

Задача 1

Разделим все правила исходной ПГ на группы с помощью шагов:
(старая ПГ = широкая ПГ, новая ПГ = узкая ПГ)

1) Те правила, которые имеют вид $A \rightarrow xD | x, x \in T$ просто перепишем как правила новой грамматики

2) Правила имеющие вид $A \rightarrow xD, x \in T^*$, где x - не эпислон и не терминальный символ (т.е. слово длины большей 1), заменим на несколько правил в регулярной ПГ, эквивалентных данному. Пусть $|x|=n$, тогда в новой ПГ напишем n правил $A \rightarrow x_1N_1, N_1 \rightarrow x_2N_2, \dots, N_{n-1} \rightarrow x_nD$, где A и D - те же нетерминальные символы, а N_i - новые нетерминальные символы (которых больше нет в исходных правилах) и x_i - литералы слова x .

Аналогично преобразуем правило вида $A \rightarrow x, x \in T^*$, где $|x| = n$ ($n > 1$) из старой грамматики: заменим такое правило на n правил $A \rightarrow x_1P_1, P_1 \rightarrow x_2P_2, \dots, P_{n-1} \rightarrow x_n$ (здесь все аналогично предыдущему, только P_i - вместо N_i)

3) Заменим правила вида (*) $A \rightarrow D, A, D \in N$ следующим образом: для каждого такого правила заменим D на то, во что переходит D , если есть правило с переходом из D . Удалим правило (*). После повторения этого со всеми правилами вида (*) переходим к следующему шагу, если правил такого вида больше нет. Если еще есть, то заменим во всех правилах (речь идет о наборе правил, созданных на текущий момент для узкой ПГ), в правых частях которых есть A , этот нетерминал A на D . Удалим правило (*). Если и сейчас остались правила вида (*), просто удалим их. При этом язык не поменяется, т.к. наличие правил вида (*) не даст новых слов (т.е. после их выполнения слово только из терминальных символов не появится)

4) Правила вида (1) $A \rightarrow \epsilon, A \in N / \{S\}$ заменим следующим образом: если среди полученных на текущий момент правил найдем правило вида $R \rightarrow xA, x \in T, R \in N$ то добавим соответствующее ему правило вида $R \rightarrow x, x \in T, R \in N$. Далее в любом случае удаляем соответствующее правило вида (1).

5) Если есть правило вида $S \rightarrow \epsilon$ и в правой части какого-то правила F есть S , то заменяем в F этот символ S на то, во что переходит S по

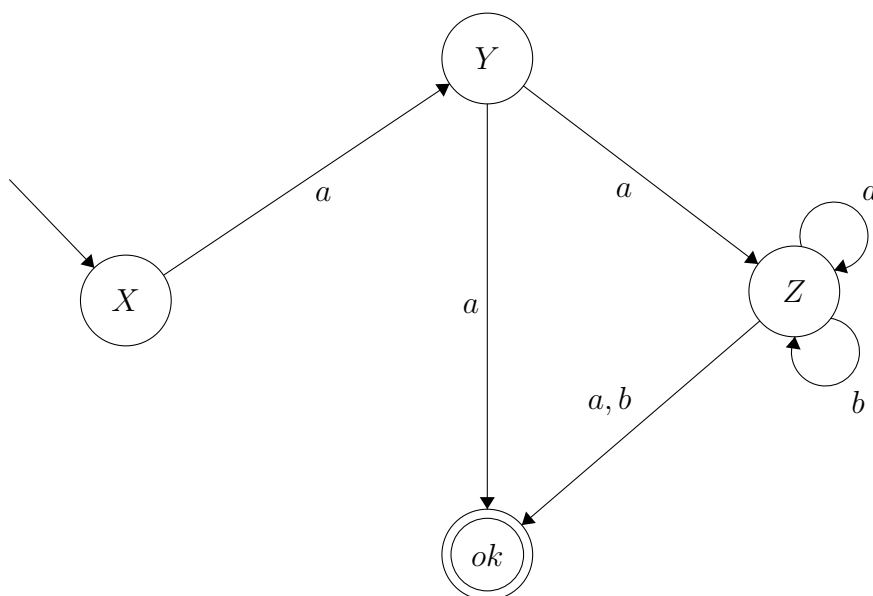
правилам старой ПГ (тут все пары пишем). Полученные таким образом правила преобразуем по пункту 2)

Т.к. при преобразовании правил ни одного слова задаваемого старой грамматикой не исключили, и ни одного слова, ею не задаваемого не добавили, то новая ПГ эквивалентна старой ПГ (доказано по построению).

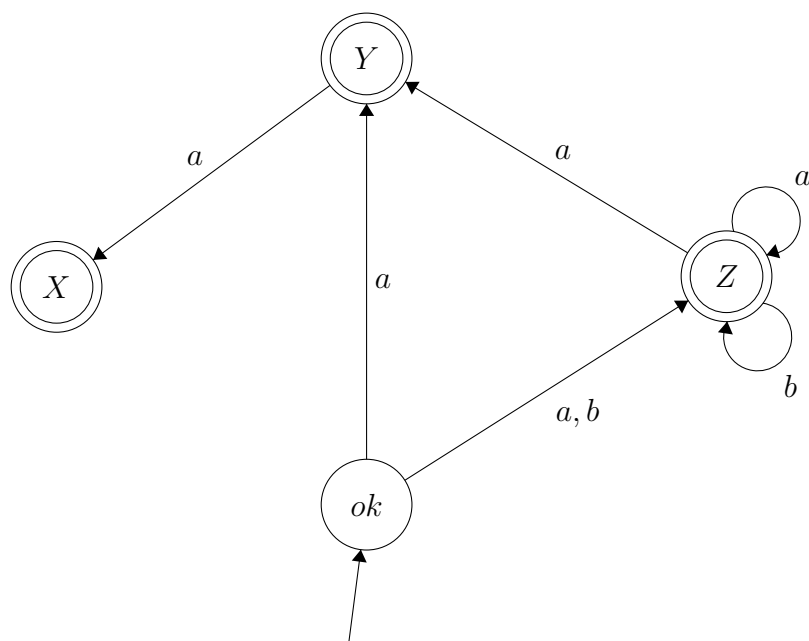
Задача 3

2014 н 1

Построим автомат, принимающий $\overline{L_1 \cup \overline{L_2^R}} = \overline{L_1} \cap L_2^R$
 L_2 (НКА)



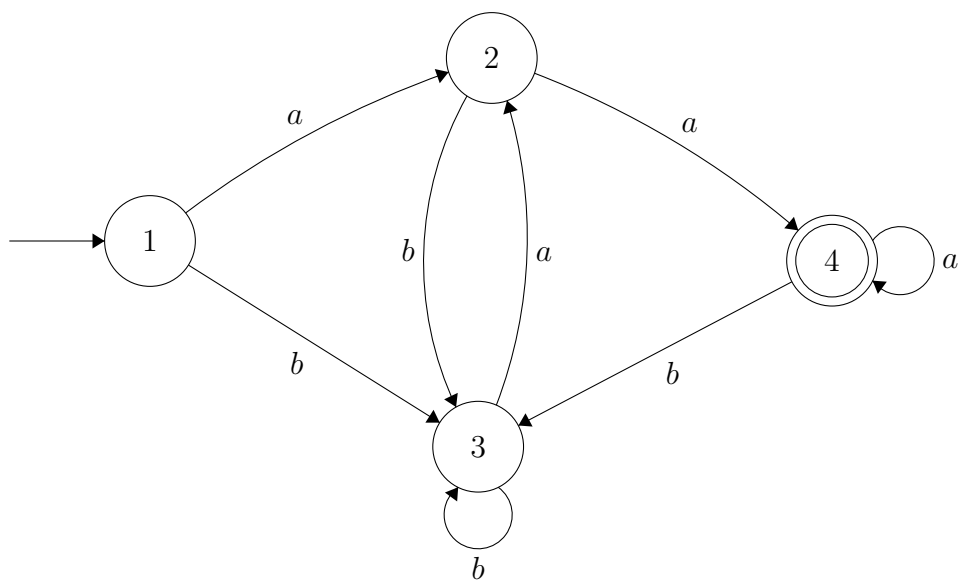
L_2^R (НКА)



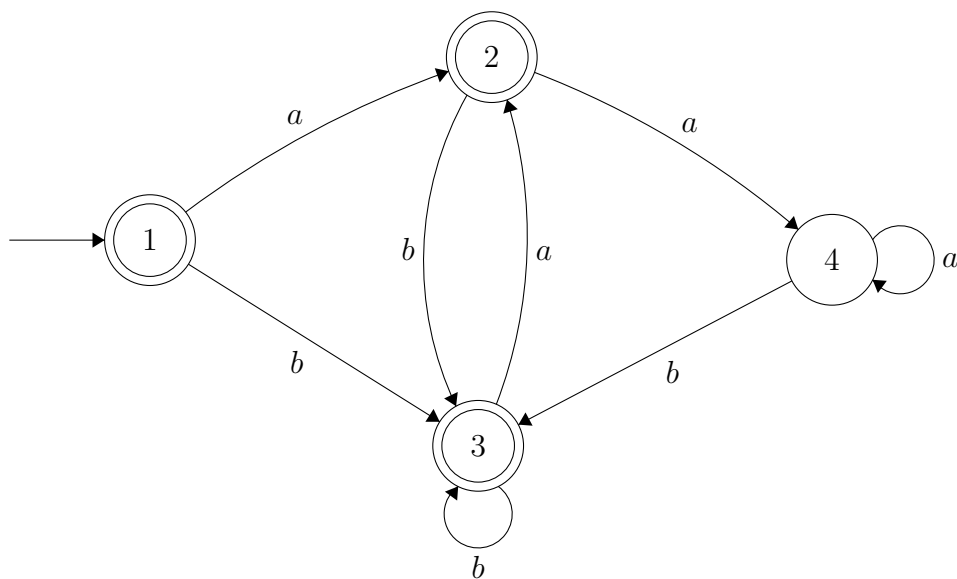
L_2^R (ДКА, он же ПДКА)

		a	b
1	ok	2	3
2	Y, Z	4	3
3	Z	2	3
4	X, Y, Z	4	3

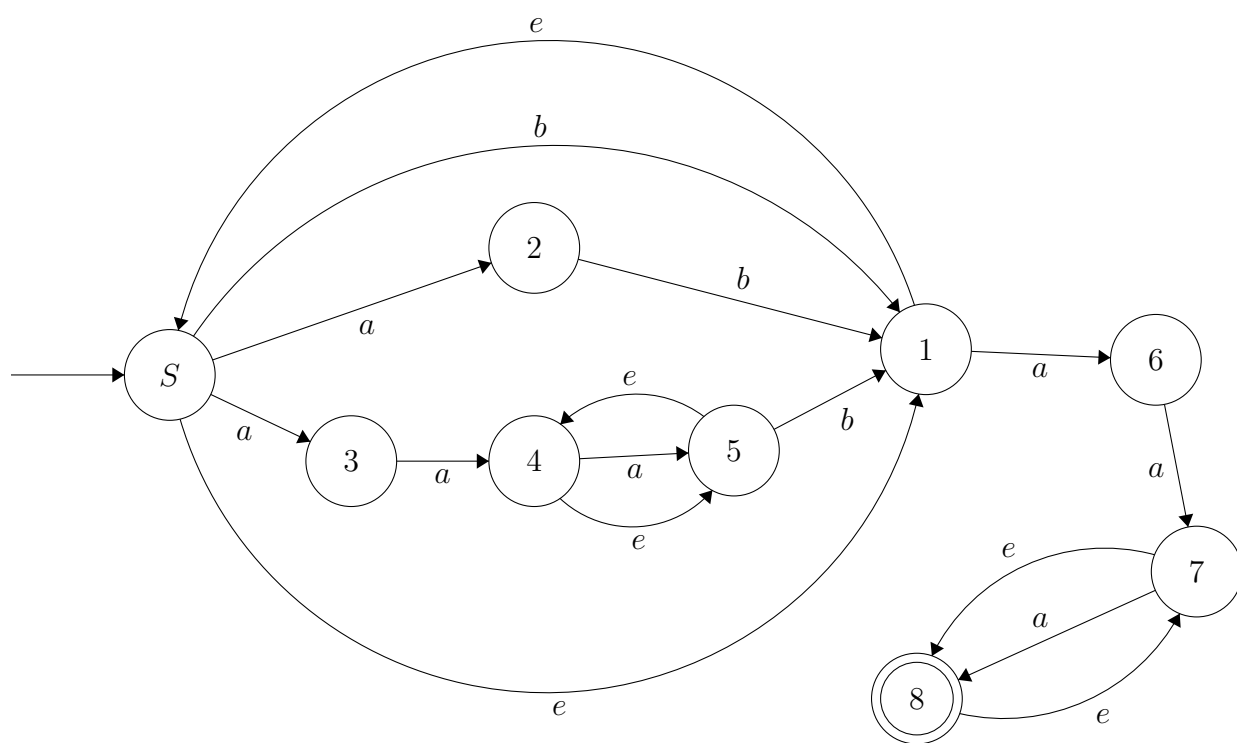
L_2^R (ДКА, он же ПДКА)



$\overline{L_2^R}$ (ДКА, он же ПДКА)



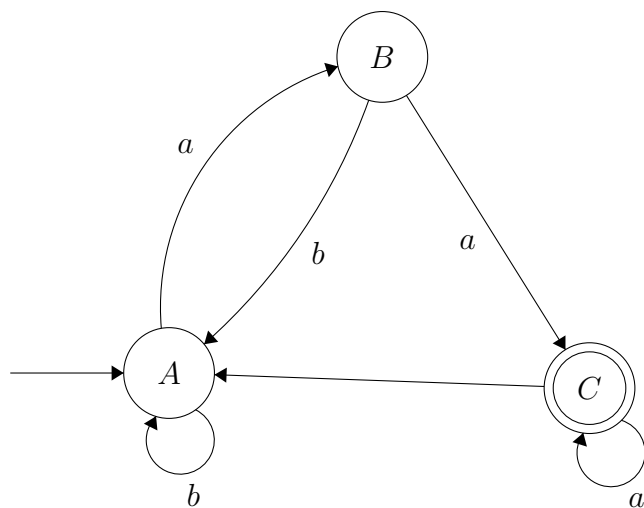
L_1 (НКА)



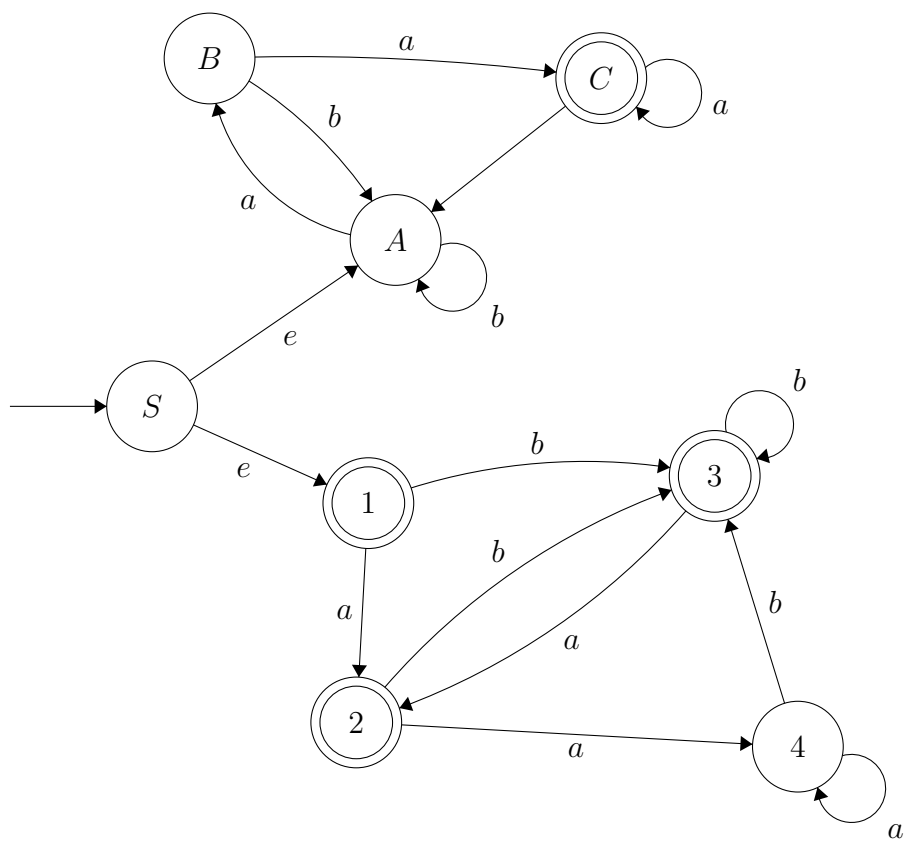
L_1 (ДКА, он же ПДКА)

		a	b
A	$S, 1$	B	A
B	$2, 3, 6$	C	A
C	$4, 5, 7, 8$	C	A

L_1 (ДКА, он же ПДКА)



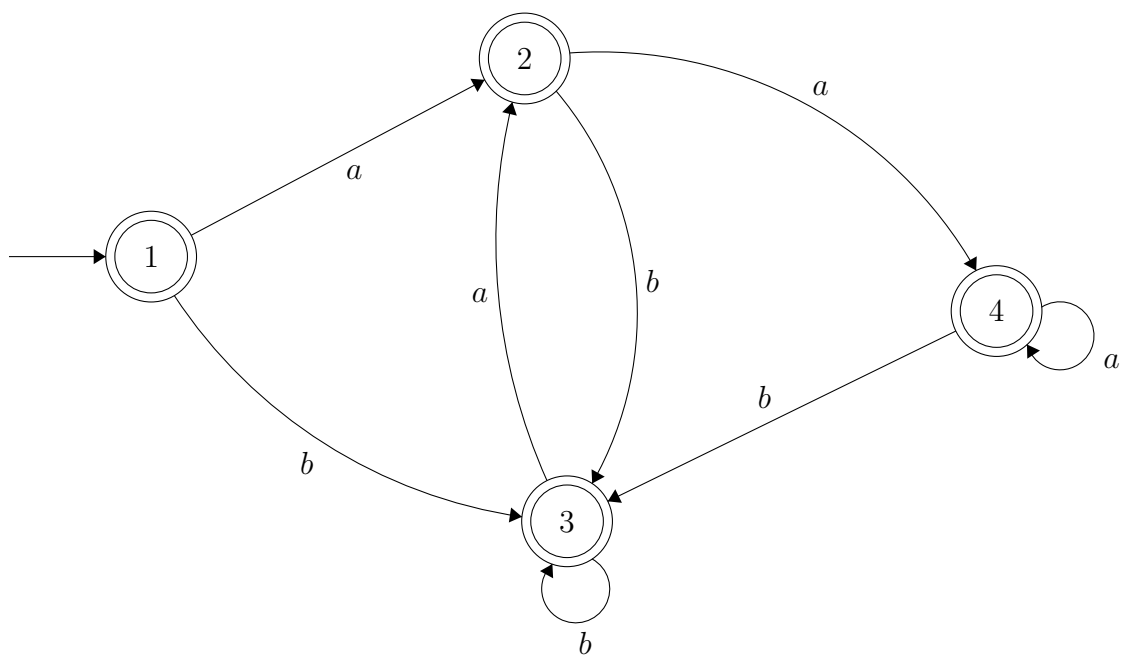
$L_1 \cup \overline{L_2^R}$ (НКА)



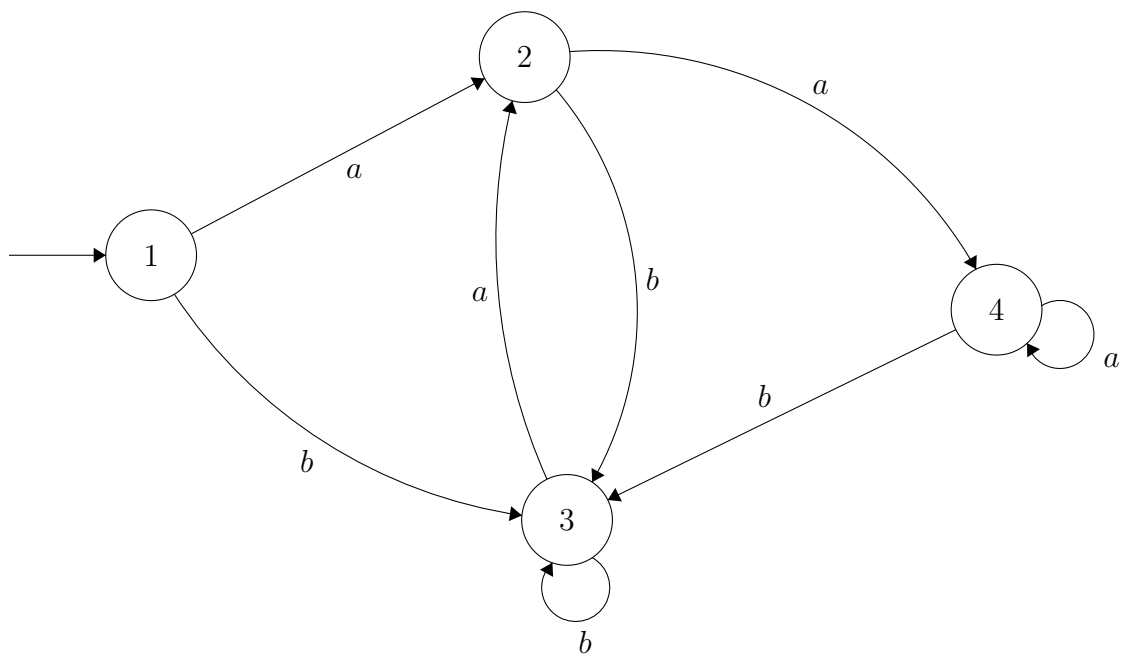
$L_1 \cup \overline{L_2^R}$ (ДКА, он же ПДКА)

		a	b
1	$S, A, 1$	2	3
2	$B, 2$	4	3
3	$A, 3$	2	3
4	$C, 4$	4	3

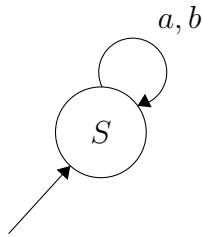
$L_1 \cup \overline{L_2^R}$ (ДКА, он же ПДКА)



$\overline{L_1 \cup \overline{L_2^R}}$ (ПДКА) (это пустой язык)



$\overline{L_1 \cup \overline{L_2^R}}$ (минимальный ДКА)



Задача 2

2013 н 3

1) $\{bbbbbb, abbbbb, aabbbb, aaabbb, aaaabb\}$

2) Т.к. $L' = \{a^n b^n\}$ - нерегулярный язык (показано на семинаре из отрицания леммы о накачке) и $L' \subset L_2$, то теми же выкладками для L_2 по отрицанию леммы о накачке получаем, что L_2 - нерегулярен.

3) Т.к. $L' = \{a^n b^n\}$ - нерегулярный язык (показано на семинаре из отрицания леммы о накачке) и $L' \subset L_1$, то теми же выкладками для L_1 по отрицанию леммы о накачке получаем, что L_1 - нерегулярен. Было доказано на семинаре, что дополнение регулярного языка - регулярно. Предположим, что $\overline{L_1}$ - регулярно, тогда $\overline{\overline{L_1}} = L_1$ - тоже регулярно, противоречие. Значит, $\overline{L_1}$ - нерегулярно.