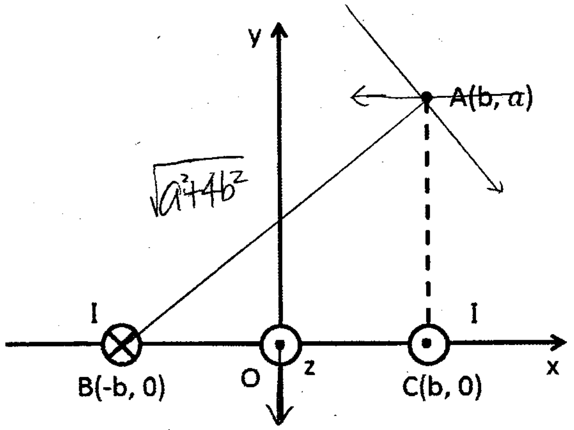
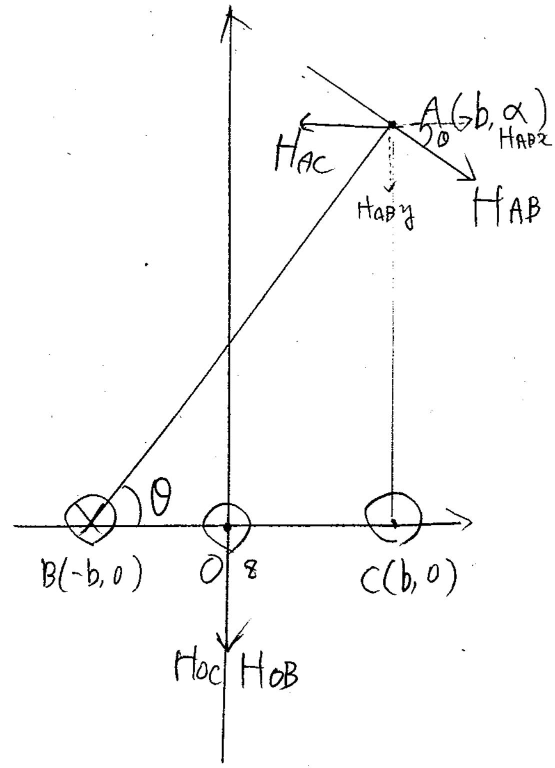
理工学演習　前期期末試験　　2013.09.17　13：10～14：10

学籍番号 [redacted]

問題 1

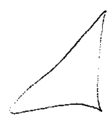
図のように x 軸，y 軸，紙面の裏から表に z 軸をとる．無限に長い 2 本の平行導線 B，C が z 軸に平行に固定されており，その x−y 平面上での座標は(－b, 0)，(b, 0)である．また図の A 点の座標は(b, a)である．B，C 各導体には I の電流がそれぞれ z 軸の負方向，正方向に流れている．導体の存在により磁界は乱されないものとして，以下の問いに答えよ．





（1）導体 B の電流による O 点での磁界の x 成分 H_{OBx} および y 成分 H_{OBy} を求めよ．

（2）導体 B と導体 C の電流による O 点での磁界の x 成分 H_{Ox} および y 成分 H_{Oy} を求めよ．



（3）導体 B の電流による A 点での磁界の x 成分 H_{ABx} および y 成分 H_{ABy} を求めよ．

$\sin(90° - \theta)$ 30

（4）導体 B と導体 C の電流による ~~O~~ A 点での磁界の x 成分 H_{Ax} および y 成分 H_{Ay} を求めよ．

$\cos\theta$

A点、B点の距離は三平方の定理より、

$$\sqrt{a^2+(2b^2)} = \sqrt{a^2+4b^2}$$ となる。

(1) 導体Bの電流によるO点での磁界の大きさをH_{OB}とする。

$$|H_{OB}| = \frac{I}{2\pi \times b} = \frac{I}{2\pi b}$$

H_{OB}のx成分、y成分をそれぞれH_{OBx}, H_{OBy}とする。

右ねじの法則より、H_{OB}はy軸上の負の方向にできるため、

$$|H_{OBx}| = 0$$

$$|H_{OBy}| = |H_{OB}| = \frac{I}{2\pi b}$$

$$\therefore H_{OBx} = 0 \quad H_{OBy} = -\frac{I}{2\pi b}$$

$$\sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+4b^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{2b}{\sqrt{a^2+4b^2}}$$

$$|H_{AB}| = \frac{I}{2\pi\sqrt{a^2+4b^2}}$$

(2) 導体Cの電流によるO点での磁界をH_{OC}とし、それに対するx成分、y成分をそれぞれH_{OCx}, H_{OCy}とする。
右ねじの法則より、H_{OC}はy軸上の負の方向にできるため、

$$|H_{OCx}| = 0$$

$$|H_{OCy}| = |H_{OC}| = \frac{I}{2\pi b}$$

$$\therefore H_{OCx} = 0 \quad H_{\alpha y} = -\frac{I}{2\pi b}$$

(1)より、

$$H_{Ox} = H_{OBx} + H_{OCx} = 0$$

$$H_{Oy} = H_{OBy} + H_{OCy} = -\frac{I}{\pi b}$$

−3

~~−5~~

(3) 導体Bの電流によるA点での磁界の大きさをH_{AB}とし、x成分、y成分をそれぞれH_{ABx}, H_{ABy}とする。

$$|H_{AB}| = \frac{I}{2\pi\sqrt{a^2+4b^2}}$$

点A、点Bを結ぶ直線とx軸とのなす角度をθとする。

$$|H_{ABx}| = |H_{AB}|\cos\theta = \frac{I\cos\theta}{2\pi\sqrt{a^2+4b}}$$

$$|H_{ABy}| = |H_{AB}|\sin(90^\circ-\theta) = \frac{I\sin(90^\circ-}{2\pi\sqrt{a^2+4}} = \frac{I\cos\theta}{2\pi\sqrt{a^2+4}}$$

$$\therefore H_{ABx} = \frac{I\cos\theta}{2\pi\sqrt{a^2+4b^2}}$$

$$H_{ABy} = -\frac{I\cos\theta}{2\pi\sqrt{a^2+4b^2}}$$

−3

(4) 導体Cの電流によるA点での磁界をH_{AC}とし、それに対するx成分、y成分をそれぞれH_{ACx}, H_{ACy}とすると

$$|H_{AC}| = \frac{I}{2\pi \times a} = \frac{I}{2\pi a}$$

$$|H_{ACx}| = |H_{AC}| = \frac{I}{2\pi a}$$

H_{AC}はx軸と平行にできるため

$$|H_{ACy}| = 0$$

$$\therefore H_{ACx} = -\frac{I}{2\pi a},\ H_{ACy} = 0$$

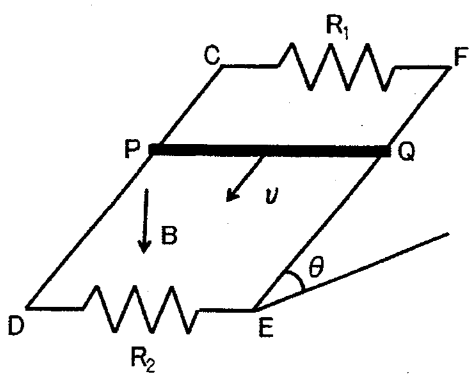
(3)より、

$$H_{Ax} = H_{ABx} + H_{ACx} = \frac{I\sqrt{a^2+4b^2} + Ia\cos}{2\pi a\sqrt{a^2+4b^2}} = \frac{I(\sqrt{a^2+4b^2} + a\cos}{2\pi a\sqrt{a^2+4b^2}}$$

$$H_{Ay} = H_{ABy} + H_{ACy} = \frac{I\cos\theta}{}$$

問題2

磁束密度の大きさが B である一様な磁界が鉛直下方にかかっている空間に，図のように一部に抵抗 R_1 および R_2 を含む導体で作られた長方形が，水平面から角度 θ をなすように固定されている．これに沿って質量 m の導体棒 PQ を CF（DE）と平行に保つようになめらかに運動させる．CF の長さは L とし，CD（FE）は十分に長いものとする．重力加速度の大きさを g とし，電流による磁束密度の変化は無視できるとして，以下の問いに答えよ．



導体棒 PQ が CD に沿って下向きに速さ v で運動している．

（1）このとき導体棒に生じる誘導起電力の大きさを求めよ．

（2）抵抗 R_1 および抵抗 R_2 を流れる電流の大きさと向きをそれぞれ求めよ．

（3）導体棒 PQ を流れる電流の大きさを求めよ．

（4）上記の場合に，導体棒 PQ の CD に沿った運動方程式を立て，加速度の大きさを求めよ．

導体棒 PQ は次第に速さを増し，一定の速さ v_f となった．

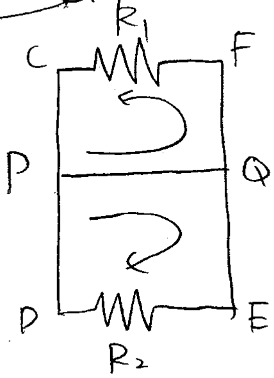
（5）速さ v_f を求めよ．

（6）この状態での単位時間あたりに重力がする仕事と，単位時間あたりに発生するジュール熱を求め，これらが一致することを示せ．

(1) 誘導起電力Vは導体棒PQが単位時間あたりに横切る磁束の数と等しいので、

$V = -LBv\cos\theta$

(2) フレミング右手の法則より、
電流はPからQの方向へ流れる。



抵抗R_1, R_2に流れる電流をそれぞれI_1, I_2とすると

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{LBv\cos\theta}{R_1}$$

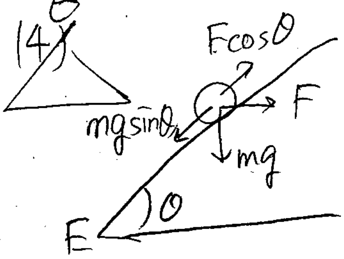
$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{LBv\cos\theta}{R_2}$$

(3) 導体棒PQを流れる電流をIとすると、

$$I = I_1 + I_2 = \frac{(R_1+R_2)\,LBv\cos\theta}{R_1R_2}$$

−6

(4)



導体棒PQが転がる際に
磁界を横切るため、ローレンツ力Fが発生する。

$$F = LIB = \frac{(R_1+R_2)L^2B^2v\cos\theta}{R_1R_2}$$

$$F = m\alpha = \frac{(R_1+R_2)L^2B^2v\cos\theta}{R_1R_2}$$

$$m\alpha = mg\sin\theta - LIB\cos\theta$$

$$\alpha = g\sin\theta - \frac{(R_1+R_2)(BL\cos\theta)^2v}{mR_1R_2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{(R_1+R_2)L^2B^2v\cos\theta}{mR_1R_2}$$

−4

(5) 一定の速さで落下していることから、
重力とローレンツ力が等しいということが分かる。

$\alpha = 0$

$$mg = \frac{-(R_1+R_2)L^2B^2v\cos\theta}{R_1R_2}$$

$$v_f = -\frac{R_1R_2mg}{(R_1+R_2)L^2B^2\cos\theta}$$

$$\therefore v_f = \frac{R_1R_2mg}{(R_1+R_2)L^2B^2\cos\theta}$$

$$\therefore 0 = g\sin\theta - \frac{(R_1+R_2)(BL\cos\theta)}{mR_1R_2}$$

$$v_f = \frac{R_1R_2mg\sin\theta}{(R_1+R_2)(BL\cos\theta)^2}$$

(6) 導体棒が単位時間あたりに
重力方向へ移動する距離は

$v_f\sin\theta$

重力がする仕事Wとすると

$$W = mgv_f\sin\theta = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\left(\frac{mg}{BL}\tan\right.$$

単位時間あたりに発生するジュール熱は
抵抗での消費電力Pに等しい。

$$P = I_1V + I_2V$$

$$= \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\left(\frac{mg}{BL}\tan\theta\right)^2$$

WとPは等しくなる。