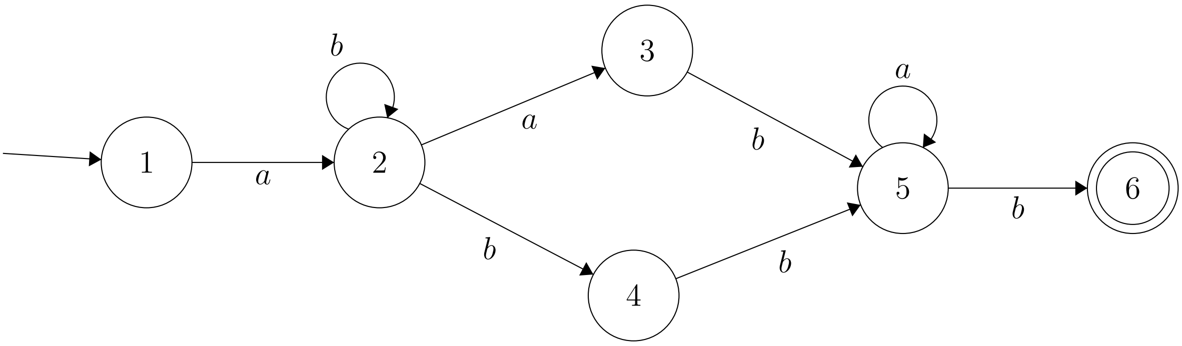
Задача 1



R^0

	1	2	3	4	5	6
1		a				
2		b	a	b		
3					b	
4					b	
5					a	b
6						

R^1

	1	2	3	4	5	6
1		a				
2		b	a	b		
3					b	
4					b	
5					a	b
6						

R^2

	1	2	3	4	5	6
1		$a \mid ab^*b$	ab^*a	ab^*b		
2		$b \mid bb^*b$	$a \mid bb^*a$	$b \mid bb^*b$		
3					b	
4					b	
5					a	b
6						

R^3

	1	2	3	4	5	6
1		$a \mid ab^*b$	ab^*a	ab^*b	ab^*ab	
2		$b \mid bb^*b$	$a \mid bb^*a$	$b \mid bb^*b$	$(a \mid bb^*a)b$	
3					b	
4					b	
5					a	b
6						

R^4

	1	2	3	4	5	6
1		$a \mid ab^*b$	ab^*a	ab^*b	$ab^*ab \mid ab^*bb$	
2		$b \mid bb^*b$	$a \mid bb^*a$	$b \mid bb^*b$	$(a \mid bb^*a)b \mid (b \mid bb^*b)b$	
3					b	
4					b	
5					a	b
6						

R^5

	1	2	3	4	5	6
1		$a \mid ab^*b$	ab^*a	ab^*b	$ab^*ab \mid ab^*bb \mid (ab^*ab \mid ab^*bb)a^*a$	$(ab^*ab \mid ab^*bb)a^*b$
2		$b \mid bb^*b$	$a \mid bb^*a$	$b \mid bb^*b$	$(a \mid bb^*a)b \mid (b \mid bb^*b)b \mid ((a \mid bb^*a)b \mid (b \mid bb^*b)b)ba^*a$	$((a \mid bb^*a)b \mid (b \mid bb^*b)b)b$
3					$b \mid ba^*a$	ba^*b
4					$b \mid ba^*a$	ba^*b
5					$a \mid aa^*a$	$b \mid aa^*b$
6						

В финальной таблице R^6 изменится только ячейка (1,6), поэтому ее напишу отдельно:

$$R_{16}^6 = (ab^*ab|ab^*bb)a^*b|(ab^*ab|ab^*bb|(ab^*ab|ab^*bb)a^*a)(a|aa^*a)^*(b|aa^*b)$$

Получил РВ, эквивалентное ДКА.

Задача 2

Т.к. ДКА полный, то он прочтет до конца любое слово из T^*. Рассмотрим два произвольных слова u и v из одного класса эквивалентности по L. Предположим, что при их прочтении посредством ДКА, автомат остановился в разных состояниях. Теперь "допишем"к каждому из этих двух слов произвольную цепочку символов $t \in T^*$. Из определения эквивалентности получаем, что слова ut и vt одновременно принадлежат или не принадлежат языку L. Значит, при прочтении этих слов автоматом, он либо остановится в конечных сосотояниях q_f1, q_f2, либо остановится в неконечных состояниях q_nf1, q_nf2для обоих слов ut и vt. Учитывая, что автомат минимальный(т.е. в нем нет никаких двух состояний, из которых по одному и тому символу переход происходит в одно состояние), получаем, что цепочка t прочитывается в нем только один раз (т.е. последовательность состояний и ребер, проход по которым прочитывает цепочку t, в автомате единственна). Из этого следует, что после прочтения u и v и перед прочтением t минимальный автомат должен находиться в одном и том же состоянии, а наше предположение противоречит минимальности автомата.

Задача 3

Разделим все слова z из T^* по их длине:
1)Первая группа - $\{\ z \in T^* : |z| \geq |\mathrm{w}|\}$. Они делятся на |w|+2 класса по языку L = PreSuf(w): в первом классе C_1 слова, не начинающиеся с w. При дописывании к ним чего угодно они попадают в $\tilde{L}$(дополнение L). Остальные слова, т.е. начинающиеся с w, разделяться |w|+1 классов - $\{Q_i\}$, аналогично языку Suf(w) с семинара.
2)Вторая группа - слова $\{\ z \in T^* : |z| < |\mathrm{w}|\}$. Слова отсюда попадут в класс C_1, если не являются префиксом w. Остается рассмотреть только префиксы w. Каждый префикс образует собевственный (еще не рассмотренный) класс P_i, т.к., очевидно, что префиксы не попадают в класс C_1 и ни один из "префиксных"классов не совпадает ни с одним классом из$\{Q_i\}$, т.к. чтобы получить слово из языка префикс нужно "дописать"до слова w, а слово из $\{Q_i\}$ - не нужно. Префиксов всего |w|(с нулевым и не считая слова w).
Таким образом, получено 2*|w|+2 классов экв-ти. Т.к. кол-во классов конечно, то язык регулярен. Т.к. число классов экв-ти регулярного языка равно числу состояний в min ПДКА, то в min ПДКА, распознающем

PreSuf(w), будет 2*|w|+2 состояний.

Задача 4

Классов эквивалентости для языка правильных скобочных последовательностей L не конечное число. Это следует из того, что язык нерегулярен, что несложно получить от противного по лемме о накачке для правильных скобочных последовательностей вида $\{(^n)^n, n \geq 0\}$.

Слова входящие в L, входят в один класс C_1, т.к. дописывание к ним всяких слов из L не выыводит их из L, а дописывание слова из $\tilde{L}$ - выводит.

Теперь изучим $\tilde{L}$. Если слово имеет вид $(S_1(S_2...(S_n$, где S_i- пустая строка или правильная скобочная последовательность, то оно попадает в класс, взаимооднозначно соответсвующий числу открывающих скобок в нем, не считая S_i. Тогда дописав всем таким словам любое слово вида $S_a)S_b)...S_p)$, в котором то же число закрывающих скобок, не считая (не считая S_i), попадаем в L, иначе (т.е. когда другое число скобок ")"или среди S_i есть неправильные последовательности) - попадаем в $\tilde{L}$.

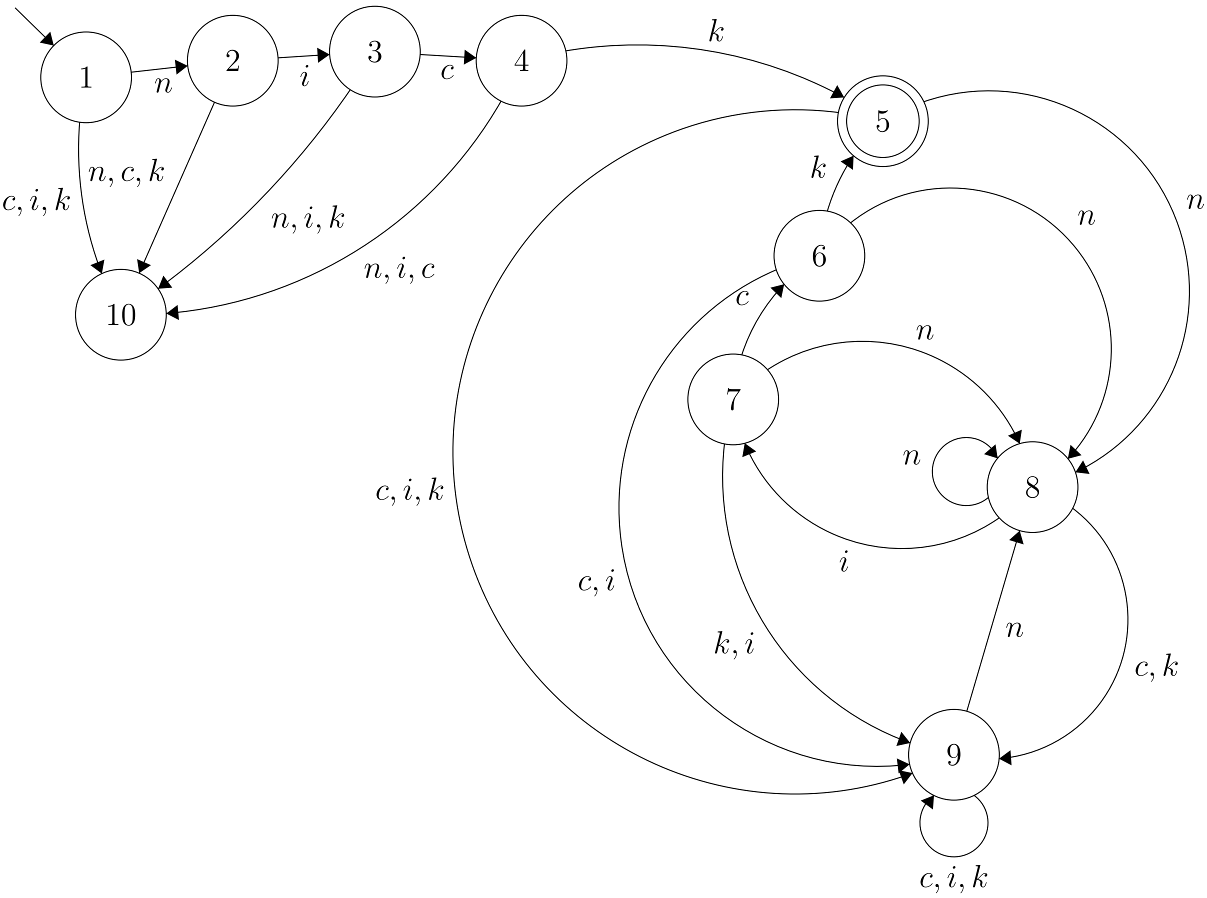
Еще в один новый класс попадают все слова вида $(S_1(S_2...(S_n$, где хотя бы одна из подпоследовательностей S_i - неправильная (при дописании любого слова они попадают в $\tilde{L}$).

Задача 5

Мое имя - nick=w, |w|=4

Опираясь на задачи 2 и 3 получаем, что состояний 10.
состояние - класс:
1 - e(пустое слово)
2 - n
3 - ni
4 - nic
5 - $\{x|overlap(x, w) = 4\}$
6 - $\{x|overlap(x, w) = 3\}$

7 - $\{x | overlap(x, w) = 2\}$
8 - $\{x | overlap(x, w) = 1\}$
9 - $\{x | overlap(x, w) = 0\}$
10 - слова с началом $\tilde{w}$(не w)



Все слова из языка будут приняты автоматом, т.к. по построению финальными состояниями в нем являются состояния, эквивалентные классам K, которые являются подмножествами самого языка. Причем каждое слово из языка принадлежит какому-нибудь такому классу K, т.к. все T^* разбито на классы. Т.е. слово при чтении слова из языка автомат обязательно пройдет сотояния 1-2-3-4-5 и вернется в него по одному из путей (9-8-7-6-5),(8-7-6-5),(7-6-5),(6-5), если после w в этом слове есть еще символы, т.к. слово заканчивается на w.

Если слово принято автоматом, то оно принадлежит языку, т.к. если при чтении слова автомат остановился в конечном состоянии (5), отображающем соответсвующий класс, который является подмножеством языка.