Задача 1

При составлении правил учитываем, что длина слова - четное число и в каждой цепочке правил (1,2,3,4) нарушаем какое-либо свойство слов вычитаемого множества:

S=S, $T = \{a, b\}, N = \{A, B, S, \epsilon\}$
$P = \{S \to S_1|S_2|S_3|S_4,$
$S_1 \to \epsilon,$
$S_2 \to bbS_2|aaA|abA|baA,$
$A \to aaA|abA|baA|bbA|\epsilon,$
$S_3 \to aaS_3|\epsilon,$
$S_4 \to aaS_4|S_2\}$

1)пустое слово четной длины
2)слова (здесь и дальше, слова четной длины), начинающиеся с некоторого числа b, за коими следует $(a, b)^*$, содержащее хотя бы один литерал a.
3)слова только из a
4)слова из нескольких a, затем нескольких b, затем $(a, b)^*$, содержащее хотя бы один литерал a.

Задача 2

Пронумеруем правила:
$S \to aSBC|aBC \quad (1)$
$, CB \to BC, \quad (2)$
$aB \to ab, \quad (3)$
$bB \to bb, \quad (4)$
$bC \to bc, \quad (5)$
$cC \to cc \quad (6)$

Заметим, что в правилах пара cB не преобразуется в терминальные символы, поэтому всякая цепочка, в которой три первые заглавных сивола после строчных это CBC,не будет окончательно преобразована в терминальные символы, а значит, не попадет в язык. Т.е. чтобы получить слово из языка, необходимо все литералы B повторением формулы 2 "переместить"после литералов a и до всех C.

Для преобразования строки $a^k(BC)^k$ к виду из терминальных символов необходимо повторить операции (1) и (2), которые и будем доказывать.

(1) Докажем индукцией по числу букв a(т.е. и по числу пар BC), что последовательность $a^k(BC)^k$ может быть приведена к виду $a^kB^kC^k$.

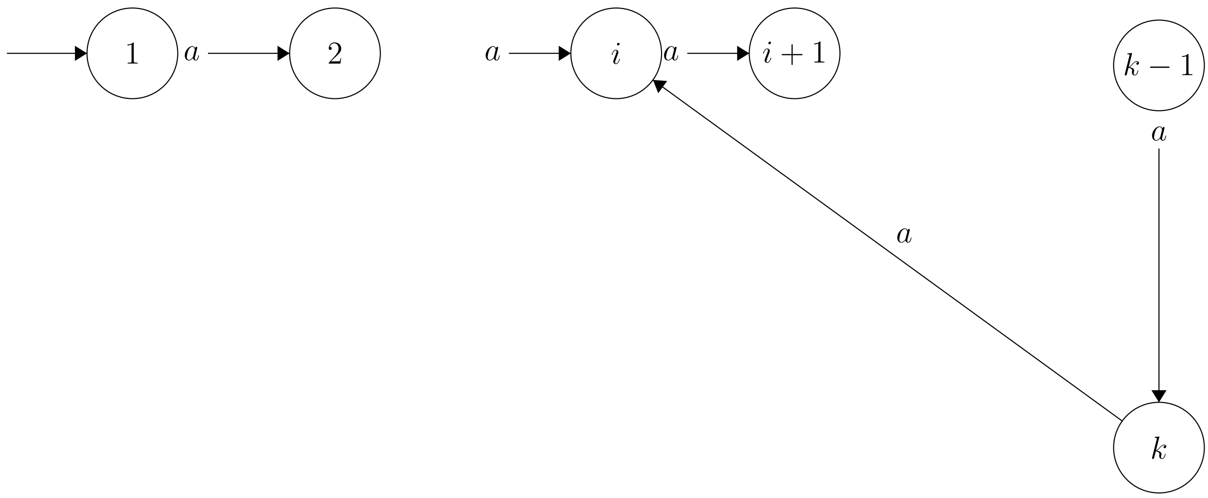
1)При k=1 получаем {aBC} - выполнено
2)Пусть это выполнено для k = n-1, $a^{n-1}(BC)^{n-1}$->$a^{n-1}B^{n-1}C^{n-1}$
3)Тогда при k=n $a^n(BC)^n = aa^{n-1}(BC)^{n-1}BC = aa^{n-1}B^{n-1}C^{n-1}BC = a^nB^nC^n$ после применения к цепочке CB n-1 раз формулу 2

После получения вида $a^nB^nC^n$ аналогично, доказывается, что последовательность $a^nB^nC^n$ может быть приведена к виду $a^nb^nc^n$, причем, в третьем пункте доказательства применим последовательность формул 4, 5, 6

Задача 3

Покажем, что нет ДКА, принимающего указанный язык. Из этого последует, что он нерегулярен.
Пусть такой ДКА есть. Т.к. в ДКА конечное число состояний k и |D(q, x)|≤1 для x = a|b и $\forall q \in Q$, то из k-ого состояния автомат перейдет в какое-то уже посещенное состояние i, а из него в i+1. Из этого состояния необходимо идти уже по ребру b в область автомата(т.е. подграф), принимающий $b^(k+1)$. Но если здесь есть ребро b, тогда такой автомат примет и слово $a^ib^(k+1)$, что невозможно, т.к. такое слово не принадлежит языку, распознаваемому автоматом. Значит, такого ребра нет и автомат остановится в неконечном состоянии i+1, т.е. слово принято не будет. Это противоречит тому, что слово принадлежит языку автомата. Значит, такого ДКА нет и указанный язык нерегулярен.

(указаны ребра и состояния по которым идем)



Задача 4

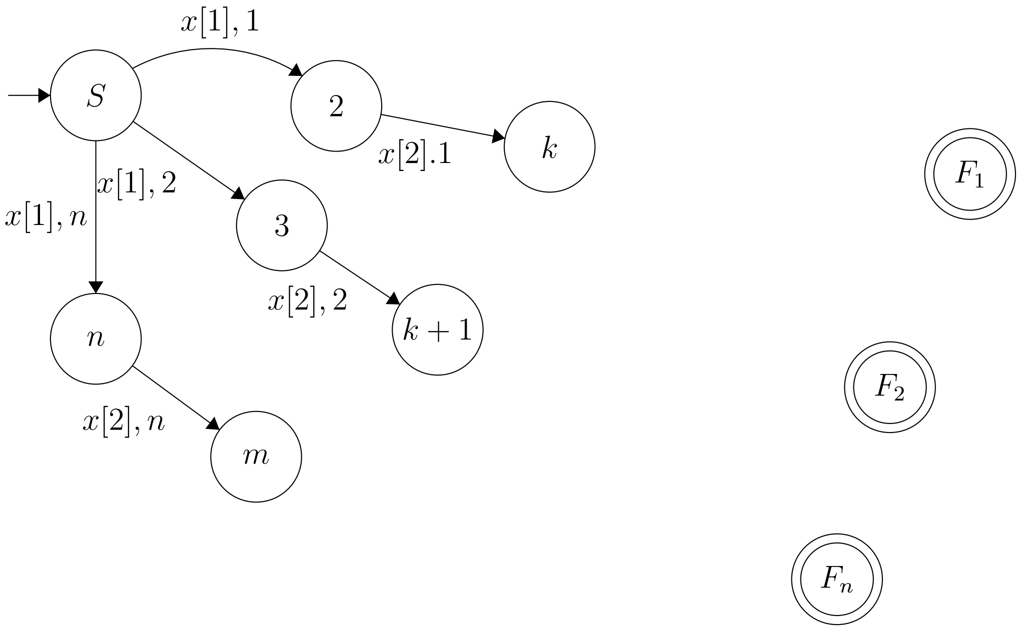
Построим НКА, принимающий язык L'. Чтобы слово yx $\in L'$ принималось нашим НКА, необходимо изменить исходный ДКА так, чтобы первые два литерала теперь не считывались вначале, а считывались в конце. Для этого:
1) скопируем все цепочки ребер длины 2, исходящие из стартового состония ДКА(два первых ребра и вершина меж ними) и удалим их (вершину стартового состония ДКА удаляем).
2)Вершины, которые были на расстоянии 2 ребер от начальной в ДКА (а теперь остались концевыми) сделаем стартовыми в НКА.
3)Добавим новую вершину t и от всех конечных вершин ДКА (их было хотя бы одно) проведем ребра с пустым словом в эту вершину t, а из нее проведем все скопированные в п.1 пары последовательных ребер.
4) В конец каждой пары из этих ребер (п.3) добавим по вершине (удаленной на 2 ребра от начала в ДКА)точно с тем же состоянием, что было изначально в ДКА и сделаем их конечными.

Теперь первые два литерала слов из L будут считаны вконце. Осталось только с помощью запоминания начального состояния в НКА(k, k+1...m) сопоставить при чтении слова созданным НКА соответствующие друг другу цепочки x и y (*).

Пусть ДКА был описан:
$\{Q, T, D, q_0, F\}$
Тогда опишем НКА:

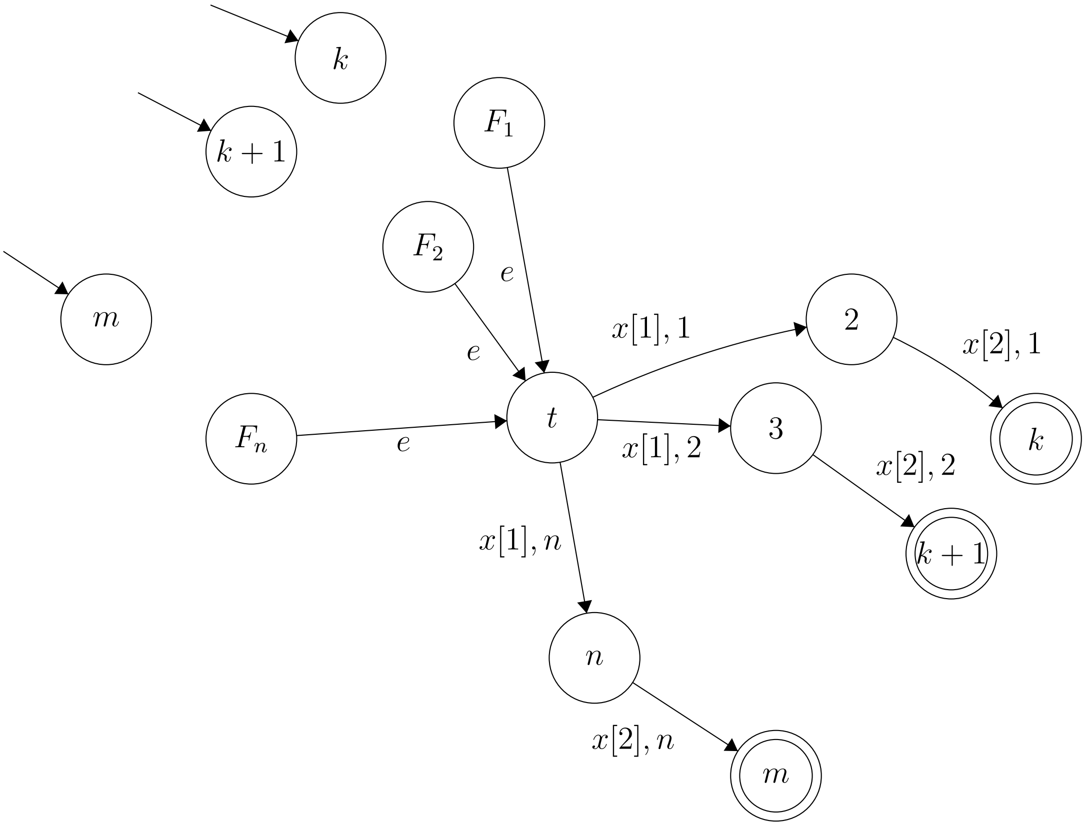
$Q' = Q \times Q$, начальные состояния - (q_n, q_n) - пары вершин удаленных на 2 ребра от начала в ДКА, T тот же,правила: $D'(q_1, q_2, x) = (q_1, D(q_2, x))$, конечные состояния - q_n, вершины удаленные на 2 ребра от начала в ДКА.
Сохраняемое состояние применим при попадании в конечную вершину для (*).

ДКА



Конечных состояний F_i в ДКА хотя бы одно. Меж конечными состояниями и состояниями после прочтения x находится ненарисованная часть ДКА, в которой считывается y.

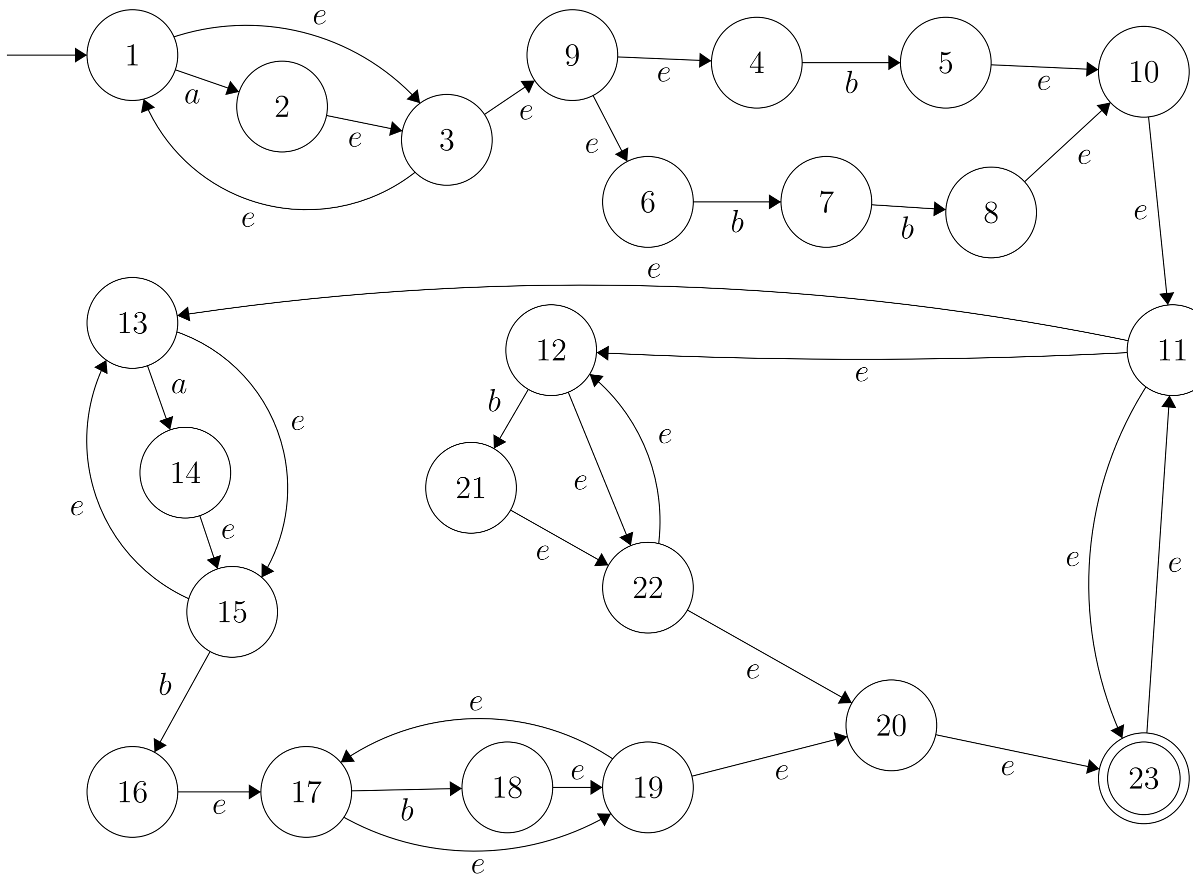
НКА



Меж состояниями $k, k+1...m$ и состояниями F_i находится ненарисованная часть из ДКА, в которой считывается y.

Задача 5

Аналогично примеру на семинаре:


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
a
b
e