統　計　学

後　期　中　間　試　験

(J4)

正　　　解

平成25年11月25日（月）14：25〜15：25　実施

問題 1　袋の中に同じ大きさの赤玉 3 個と青玉 2 個が入っている．この袋の中から玉を 1 個取り出し，元の袋へ戻す（復元抽出する）．この試行を 4 回繰り返すとき，次の確率を求めよ．　（計 20 点）

(1) 4 回とも赤玉を取り出す確率　(5 点)

[解]　1 回の試行で赤玉を取り出す確率は $\frac{3}{5}$ だから，求める確率は

$$\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{81}{625} = \boxed{0.1296}$$

(2) 赤玉を 3 回，青玉を 1 回取り出す確率　(5 点)

[解]　赤玉を 3 回，青玉を 1 回取り出す場合の数は ${}_4C_3$ だから，求める確率は

$${}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4\cdot 3\cdot 2}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{27}{125}\cdot\frac{2}{5} = \frac{216}{625} = \boxed{0.3456}$$

(3) 赤玉を 2 回，青玉を 2 回取り出す確率　(5 点)

[解]　赤玉を 2 回，青玉を 2 回取り出す場合の数は ${}_4C_2$ だから，求める確率は

$${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\cdot\frac{9}{25}\cdot\frac{4}{25} = \frac{216}{625} = \boxed{0.3456}$$

(4) 赤玉を少なくとも 1 回は取り出す確率　(5 点)

[解]　青玉を 4 回取り出す確率は

$$\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}$$

だから，求める確率は

$$1 - \frac{16}{625} = \frac{609}{625} = \boxed{0.9744}$$

問題 2　K 高専のある選択科目の受講生のうち，A 学科の学生は 55%, B 学科の学生は 45% である．また，両学科の男子学生の占める割合は A 学科が 55%，B 学科が 80% である．このとき，次の確率を求めよ．ただし，答は小数第 3 位までとする．　(計 10 点)

(1) この科目の授業中に，ある学生を指したとき，その学生が B 学科の男子学生である確率　(5 点)

[解]　B 学科の学生である事象を A_2，男子学生である事象を B とすると

$$P(A_2) = \frac{45}{100} = 0.45,\ P_{A_2}(B) = \frac{80}{100} = 0.8$$

確率の乗法定理より，求める確率は

$$P(A_2 \cap B) = P(A_2)P_{A_2}(B) = \frac{45}{100} \times \frac{80}{100} = \frac{9}{25} = \boxed{0.36}$$

(2) この科目の授業中に，ある男子学生を指したとき，その男子学生が B 学科である確率 (5 点)

[解]　A 学科の学生である事象を A_1 とすると，A 学科の男子学生である確率は

$$P(A_1 \cap B) = P(A_1)P_{A_1}(B) = \frac{55}{100} \times \frac{55}{100} = \frac{121}{400} = 0.3025$$

ベイズの定理より，求める確率は

$$P_B(A_2) = \frac{P(A_2 \cap B)}{P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B)} = \frac{\frac{9}{25}}{\frac{121}{400} + \frac{9}{25}} = \frac{144}{265} = 0.5433\cdots \fallingdotseq \boxed{0.543}$$

問題 3　以下のデータは，あるクラス 40 名の統計学の試験の成績（点）である．このとき，次の各問いに答えよ．ただし，答は小数第 3 位までとする．　(計 30 点)

94	98	63	55	76	62	84	74	72	72
40	72	80	89	47	57	62	50	55	63
68	91	75	99	50	69	83	75	95	67
59	78	79	54	55	53	75	68	43	45

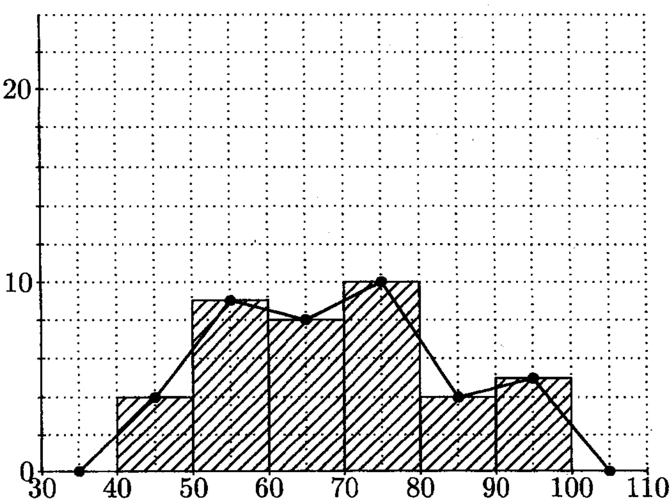
(1) 以下の度数分布表および累積度数分布表を完成せよ．　(10 点)

[解]

階級	度数	相対度数
40 以上 50 未満	4	0.100
50〜60	9	0.225
60〜70	8	0.200
70〜80	10	0.250
80〜90	4	0.100
90〜100	5	0.125
計	40	1.000

階級値	累積度数	累積相対度数
45	4	0.100
55	13	0.325
65	21	0.525
75	31	0.775
85	35	0.875
95	40	1.000

問題 3 (2) ヒストグラムと度数折れ線をつくれ. (10 点)



(3) 階級値を用いて，数学の試験の成績の平均を求めよ．また，中央値と最頻値も求めよ．

(5 点)

[解] 平均は

$$\overline{x} = \frac{1}{40}(45 \times 4 + 55 \times 9 + 65 \times 8 + 75 \times 10 + 85 \times 4 + 95 \times 5) = \frac{2760}{40} = \boxed{69}$$

成績が小さい順に並べたとき，第 20 番目と第 21 番目の値はそれぞれ 68, 69 だから

中央値は $\dfrac{68 + 69}{2} = \boxed{68.5}$

度数分布表より，最頻値は $\boxed{75}$

(4) 階級値を用いて，数学の試験の成績の分散と標準偏差を求めよ． (5 点)

[解] x^2 の平均は

$$\overline{x^2} = \frac{1}{40}(45^2 \times 4 + 55^2 \times 5 + 65^2 \times 9 + 75^2 \times 10 + 85^2 \times 4 + 95^2 \times 5) = \frac{199400}{40} = 4985$$

だから，分散 v_x と標準偏差 s_x は

$$v_x = \overline{x^2} - \overline{x}^2 = 4985 - 69^2 = \boxed{224}$$

$$s_x = \sqrt{v_x} = \sqrt{224} = 14.966 \cdots \fallingdotseq \boxed{14.97}$$

問題4 10名の学生の数学と物理学の成績（点）は次の表のようであった．数学の点数をx点，物理学の点数をy点とするとき，次の問いに答えよ．ただし，答は小数第2位までとする．（計40点）

学生	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
数学	68	42	78	80	55	30	77	63	82	79
物理学	75	50	62	92	70	40	65	70	79	72

(1) xとyの平均$\overline{x}, \overline{y}$を求めよ．また，$x^2$，$y^2$および$xy$の平均$\overline{x^2}, \overline{y^2}, \overline{xy}$も求めよ．（15点）

[解]

$$\overline{x} = \frac{1}{10}(68+42+78+80+55+30+77+63+82+79) = \boxed{65.4}$$
$$\overline{y} = \frac{1}{10}(75+50+62+92+70+40+65+70+79+72) = \boxed{67.5}$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{10}(68^2+42^2+78^2+80^2+55^2+30^2+77^2+63^2+82^2+79^2) = \boxed{4566}$$
$$\overline{y^2} = \frac{1}{10}(75^2+50^2+62^2+92^2+70^2+40^2+65^2+70^2+79^2+72^2) = \boxed{4748.3}$$
$$\overline{xy} = \frac{1}{10}(68\times75+42\times50+78\times62+80\times92+55\times70+30\times40+77\times65+63\times70$$
$$+82\times79+79\times72) = \boxed{4602.7}$$

(2) xとyの分散v_x, v_y，標準偏差s_x, s_yおよび共分散s_{xy}を求め，xとyの相関係数rを求めよ．（15点）

[解]

$$v_x = \overline{x^2} - \overline{x}^2 = 4566 - 65.4^2 = \boxed{288.84}$$
$$v_y = \overline{y^2} - \overline{y}^2 = 4748.3 - 67.5^2 = \boxed{198.05}$$

$$s_x = \sqrt{v_x} = \sqrt{288.84} = 16.995\cdots \fallingdotseq \boxed{17.00}$$
$$s_y = \sqrt{v_y} = \sqrt{198.05} = 13.858\cdots \fallingdotseq \boxed{13.86}$$

$$s_{xy} = \overline{xy} - \overline{x}\cdot\overline{y} = 4602.7 - 65.4\times67.5 = \boxed{188.2}$$
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{188.2}{17.00\times13.86} = -0.798\cdots \fallingdotseq \boxed{0.80}$$

統計学　前期中間試験　予想問題

問題 1　1から30までの数字が1つずつ書かれた30枚のカードがある．この中から1枚取り出すとき，次の確率を求めよ．　（計20点）

(1) 書いてある数が3の倍数である確率　（5点）

(2) 書いてある数が5の倍数である確率　（5点）

(3) 書いてある数字が3の倍数かまたは5の倍数である確率　（5点）

(4) 書いたある数字が3の倍数でも5の倍数でもない確率　（5点）

問題 2　ある工場で2種類の機械 M_1, M_2 を使って同じ製品をつくっている．M_1 と M_2 によるこの製品の生産の割合は70%と30%であり，不良品の出る確率はそれぞれ2%と3%である．このとき，次の確率を求めよ．ただし，答は小数第3位までとする．　（計10点）

(1) 1つの製品が M_2 でつくられた不良品である確率　（5点）

(2) 1つの製品が不良品であるとわかったとき，それが M_2 でつくられた製品である確率　（5点）

問題 3　ある銀行では毎年春に行員の健康診断で血液検査を行っている．以下のデータは，ある年のある支店40人のコレステロールの値である．このとき，次の各問いに答えよ．ただし，答は小数第3位までとする．　（計30点）

115	181	330	142	184	187	150	160	109	221
145	143	201	275	117	220	82	155	174	132
205	105	147	155	125	130	112	164	198	124
129	132	149	151	250	157	176	121	98	221

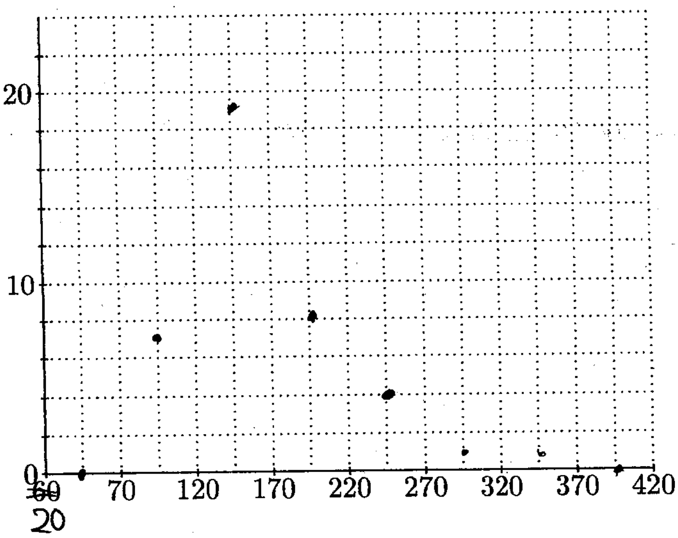
(1) 以下の度数分布表および累積度数分布表を完成せよ．　（10点）

[解]

階級	度数	相対度数
70以上120未満	7	0.175
120～170	19	0.475
170～220	8	0.2
220～270	4	0.1
270～320	1	0.025
320～370	1	0.025
計	40	1.00

階級値	累積度数	累積相対度数
95	7	0.175
145	26	0.650
195	34	0.850
245	38	0.950
295	39	0.975
345	40	1.000

問題 3 (2) ヒストグラムと度数折れ線をつくれ.　(10 点)



(3) 階級値を用いて，コレステロール値の平均を求めよ．また，中央値と最頻値も求めよ．

(5 点)

(4) 階級値を用いて，コレステロール値の分散と標準偏差を求めよ．　(5 点)

問題 4　10 名の学生の数学と国語の成績（単位は点）は次の表のようであった．数学の成績を x，国語の成績を y とするとき，次の各問いに答えよ．ただし，答は小数第 2 位までとする．（計 40 点）

学生	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
数学	81	78	82	90	94	65	89	92	75	80
国語	72	80	75	70	55	88	60	70	85	78

(1) x と y の平均 $\overline{x}, \overline{y}$ を求めよ．また，x^2，y^2 および xy の平均 $\overline{x^2}, \overline{y^2}, \overline{xy}$ も求めよ．　(15 点)

(2) x と y の分散 v_x, v_y，標準偏差 s_x, s_y および共分散 s_{xy} を求め，x と y の相関係数 r を求めよ．

(15 点)

(3) y の x への回帰直線を求めよ．また，数学の成績が 100 点の学生の国語の成績を推定せよ．ただし，推定点は整数とする．　(5 点)

(4) x の y への回帰直線を求めよ．また，国語の成績が 50 点の学生の数学の成績を推定せよ．ただし，推定点は整数とする．　(5 点)

統計学　前期中間試験　予想問題　正解

問題 1(1) $\frac{1}{3}$　　(2) $\frac{1}{5}$　　(3) $\frac{7}{15}$　　(4) $\frac{8}{15}$

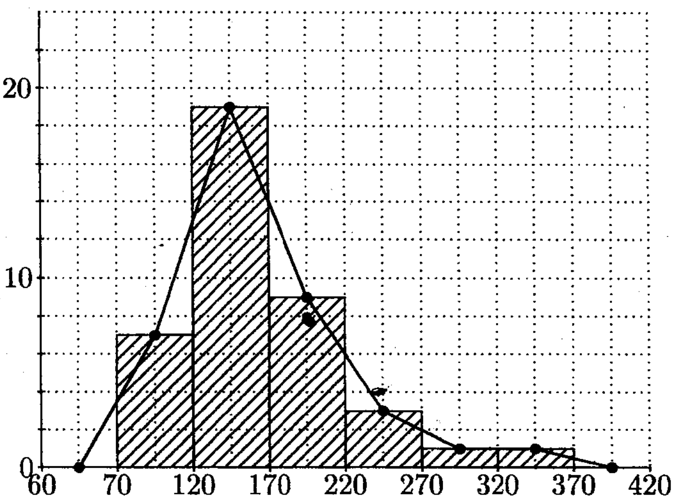
問題 2(1) 0.009　　(2) 0.391

問題 3　(1)

階級	度数	相対度数
70 以上 120 未満	7	0.175
120〜170	19	0.475
170〜220	~~9~~ 8	~~0.225~~ 0.200
220〜270	~~3~~ 4	~~0.075~~ 0.100
270〜320	1	0.025
320〜370	1	0.025
計	40	1.000

	階級値	累積度数	累積相対度数
7	95	7	0.175
19	145	26	0.650
8	195	~~35~~ 34	~~0.875~~ 0.850
4	245	38	0.950
1	295	39	0.975
1	345	40	1.000

(2)



(3) ~~145~~ 165　中央値 150.5　最頻値 145　　(4) 分散 ~~2744.988~~ 3100，標準偏差 ~~52.393~~ 55.678

問題 4　(1) $\overline{x} = 82.6$, $\overline{y} = 73.3$, $\overline{x^2} = 6894$, $\overline{y^2} = 5468.7$, $\overline{xy} = 5980.7$

(2) $v_x = 71.24$, $v_y = 95.81$, $s_x = 8.44$, $s_y = 9.79$, $s_{xy} = -73.87$, $r = -0.89$

(3) y の x への回帰直線 $y = -1.04x + 158.96$，国語の推定点 55 点

(4) x の y への回帰直線 $x = -0.77y + 139.42$，数学の推定点 101 点

$$y - \overline{y} = \frac{Sxy}{Sx^2}(x - \overline{x})$$

$$x - \overline{x} = \frac{Sxy}{Sy^2}(y - \overline{y})$$

$$Sxy = \overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y} \qquad r = \frac{Sxy}{SxSy}$$