

平成 26 年 2 月 7 日

## 平成 25 年度 応用物理 II (電磁気学)

### 後期期末試験

- 計算では用いる公式, 計算式, 途中の考え方など分かりやすく示すこと. 答えのみの場合は減点となる場合がある.
- 単位が必要な場合は, 必ず単位をつけること.
- 数値計算の結果は有効数字 2 桁で答えよ. また円周率は  $\pi = 3.14$  として計算せよ.

電卓使用不可

問題 1 次の文中の ( ) に適切な語句, 数式, 数値を記入しなさい。

1. 互いに近接した十分に長くまっすぐな 2 本の導線に電流が流れると, これらの導線間には互いの (1) に反比例し, 互いの (2) の積に比例する力が働く。この場合, 2 本の導線に流れる電流は, 互いに平行な場合と反平行な場合の 2 通りがあるが, (3) な場合に働く力は引力であり, (4) な場合に働く力は斥力である。

このことは, 1 本の導線の周りに (5) が生じ, その (5) を通してもう 1 本の導線が力を受けていると見ることもできる。その場合, 直線電流のつくる (5) は電流の強さに (6) し, (5) の向きと電流の向きの関係は右ねじの法則 (規則) によって与えられる。

2. 定常電流が存在すると, その周りには磁場 (静磁場) が生じる。磁場の様子を図示したものが磁力線であり, 磁力線は始点・終点の存在しない (7) として描かれる。このことは, 電荷が存在するのに対して, (8) が存在しないことを表している。

3. 荷電粒子に働く電磁気力を (9) という。磁場  $B$  の中, 電荷  $q$  を持つ荷電粒子が速度  $v$  で運動する場合にその荷電粒子に働く力はベクトル積 (外積) を利用して,  $F =$  (10) となる。また, 磁場  $B$  の中で電流  $I$  の流れる長さ  $L$  の導線 (磁場と導線のなす角を  $\theta$  とする) に働く力の大きさは (11) と書ける。

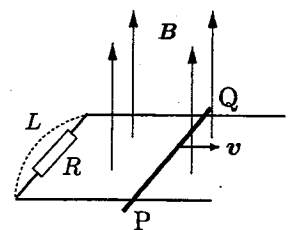
4. コイルを貫く (12) の変化がコイルの中に誘導起電力を発生させる現象を (13) という。このとき生じる誘導起電力を  $V_i$ , コイルを貫く (12) を  $\Phi_B$  とすると  $V_i =$  (14) と表される。

5. 閉回路を流れる電流  $I$  が時間変化するとき, 閉回路にはこの変化を妨げる向きに自己誘導による誘導起電力  $V_i = -L \frac{dI}{dt}$  が生じる。ここで比例係数  $L$  は自己インダクタンスと呼ばれる。なお, 誘導起電力は電流の変化を妨げる向きに生じるので  $L$  は常に (15) である。

問題 2 次の問に答えなさい。

1.  $0.01\text{T}$  の一様な磁場の中で面積  $25\text{cm}^2$  のコイルを毎秒 100 回転させたときに生じる誘導起電力の振幅はいくらか。回転軸は磁場に垂直とする。

2. 導体棒  $PQ$  を一定の速度  $v$  で動かす。このとき回路に単位時間あたりに生じる電流の大きさと向き (導体棒上の  $P \rightarrow Q$  もしくは  $Q \rightarrow P$  で答えよ) を求めよ。  $R = 1.0\Omega$ ,  $B = 0.5\text{T}$ ,  $L = 2.0\text{m}$ ,  $v = 1.0\text{m/s}$  とする。



3. 既知の角周波数  $\omega$  で振動している磁場の強さを測定するためにさぐりコイルの面を磁場に垂直に置く．コイルの断面積を  $A$ ，巻き数を  $N$  としたとき，コイルの両端の電圧が  $V_0 \sin \omega t$  であった．このときの磁場を求めよ．
4.  $10^{-3} \text{ T}$  の磁場に垂直な面内にて，電子（電荷  $-e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，質量  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ）が速さ  $v = 10^6 \text{ m/s}$  の等速円運動している．このときの円軌道の半径と周期を求めよ．

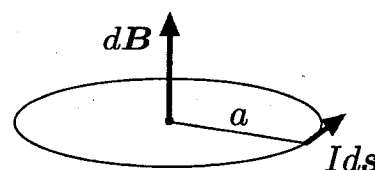
**問題 3** 長さ  $d$ ，断面積  $A$ ，単位長さあたりの導線の巻き数が  $n$  で，電流  $I$  が流れているソレノイドを考えよう．ソレノイドは真空中にあり，真空の透磁率を  $\mu_0$  とする．なお，ソレノイドの長さ  $d$  は十分長く，計算では簡単のため無限に長いと考えてよい．以下の仮定のもと，次の問いに答えよ．

仮定 1：磁場は中心軸に平行で，中心軸上での磁場の強さは  $B = \mu_0 n I$ ．

仮定 2：対称性よりソレノイド周りに生じる磁場は軸対称である．

1. アンペールの法則を用いて，ソレノイドの内部と外部の磁場を求めよ．
2. 自己インダクタンス  $L$  を求めよ．
3. コイルに蓄えられるエネルギーは， $U = \frac{1}{2} L I^2$  と与えられる．このとき， $B$  を用いてソレノイド内部に蓄えられた磁場のエネルギーを表せ．

**問題 4** 半径  $a$  の円形状の回路に定常電流  $I$  が流れるとき，ビオ-サバールの法則を用いて，円の中心に生じる磁場  $B$  の大きさを求めよ．



学科 ( 丁 ) 学籍番号

問題 1 (30 点)

(1) 距離	(2) 電流の大きさ	(3) 平行	(4) 反平行	(5) 磁場
(6) 比例	(7) 閉曲線	(8) モノポール	(9) ローレンツ力	(10) $q\vec{v} \times \vec{B}$ $qvB \sin \theta$
(11) $IBL \sin \theta$	(12) 磁束	(13) 電磁誘導	(14) $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$	(15) 正

問題 2 (35 点)

1.  $\omega BA = 2\pi \times 25 \times 10^{-4} \times 0.01 \times 100$

$$= 50\pi \times 10^{-4}$$

$$= 50 \times 3.14 \times 10^{-4}$$

$$= 157 \times 10^{-4}$$

$$= 1.57 \times 10^{-2}$$

$$= 1.6 \times 10^{-2}$$

答

$1.6 \times 10^{-2} \text{ V}$

2.  $V_i = -\omega BL$

$$I = \frac{V_i}{R} = \frac{-\omega BL}{R} = \frac{-1.0 \times 0.5 \times 2.0}{1.0}$$

$$= -1.0$$

答

$1.0 \text{ A}, Q \rightarrow P$

3.  $V_0 \sin \omega t = \omega AB$

$$B = \frac{V_0 \sin \omega t}{\omega A}$$

$$\frac{dB}{dt} = -\frac{V_0}{NA} \sin \omega t$$

$$B = -\frac{V_0}{NA\omega} \cos \omega t$$

$$B = \frac{V_0 \sin \omega t}{\omega A}$$

答

$\omega A$

4.  $r = \frac{mv}{qB} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-3}}$

$$= \frac{9.1 \times 10^{-25}}{1.6 \times 10^{-22}}$$

$$= 5.68 \times 10^{-3} = 5.7 \times 10^{-3}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2 \times 3.14 \times 9.1 \times 10^{-31}}{1.6 \times 10^{-22}}$$

$$= \frac{57.1 \times 10^{-31}}{1.6 \times 10^{-22}} = 35.68 \times 10^{-9}$$

半径  $5.7 \times 10^{-3} \text{ m}$ , 周期  $3.6 \times 10^{-8} \text{ s}$

m

s

(1)

(1)

問題 3 (20 点)

20

$$1. \oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 n I \times l - B_{\text{内}} \times l = 0$$

$$B_{\text{内}} = \mu_0 n I$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 n I \times l - B_{\text{外}} \times l = \mu_0 n I$$

$$B_{\text{外}} = 0$$

答 内側  $\mu_0 n I$  , 外側 0

$$2. \Phi_B = L I$$

$$L = \frac{n d \times \Phi_B}{I} = \frac{n d \times \mu_0 n I \times A}{I} = \mu_0 n^2 A d$$

答  $\mu_0 n^2 A d$  [H]

$$3. U = \frac{B^2}{2\mu_0} A d = \frac{\mu_0 n^2 I^2}{2\mu_0} A d = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 A d I^2$$

$$= \frac{1}{2} L I^2$$

$$A d B^2 = 2\mu_0 U$$

$$B^2 = \frac{2\mu_0 U}{A d}$$

$$B = \sqrt{\frac{2\mu_0 U}{A d}} = \sqrt{\frac{L I^2 \mu_0}{A d}}$$

$$\cancel{nd\Phi_B = LI}$$

$$\cancel{\Phi_B = BA \times \mu_0 n I A}$$

$$\cancel{LI}$$

答  $B = \sqrt{\frac{\mu_0 L I^2}{A d}} \quad U = \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 A d) \times I^2$

問題 4 (15 点)

12

$$\oint_C d\mathbf{B} \sin \theta \times a d\phi$$

$$= \frac{1}{2\mu_0} (\mu_0 n I)^2 A d$$

$$= \frac{1}{2\mu_0} B^2 (A d)$$

$$= \oint_C \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{I d s \sin \theta}{r^2} \times \frac{a}{r} \times a d\phi$$

$$= \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \times \frac{1}{(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \times 2\pi a$$

$$= \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$z = 0$$

$$\frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

答

12