

Домашнее 1

На первом семинаре упоминалось, что прежде чем решать задачу, нужно определиться, с каким вероятностным пространством мы работаем. При оформлении этого домашнего задания строго выписывать вероятностное пространство не требуется. Тем не менее, это будет хорошим упражнением (можете проделать его, не оформляя).

1. (№29) В самолете n мест. Есть n пассажиров, выстроившихся друг за другом в очередь. Во главе очереди – “заяц”. У всех, кроме “зайца”, есть билет, на котором указан номер посадочного места. Так как “заяц” входит первым, он случайным образом занимает некоторое место. Каждый следующий пассажир, входящий в салон самолета, действует по такому принципу: если его место свободно, то садится на него, если занято, то занимает с равной вероятностью любое свободное. Найдите вероятность того, что последний пассажир сядет на свое место.
2. На окружность случайно и независимо друг от друга бросаются n точек. Найдите вероятность того, что они принадлежат одной полуокружности.
3. (Одно из неравенств Бонферрони) Имеется вероятностное пространство $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ и $\{A_i\}_{i=1}^n \subset \mathcal{F}$. Докажите, что

$$\mathbb{P}\{\bigcup_{i=1}^n A_i\} \leq \sum_{i=1}^n \mathbb{P}\{A_i\}$$