制御工学　25 年度前期期末試験問題

2013/ 9/ 24

制御工学担当　渡邉

【注意】解答は解答欄に書くこと．途中経過は加点対象になる場合がある．図や説明は内容の正確さに加えて，分量も採点基準とする．解答欄が足りなければ裏面等に記載してよいが，その旨を明示すること．

1. システムを示す微分方程式・差分方程式に対してラプラス変換や Z 変換を用いると求解が容易になるが，システム解析の立場においてこれらの変換を行う最も大きな意味は何か答えよ．【10】

入出力の関係を簡単な積で表し、伝達関数を求めること。

多入力 多出力が同時に扱える。

それは状態方程式

2. 状態方程式と伝達関数の関係に関して以下の問いに答えよ．【20】

(1)．システムの状態方程式が以下で示されるとき，システムの伝達関数を，一般式を利用して求めよ

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}u$$

$$y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}\mathbf{x}$$

$s^2+s-6+4$

$X(s) = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} X(s) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} U(s)$

$Y(s) = (2\ 1) X(s)$

$G(s) = C(sI-A)^{-1}B$

$G(s) = (2\ 1)\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{s^2+s-2}\begin{pmatrix} s+3 & 4 \\ 1 & s-2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2s+7 \\ s+6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ \ \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} s+3 & 4 \\ 1 & s-2 \end{pmatrix}(2\ 1)\begin{pmatrix} s-2 & -4 \\ -1 & s+3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$(2\ 1)\begin{pmatrix} s+3 & \\ 1 & \end{pmatrix}$

$\frac{2s+6+1}{8+s-2}$

$$G(s) = \frac{2s+7}{s^2+s-\cancel{2}} \quad \frac{2s+7}{s^2+s-10}$$

7

(2)．システムの伝達関数が下記のように表されるとき，システムの状態方程式を求めよ．ただし，状態変数 $\mathbf{x} = [x \quad \dot{x}]^T$ とする

$$G(s) = \frac{2s+5}{3s^2+4s-1}$$

$G(s) = \dfrac{\frac{2}{3}s+\frac{5}{3}}{s^2+\frac{4}{3}s-\frac{1}{3}}$

$a_0 = -\frac{1}{3}$　$a_1 = \frac{4}{3}$

$b_0 = \frac{5}{3}$　$b_1 = \frac{2}{3}$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ +\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f$$

$$Y = \underline{\begin{bmatrix} \frac{5}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}} X \ ? \quad \left(\frac{5}{3}\ \frac{2}{3}\right)\cancel{X}$$

5

3. 次に示す状態方程式で表されるシステムを対角化したい．【20】

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

(1)．行列 $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ の固有値 λ を求めよ

$(-1-\lambda)(-2-\lambda)$

$$\begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 \\ 0 & -2-\lambda \end{bmatrix}$$

$(\lambda+2)(\lambda+1)$

$$\lambda = -1,\ -2$$

$2+3\lambda+\lambda^2+0$

学籍番号 [redacted]

(2). (1)の固有値に対応する固有ベクトルを求め，正則行列 T を求めよ

$\boxed{\lambda=-1}$ $\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & -1\end{bmatrix}$

$\boxed{\lambda=-2}$ $\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}$

$\begin{pmatrix}0 & 1\\0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

$\begin{cases}x_2=0\\-x_2=0\end{cases}$ $C_1\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ 3

$x_1+x_2=0$ $C_2\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

$$\boxed{T=\begin{pmatrix}\boxed{\begin{matrix}0\\0\end{matrix}} & \begin{matrix}1\\-1\end{matrix}\end{pmatrix}}$$

正則でない $\begin{pmatrix}1 & 0\\-1 & 1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & -1\end{pmatrix}$

(3). T を用いて $\mathbf{x}=T\mathbf{z}$ として状態方程式・出力方程式を対角化した結果を求めよ．解答の状態変数は $\mathbf{z}$ となることに注意せよ．

$\dot{z}=TAT^{-1}z+TBu$

$y=CT$

$(T^{-1}AT)=\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & -2\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}0 & 1\\0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ $\begin{matrix}-2\\2\end{matrix}$ $(2\ 0)\begin{pmatrix}0 & 1\\0 & -1\end{pmatrix}$

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{z}&=\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & -2\end{pmatrix}z+\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\\2\end{pmatrix}u\\ y&=\begin{pmatrix}0 & 2\end{pmatrix}z\end{aligned}}$$

$(2\ \ 2)z$

5

−7

4. 問3のシステムは安定かそれとも不安定かを答え，その理由を一行で答えよ【10】

安定性： 安定	理由：状態方程式の行列の固有値に正の実部が含まれていないため

5. 次に示す状態方程式で表されるシステムの可制御性と可観測性を判定し，解答欄の適切な方を丸で囲め．【20】

$$\dot{\mathbf{x}}=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\0 & 3 & -1\\0 & 0 & -2\end{pmatrix}\mathbf{x}+\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}u$$

$$y=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\end{pmatrix}\mathbf{x}$$

$(1\ 1\ 0)\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\0 & 9 & 1\\0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\0 & -1 & 1\\1 & -2 & 2\end{pmatrix}$

−9

$(B\ \ AB\ \ A^2B)$ $\begin{pmatrix}C\\CA\\CA^2\end{pmatrix}$

可制御（ である でない ）	可観測（ である でない ）

6. システムの制御において，「状態」の概念を用いる意味を，数学的・物理的な側面（数式的表現への影響や計算の容易さなど）と工学的な側面（制御特性の解析や多入力多出力への適用性など）の双方から検討せよ．【20】

- 状態が分かることで，制御特性の解析ができる。
- 出力結果の状態をみて，入力の波形を変え，求めている結果に近づくことができる。
- 複雑な式を簡略化し，素早く答えを求めることができる。
- ラプラス変換 z変換を用いることで入出力結果が求めやすくなる。
- 複雑な制御を行うことができる。

15

どういうこと？

−5