

实验 3-测量金属丝的杨氏模量

实验目的

- 1.理解杨氏模量的物理意义及定义。
- 2.理解光杠杆的放大原理。
- 3.初步了解杨氏模量实验仪实验装置的工作原理。

实验原理

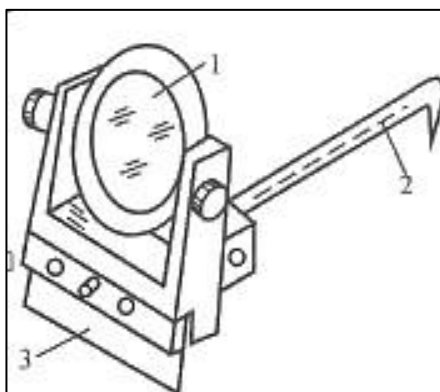
在材料弹性限度内，应力 F/S （即法向力与材料横截面积之比）和应变 $\Delta L/L$ （即长度的相对延长量）之比是一个常数，即

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} \quad (1)$$

为常数。这个数值叫做杨氏模量。

如果采用常规、直接的方法，由于金属丝杨氏模量大，施加常规大小的应力时，产生的 ΔL 很小，不易被测量。因此需要对 ΔL 采用放大的方法，比如光杠杆放大法。

光杠杆是一个带有可旋转的平面镜的支架，平面镜的镜面与三个足尖决定的平面垂直，其后足即杠杆的支脚与被测物接触，结构图如下图 3.1 所示：



▲图 3.1 光杠杆示意图

设光杠杆部位 2 的长度为 l 。当光杠杆的两个前脚固定后，后脚如果绕前脚转动一个极小的距离 ΔL ，那么光杠杆将整体转动，转动的角度为

$$\theta = \frac{\Delta L}{l} \quad (2)$$

如果一束光入射到平面镜上，因为平面镜转动的角度为 θ ，因此其反射光转动的角度为

实 验 报 告

评分:

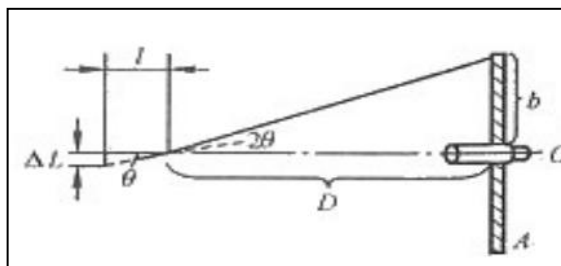
少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-4-25

2θ ，如图 3.2 所示：



▲图 3.2 光杠杆原理示意图

在离光杠杆距离为 D 的地方放置一个标尺。如果光杠杆转动的角度很小，那么入射光光源在标尺上的距离为

$$x = b = 2\theta D = \frac{2D\Delta L}{l} \quad (3)$$

由于 d 很大而 l 较小，因此 x 较大。如果使用一个望远镜对标尺刻度 x 进行读数，那么可以看到比较精确的读数。

本实验中，通过对金属丝的直径的测量获得面积：

$$S = \frac{1}{4}\pi d^2 \quad (4)$$

通过增减一些重量相同的砝码（设添加了 n 个）改变施加的力 F 的大小：

$$\Delta F = Mg = nmg \quad (5)$$

那么带入公式②知

$$E = \frac{8DLmg}{\pi d^2 l} \cdot \frac{\Delta n}{\Delta x} \quad (6)$$

如果测量了 D 、 L 、 m 、 d 、 l 等，参考 $g=9.8\text{m/s}^2$ ，那么只需要几组标尺读数 x 与砝码个数 n 的数据，对此进行线性拟合求出其斜率，就可以算出杨氏模量 E 。

实验器材

杨氏模量实验仪器一套（金属丝，支架，砝码盘，砝码，标尺，望远镜）

实验步骤

一、调节仪器

1.调整光杠杆，拧紧螺丝，使后脚底部与三个脚构成的平面垂直；调整平面镜与该

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-4-25

平面垂直。

2.调节支架使中央平台水平。使用水平仪在不同方向测量水平性，使其最终水平。

3.轻拉金属丝，发现金属丝发现弹性形变。

4.将光杠杆放在已调节水平的中央平台上，使其前脚卡在平台的卡槽里，后脚卡在固定金属丝的机构的卡槽里，此时光杠杆水平。

5.调节镜尺组。调整望远镜目镜，使分划板上的十字刻线呈现清晰的像；粗调望远镜的位置、高度和方向，使得望远镜上端的两个标志物与光杠杆平面镜上方顶点共线；调整望远镜物镜，使光杠杆的平面镜轮廓在视野中呈现清晰的像；将望远镜对准平面镜中央。

6.调整标尺的位置、高度与方向，使得标尺出现在视野中；调整望远镜目镜使标尺呈现清晰的像；调整标尺与望远镜位置与方向，使得标尺的合适的刻度在分划板十字交叉点呈现清晰、稳定、合适的像。

二、测量

1.测量光杠杆的长度 1.取下光杠杆，将其三个脚在一张白纸上按压出三个点，作图，取其后脚到两个前脚的连线的距离作为光杠杆的长度。重复三次，得到三组数据。将光杠杆复位。

2.用钢卷尺测量金属丝的初始长度 L ，即固定金属丝的两个夹子的距离；用卷尺测量光杠杆的平面镜到标尺的距离 D 。两个数据分别测试三组数据。

3.使用螺旋测微器测量金属丝的直径。记下螺旋测微器的初始读数，取金属丝的三个不同的位置，分别测量其直径，用直接测量的读数减去初始读数即为金属丝直径。

4.砝码质量。砝码质量可以由上面的标注直接得出。

5.标尺的读数 x 。初始状态时，砝码盘里没有砝码，待读数稳定时记下此时十字分划板的横线在标尺上的读数。然后逐级添加砝码，每增加一个砝码，在稳定后记录一次横线的读数；当加满 7 个砝码后逐级减去砝码至完全减去，同样记下读数。取相同砝码数时，两次记录的读数的平均值作为此时的伸长量。

三、整理器材，结束实验。

数据记录

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-4-25

原始数据记录在数据记录纸上。以下为实验数据:

1. 光杠杆的长度 l

次数	1	2	3
l/cm	7.10	7.08	7.07

2. 金属丝的初始长度 L

次数	1	2	3
L/cm	104.98	105.02	105.00

3. 标尺与平面镜距离 D

次数	1	2	3
D/cm	141.96	142.04	142.00

4. 金属丝的直径 d , 螺旋测微器的初始读数 $d_0 = -0.004\text{mm}$

次数	1	2	3
读数	0.286	0.290	0.291
d/mm	0.290	0.294	0.295

5. 标尺的读数

每个砝码的质量为 $m = 500\text{g}$; 各次读数与均值如下表:

砝码个数 n		0	1	2	3	4	5	6	7
读数 /mm	去程	-1.00	0.84	2.10	3.63	5.20	6.64	8.20	9.54
	回程	-0.94	0.90	2.18	3.81	5.32	6.70	8.28	9.70
\bar{x}/mm		-0.97	0.87	2.14	3.72	5.26	6.67	8.24	9.62

数据处理

1. 光杠杆的长度 l

$$\text{平均值: } \bar{l} = \frac{\sum l_i}{3} = 7.083\text{cm}$$

$$\text{标准差: } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (l_i - \bar{l})^2}{3-1}} = 0.015\text{cm}$$

$$\text{A 类不确定度: } u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} = 0.009\text{cm}$$

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-4-25

B 类不确定度: $u_B = \Delta_B / C = 0.0033cm$

合成展伸不确定度为 $U_{0.997} = \sqrt{(t_p u_A)^2 + u_B^2} = 0.08cm$

即 $l = (7.08 \pm 0.08)cm (P = 0.997)$

2.金属丝的初始长度 L

平均值: $\bar{L} = \frac{\sum L_i}{3} = 105.00cm$

标准差: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (L_i - \bar{L})^2}{3-1}} = 0.020cm$

A 类不确定度: $u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} = 0.012cm$

B 类不确定度: $u_B = \Delta_B / C = 0.040cm$

合成展伸不确定度为 $U_{0.997} = \sqrt{(t_p u_A)^2 + u_B^2} = 0.15cm$

即 $L = (105.00 \pm 0.15)cm (P = 0.997)$

3.平面镜与标尺距离 D

平均值: $\bar{D} = \frac{\sum D_i}{3} = 142.00cm$

标准差: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (D_i - \bar{D})^2}{3-1}} = 0.040cm$

A 类不确定度: $u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} = 0.023cm$

B 类不确定度: $u_B = \Delta_B / C = 0.0033cm$

合成展伸不确定度为 $U_{0.997} = \sqrt{(t_p u_A)^2 + u_B^2} = 0.23cm$

即 $D = (142.00 \pm 0.23)cm (P = 0.997)$

4.金属丝的直径 d

平均值: $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{3} = 0.293mm$

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-4-25

$$\text{标准差: } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{3-1}} = 0.0026 \text{ mm}$$

$$\text{A 类不确定度: } u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} = 0.0015 \text{ mm}$$

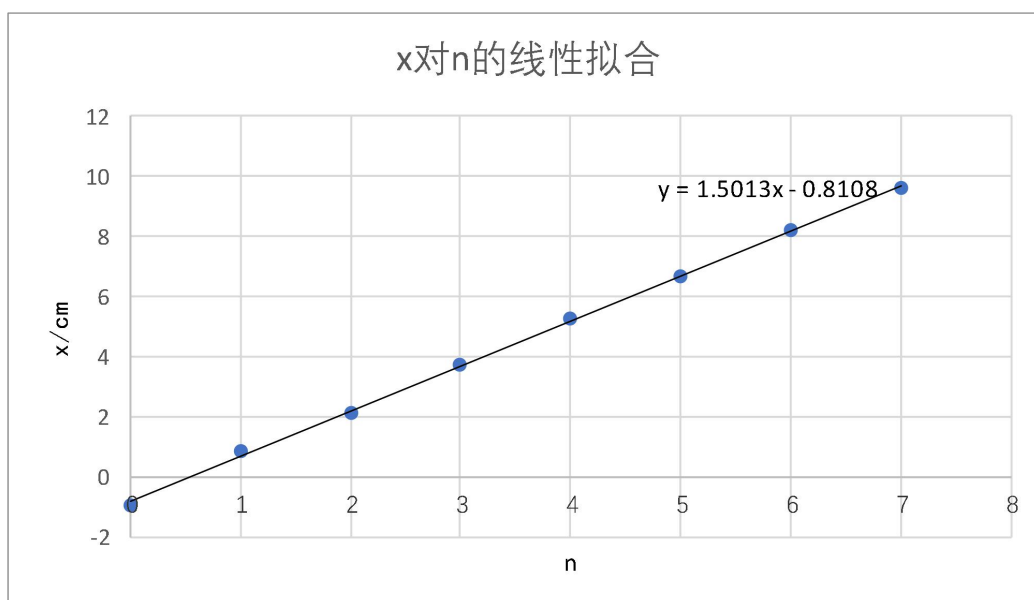
$$\text{B 类不确定度: } u_B = \Delta_B / C = 0.0013 \text{ cm}$$

$$\text{合成展伸不确定度为 } U_{0.997} = \sqrt{(t_p u_A)^2 + u_B^2} = 0.015 \text{ mm}$$

$$\text{即 } d = (0.293 \pm 0.015) \text{ mm} (P = 0.997)$$

5. n 与 x 的线性拟合

x 对 n 进行线性拟合如下图 3.3:



▲图 3.3 x 对 n 的线性拟合

斜率 $a = 1.5013$, 线性相关系数 $r = 0.9996$, 因此斜率的展伸不确定度为

$$U_a = \sqrt{\frac{r^{-2} - 1}{8-2}} a t_p = 0.05$$

$$\text{因此 } a = (1.50 \pm 0.05) \text{ cm} (P = 0.997)$$

将以上计算的结果带入公式⑥中:

$$E = \frac{8DLmg}{\pi d^2 l} \cdot \frac{\Delta n}{\Delta x} = \frac{8DLmg}{\pi d^2 l a} = 2.04 \times 10^{11} \text{ N/m}^2 = 2.04 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$\text{由于 } \frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2} = 0.09$$

实 验 报 告

评分:

少年班学院 系 20 级

学号 *****

姓名 *****

日期 2021-4-25

带入知 $\Delta E = 0.09E = 0.18 \times 10^{11} Pa$

因此, 该金属的杨氏模量大小为

$$E = (2.04 \pm 0.18) \times 10^{11} Pa (P = 0.997)$$

此即为实验所需要得到的杨氏模量。

思考题

1. 利用光杠杆把测微小长度 ΔL 变成测 b , 光杠杆的放大率为 $2D/L$, 根据此式能否以增加 D 减小 L 来提高放大率, 这样做有无好处? 有无限度? 应怎样考虑这个问题?

答: 作用不大, 应该合理地提高 D , 不建议缩小 L 。

①理论上来讲, 当 D 增加、 L 减小时, 然放大率确实可以增加, 但实际上, 放大率增加导致的副作用明显。

②本实验中, 放大率以及足够, 因此 b 的测量误差并不大。虽然 b 随之增加, 但是由于本实验误差本身就比较大, 在本实验情况下, b 已经不是主要误差。过分追求放大 b 对于实验精度贡献小。当 L 较小时, 可能引发偏转角 θ 过大, 从而引入新的误差 $\tan\theta - \theta$ 。

③同时, D 的增大, 加长了实验者往返加减砝码的时间, 不利于实验的快速进行, 且 D 更难以测量; L 的减小容易使得其相对误差较大, 使实验误差大。另外, D 的增大, 使标尺的像难以被找到, 同时也会减弱像的稳定性, 增加实验复杂度。

④当放大率大时, 很有可能使操作过程中标尺读数变化过大, 从而超出量程, 因此不得不重新实验, 或者换用更长的标尺, 操作复杂。

因此, 实验中应保持合适的 D 与 L , 从而提升精度、简化步骤。

2. 实验中, 各个长度量用不同的仪器来测量是怎样考虑的, 为什么?

答: 主要从被测物和仪器的特性以及误差均分原理考虑。对于被测物来说, 其大致长度决定了仪器需要的量程; 实际情况则限制了测量方法, 进而限制了仪器的种类。由误差均分原理得到, 对于不同的被测物, 其需要的绝对误差不同。因此对于仪器的精度要求不同。

综合考虑以上几点, 可以选择合适的仪器, 提升实验精度, 提升实验效率。

实验小结

这个实验的数据处理比较麻烦, 从测量所得结果和误差分析结果来看, 实验是比较成功的, 在一定误差范围内测得了钢丝的杨氏模量。