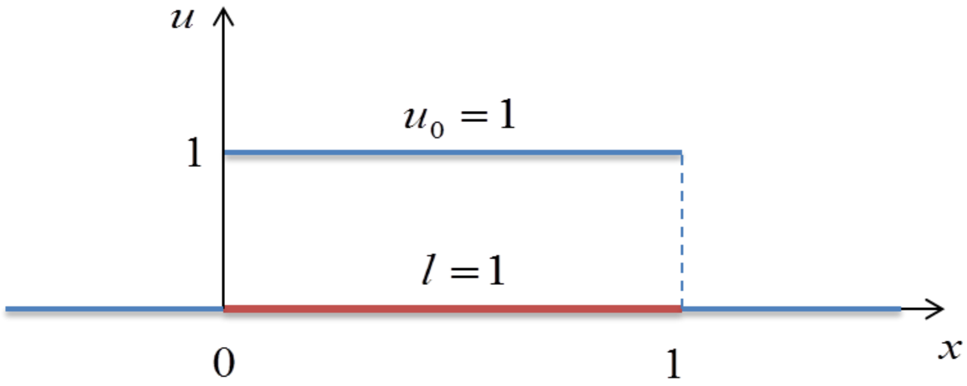
Задача №2

(Решение одномерного однородного уравнения теплопроводности)

Постановка задачи.



Стержень длиной $l = 1$ в момент времени $t_0 = 0$ имеет температуру $u_0 = 1$. Температура окружающей среды поддерживается равной 0.

Начальное условие: $u(x, 0) = u_0$.

Граничное условие: $u(0, t) = u(l, t) = 0$.

Необходимо решить одномерное однородное уравнение теплопроводности вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

разностная аппроксимация которого имеет вид

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} = k\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{h^2} \qquad (1)$$

Задание:

1) Получить распределение температуры вдоль стержня на момент времени *T = 0,1*, используя следующие параметры: *k = 1, h = 0,02; dt = 0,0002* (см. примечание 1). Вывести на экран значения температуры в 11-ти (включая краевые) точках, т.е. на концах малых отрезков длиной 0,1. Эти значения температуры должны быть получены несколькими процессами.

2) Сравнить с точным решением (решаемым в этой же программе):

$$u(x,t)=\frac{4u_0}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{exp\left(-k\pi^2(2m+1)^2\frac{t}{l^2}\right)}{2m+1}\sin\left(\frac{\pi(2m+1)x}{l}\right)$$

3) Построить на одной координатной плоскости 3 графика зависимости ускорения *S* от количества процессов *p,* где *p = 1,2,3,…,8-12* для количества точек равного 2000, 10 000, 50 000 (см. примечание 2). Сделать выводы.

4) Подумать, каким образом следует организовать пересылку сообщений между процессами посредством блокирующих функций приема/передачи, чтобы суммарное время передачи в конце каждого шага по времени было *O(1)* (а не *O(p)*). Реализовать оба варианта.

Примечания:

1) Шаг по времени должен удовлетворять условию Куранта.

2) Начала графиков должны лежать практически на прямой. Должно выполняться условие Куранта. Для обеспечения разумности времени счета можно уменьшить конечное время T (скажем, T может быть равным 10^{-4}).