

实验 1-自由落体测重力加速度

实验目的:

1. 利用匀加速直线运动，参考给出的教材和已有器材，同时根据已有实验原理进行实验。
2. 自行设计实验方案，学会选择、使用、调整实验仪器，学会适当的仪器测量方法，学会分析误差来源，学会使用线性拟合等进行数据分析的方法。

实验原理:

一、理论原理

自由落体运动公式:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

但是这个公式的 t 不容易测准，因此我们采用如下办法：
固定光电门 1 的位置，调整光电门 2 的位置，每次实验时，小球通过光电门 1 的速度应该相同，设之为 v_0 ；通过使用钢卷尺测量光电门 1 和 2 之间的距离和通过 1 和 2 的时间差，根据理论公式，我们得到：

$$h_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2 \quad (2)$$

$$h_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2$$

...

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2}gt_i^2$$

两端同时除以 t_i ，有

$$\bar{v}_1 = \frac{h_1}{t_1} = v_0 + \frac{1}{2}gt_1 \quad (3)$$

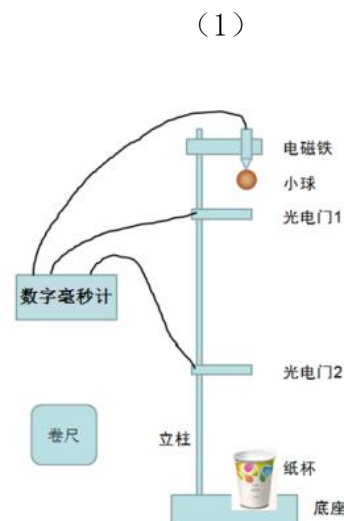
$$\bar{v}_2 = \frac{h_2}{t_2} = v_0 + \frac{1}{2}gt_2$$

...

$$\bar{v}_i = \frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2}gt_i$$

测出系列 h_i 和 t_i ，利用线性拟合即可求出当地的重力加速度 g 。

二、误差分析



实 验 报 告

评分：

少年班学院 系 20 级

学号 *****

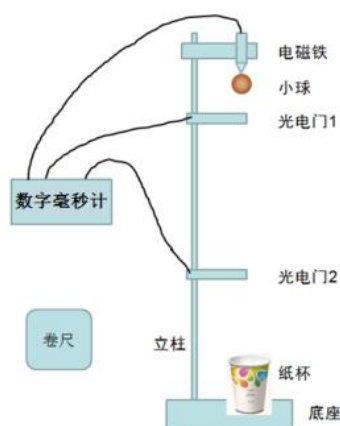
姓名 *****

日期 2021-3-30

实验使用最小二乘法拟合，可以通过线性相关系数 r 等数据反映出线性拟合的好坏。

实验步骤：

1. 检查仪器，调整仪器至平衡，用重锤测量时，垂线能同时通过悬挂点和两个光电门，如图 1.2 所示；
2. 打开仪器，调整光电门的距离，只移动下面的光电门至两个光电门出于合适的间距。利用立柱所标的刻度计算出两个光电门的高度差 Δh ；
3. 使小球吸附并悬挂于电磁铁下方，当小球稳定时通过按计时器的“开始”按键以释放小球，小球坠落，读出此时的计时器的时间差 Δt 后捡起小球。重复此步骤三次。



▲图 1.2 实验装置示意图

4. 将 3、4 步骤重复 6 次，记录数据；
6. 确认实验无误后结束实验操作，整理实验仪器，打乱支架平衡，关闭电源；
7. 使用最小二乘法拟合计算本地重力加速度。

实验器材及参数：

支架、光电门及计时器设备一套、小球一个、重锤一个。

数据记录：

本次实验共使用六组不同的高度差，每组高度差通过三组实验测量时间。每组实验的

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-3-30

数据记录如下:

次数	高度差 $\Delta h/\text{cm}$	时间差 $\Delta t/\text{ms}$				平均速度 $\bar{v}/(\text{m/s})$
		第一次	第二次	第三次	平均	
1	30.0	134.7	134.7	134.6	134.67	2.2277
2	35.0	151.5	151.6	151.5	151.53	2.3097
3	40.0	167.5	167.4	167.5	167.47	2.3885
4	45.0	183.1	182.9	182.8	182.93	2.4599
5	50.0	197.6	197.3	197.4	197.43	2.5325
6	55.0	211.7	211.3	211.6	211.53	2.6001

由 Excel 画图并拟合得:

$$v=4.8410t+1.5761 \quad (4)$$

线性相关系数 $r=0.99997$; v 、 t 单位分别为米/秒和秒。

比较于公式

$$\bar{v}_i = \frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2}gt_i \quad (5)$$

$$\text{可以算得 } g=2 \times 4.8410=9.682\text{m/s} \quad (6)$$

思考题

1. 在实际工作中,为什么利用(1)式很难精确测量重力加速度 g ?

答: 由于一些系统误差的存在,比如仪器释放的过程中磁力并非迅速衰减等的原因,导致的时间误差等,导致用时 t 很难测量精准,因此使用这种方法,测量 t 的误差比较大;同时,由于小球的尺寸、悬挂的位置等的原因,使得小球下落的高度 h 也很难测准。因此该公式很难精确测量重力加速度 g 。

2. 为了提高测量精度,光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取?

答: 光电门 1 大约置于悬挂点下 10cm 处,并在测量过程中保持不动;光电门 2 在光电门 1 下方,距离从 20cm 到 70cm 左右比较合适,应该在这个范围内,多次调节光电门 2 的位置,从而获得多组数据。两个光电门不应该距离太近,否则测出的区间平均速度不够准确;距离太远则会超出立柱允许的范围,同时空气阻

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-3-30

力的影响也会很大。

3. 利用本实验的装置，如何测量小球下落到某个位置的瞬时速度？

答：由公式 3 中：

$$\bar{v}_i = \frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2}gt_i$$

知，本题要求测的 v_0 ，而该式子中，平均速度 \bar{v} 则与 t_i 呈线性关系。因此，类似于本次实验的操作，将光电门 1 固定，移动光电门 2 的位置，每移动一次，记录高度差 h_i 和时间差 t_i ，这样可以得出多组 \bar{v} 和 t_i 的值。利用最小二乘法即可求出其 $\bar{v} = \hat{b}t + \hat{a}$ 中的常数项 a ，此即为其到这个位置的瞬时速度。

如果该位置偏低，则也可以使用固定光电门 2 移动光电门 1 的方法。

4. 利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度 g 的实验方案吗？

答：类似于用单摆测量重力加速度，可以使用光电门测量摆的周期。具体操作：将摆的顶端悬挂后，调整一个光电门的位置使得小球处于最底端时，正好可以遮挡住光电门的光路。释放小球，根据光电门的时间读数可以计算出小球摆动的周期。其他操作同“单摆法测量重力加速度”实验。

误差分析

本实验中，测量结果比较低，与查资料得到的本地重力加速度数据相比，误差超过 1%，经过分析，本实验存在以下问题导致误差存在：

1. 小球存在尺寸，使得光电门的遮光时间差并不够准确；
2. 由于空气阻力的存在，使得下落速度较理想情况更慢，使得时间差更大；
3. 光电门 2 比较低，使得空气阻力对小球下落过程的影响进一步增加；
4. 立柱的长度标仅精确到厘米，存在视差使坐标、高度差读数误差比较大；
5. 小铁球释放时并不稳定，发生摇晃现象，从而影响仪器读数。

实验 1-单摆法测重力加速度

实验目的:

- 1.利用经典单摆公式,参考给出的教材和已有器材,同时根据已有实验原理进行实验。
- 2.自行设计实验方案,学会使用误差均分原理选择实验仪器,学会适当的仪器测量方法,学会分析误差来源,学会使用线性拟合等进行数据分析的方法。

实验原理:

一、理论原理

根据理论计算,单摆的周期公式为:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m} \left(1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16} \right]}$$

其中 l 和 m_0 是单摆摆线的长度和质量, d 、 m 和 ρ 是小球的直径、质量和密度, ρ_0 是空气密度, θ 是摆角。

理想的单摆是一根没有质量和弹性的线下悬挂一个质点小球,在真空中在重力下做没有阻力的、在同一平面上的摆角趋近于 0 的运动。实际上这些条件难以达到。为了提高实验精度,我们要求摆角 θ 在 5° 以内。

在一级近似下,单摆的周期为:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

也就是:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

因此测量得摆长与周期,即可计算出重力加速度。

二、误差分析

通过两边做对数处理,得到:

$$\frac{\Delta g}{g} = 2 \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta l}{l}$$

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-3-30

若要求:

$$\frac{\Delta g}{g} < 1\%$$

根据误差均分原理, 要求

$$2\frac{\Delta T}{T} < 0.5\%, \quad \frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$$

考虑到实际要求, 摆线长应该在 70cm 左右。

摆长包括线长 L 与球的半径 D 。因此其长度约为

$$l = L + \frac{D}{2} \approx 70\text{cm} + \frac{2\text{cm}}{2} = 71\text{cm}$$

因此 Δl 的范围是

$$\Delta l < 0.5\%l \approx 0.5\% \times 71\text{cm} \approx 0.335\text{cm}$$

因此选用米尺测量线长、游标卡尺测量半径即可满足要求。

经过计算, 单次测量时 $\Delta T_{\text{单}}$ 的范围是:

$$\Delta T_{\text{单}} = \Delta_{\text{人}} + \Delta_{\text{表}} \approx 0.01\text{s} + 0.2\text{s} = 0.21\text{s}$$

因此, 要求单次测量的总时间

$$t_{\text{总}} > \frac{2\Delta T_{\text{单}}}{0.5\%} = \frac{2 \times 0.21\text{s}}{0.5\%} = 84\text{s}$$

而单次摆动的周期约为

$$T_{\text{摆}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 2\pi \times \sqrt{\frac{0.7\text{m}}{9.8\text{m/s}^2}} = 1.7\text{s}$$

即 $nT_{\text{摆}} > 84\text{s}$, 将 $T_{\text{摆}} \approx 1.7\text{s}$ 代入, 知一次测量若需达到要求的精度, 需测量 $n=50$ ($nT_{\text{摆}} \approx 85\text{s} > 84\text{s}$) 个周期的时间。

实验步骤

1. 取摆线绳约 70cm 长, 取钢球一个, 钢球应体积较小、质量较大;
2. 使用钢卷尺测量摆绳长度 L , 使用游标卡尺测量小球直径 D , 测量 5 次及以上;
3. 按照讲义附属的图片 (如图 0.1) 摆放实验装置, 调整仪器平衡, 调整平面镜和标尺到合适的位置和方向, 使得标尺与平面镜对正, 标尺中点距离立柱顶端悬挂点约 50cm;

实 验 报 告

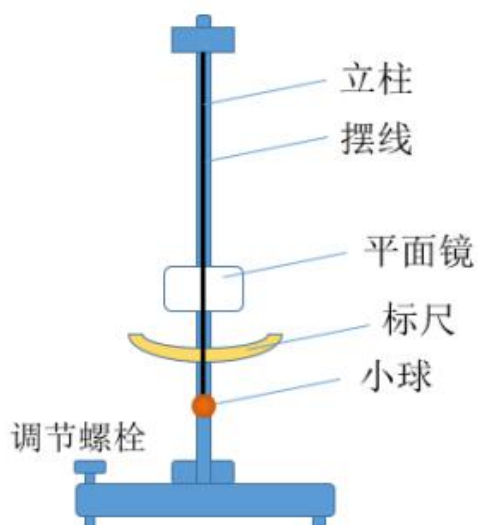
评分：

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-3-30



▲图 0.1 实验装置示意图

- 4.将摆绳一端连挂上小球，摆绳另一端连挂立柱上端悬挂点；
- 5.调整仪器平衡后，将小球摆至一个合适的小角度（ $\theta < 5^\circ$ ），松开，过中线时用电子秒表开始计时，待小球摆动 50 个周期后停止计时。重复以上步骤 6~8 次，记录实验数据；
- 6.确认实验无误后结束实验操作，整理实验仪器，打乱支架平衡和平面镜、标尺的位置及方向；
- 7.使用误差分析的方法计算本地重力加速度。

实验器材及参数：

游标卡尺，钢卷尺，千分尺，电子秒表，支架，细线，钢球。

各实验装置的最大允差：钢卷尺 $\Delta_{尺} \approx 0.2\text{cm}$ ；游标卡尺 $\Delta_{卡} \approx 0.002\text{cm}$ ；千分尺 $\Delta_{千} \approx 0.001\text{cm}$ ；秒表 $\Delta_{秒} \approx 0.01\text{s}$ ；测量人员精度 $\Delta_{人} \approx 0.2\text{s}$ ，也会造成测量误差。

数据记录：

本次实验使用一组单摆摆长，对摆线长 L 、小球直径 D 、摆动 50 次的总时间 $T_{总}$ 三个量，两人进行多次测量，得到若干组数据。

原始数据记录在数据记录纸（实验 0.1）上。

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-3-30

1. 摆线长度 L:

次数	1	2	3	4	5
L/cm	69.05	69.15	69.10	69.14	69.08

2. 小球直径 D:

次数	1	2	3	4	5
D/cm	2.220	2.220	2.216	2.218	2.216

3. 摆动 50 次所需的时间 $T_{\text{总}}$:

次数	1	2	3	4	5	6
$T_{\text{总}}/s$	84.34	84.38	84.31	84.38	84.33	84.35

数据处理:

1. 对摆线长 L (5 组数据) 的处理:

卷尺误差分布为正态分布

$$t_{0.95}=2.57 \quad \Delta_{\text{仪}}=0.2\text{cm} \quad c=3$$

$$u_{A1} = \sqrt{\sum_{i=1}^5 (l_i - \bar{l})^2 / (n(n-1))} = 0.0186$$

由不确定度合成公式得

$$U_{0.951} = \sqrt{(t_{0.95}u_{A1})^2 + (k \frac{\Delta_{\text{仪}}}{c})^2} = 0.141$$

则有

$$L=(69.104 \pm 0.141)\text{cm} \quad P=0.95$$

2. 对小球直径 D (5 组数据) 的处理:

游标卡尺误差分布为均匀分布

$$t_{0.95}=2.57 \quad \Delta_{\text{仪}}=0.001\text{cm} \quad c=\sqrt{3}$$

$$u_{A1} = \sqrt{\sum_{i=1}^5 (l_i - \bar{l})^2 / (n(n-1))} = 0.009$$

由不确定度合成公式得

$$U_{0.951} = \sqrt{(t_{0.95}u_{A1})^2 + (k \frac{\Delta_{\text{仪}}}{c})^2} = 0.002$$

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-3-30

则有

$$D=(2.218\pm0.002)\text{cm} \quad P=0.95$$

3. 对用时 $T_{\text{总}}$ (6 组数据) 的处理:

电子秒表误差分布为正态分布

$$t_{0.95}=2.57 \quad \Delta_{\text{仪}}=0.01\text{s} \quad c=3$$

$$u_{Al} = \sqrt{\sum_{i=1}^5 (l_i - \bar{l})^2 / (n(n-1))} = 0.0114$$

由不确定度合成公式得

$$U_{0.95l} = \sqrt{(t_{0.95}u_{Al})^2 + (k \frac{\Delta_{\text{仪}}}{c})^2} = 0.013$$

则有

$$T_{\text{总}}=(84.35\pm0.01)\text{s} \quad P=0.95$$

实验数据处理总结如下:

项目	平均数 \bar{x}	标准差 σ	$t_p u_A$	B 类 u_B	$k_p u_B$	合成 u
L/cm	69.104	0.0416	0.0517	0.0666	0.1094	0.141
D/cm	2.218	0.0020	0.0020	0.0005	0.0009	0.002
$T_{\text{总}}/\text{s}$	84.35	0.028	0.032	0.066	0.129	0.013

数据计算:

由以上处理知, 摆长长度为

$$l = L + \frac{D}{2} = (70.21 \pm 0.07)\text{cm} \quad P=0.95$$

摆动周期为

$$T = \frac{T_{\text{总}}}{50} = (1.687 \pm 0.002)\text{s} \quad P=0.95$$

因此计算得到的重力加速度为

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 9.74\text{m/s}^2$$

其中

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta T}{T}\right)^2} = 2.6 \times 10^{-3}$$

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-3-30

因此

$$\Delta g = 0.03 \text{ m/s}^2$$

即：测量结果为：

$$g = (9.74 \pm 0.03) \text{ m/s}^2 \quad P = 0.95$$

思考题与误差分析：

由上述计算值，结果偏小。经分析原因如下：

1. 测量绳长时忽略小球上面的凸起，且未使绳与卷尺面紧贴，导致摆长较短；
2. 测量时间时，由于反应速度慢，使得时间结束晚，存在误差。

改进方法：

1. 测量时间改进。使用光电门计时，将光电门置于小修平衡点，从而使得计时更精确。
2. 选取合适的器材。使用质量小、线密度小而比较细的线，配合质量较大而体积小的小球，可以使得测量误差更小。
3. 增加重复试验次数，改变不同的摆长进行实验。