 수 없으므로

$n^2$ 이 3의 배수라면  $n$ 은 3의 배수이다.

## 문제2

<조건>

$$T(n) = T(n/2) + 1, T(1) = 1$$

<풀이>

$$T(n) = T(n/2) + 1 = T(n/2^2) + 2 = T(n/2^3) + 3 \dots = T(n/2^k) + k$$

$k = \log n$  일때

$$2^k = n$$

$$n/2^k = 1$$

$$T(n) = T(n/2^k) + k = T(1) + \log n = 1 + \log n$$

<결론>

$$T(n) = \log n + 1$$

$$O(\log n)$$