

## 第 4 回演習資料

新領域創成科学研究科 人間環境学専攻

橋本 学

### 1. はじめに

第 4 回では, 有限要素法モジュールプログラム `mod_fem3d.f90`, 要素剛性マトリックスモジュールプログラム `elemstiffmat3d.f90`, 要素外力ベクトルモジュールプログラム `elemexforcevec.f90` を作成します. そして, 直方体メッシングプログラムと線形弾性体の有限要素解析プログラムを実行してみます.

### 2. 作業フォルダ (作業ディレクトリ) の準備

C ドライブの下に `msys64` フォルダの下に `home` フォルダがあります. そして, `home` フォルダの下にユーザ名のフォルダがあります. ユーザ名のフォルダの下に `lecture4` フォルダを作成してください. ユーザ名のフォルダの下に, 連立一次方程式の計算で使ったライブラリが置いてある `lib` フォルダがあることを確認してください (図 2.1 参照).

msys64 > home > ghashimoto			
名前	更新日時	種類	サイズ
lecture4	2018/04/23 20:25	ファイル フォルダ	
lib	2018/04/23 19:46	ファイル フォルダ	
.bash_history	2018/04/23 20:34	BASH_HISTORY フ...	2 KB
.bash_logout	2016/07/19 14:04	BASH_LOGOUT フ...	1 KB
.bash_profile	2016/07/19 14:04	BASH_PROFILE ファ...	2 KB
.bashrc	2016/07/19 14:04	BASHRC ファイル	6 KB
.inputrc	2016/07/19 14:04	INPUTRC ファイル	4 KB
.profile	2016/07/19 14:04	PROFILE ファイル	2 KB

図 2.1 lecture4 フォルダと lib フォルダ

Window OS の場合, `lib` フォルダの中には, ライブラリ `libopenblas.a` が置いてあります. Mac OS の場合, `lib` フォルダの中にライブラリ `liblapack.a`, `librefblas.a`, `libtmglb.a` が置いてあります.

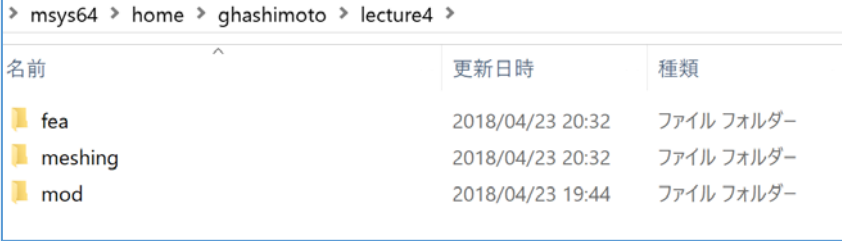
lecture4 フォルダの下に fea フォルダ, meshing フォルダ, mod フォルダを作成します (図 2.2 参照). mod フォルダの中に, 第 3 回で作成したプログラム

- 節点モジュールプログラム mod\_nodes3d.f90
- 有限要素 (計算空間) モジュールプログラム mod\_localelement3d.90
- 有限要素 (物理空間) モジュールプログラム mod\_elements3d.f90
- 直方体メッシャーモジュールプログラム mod\_rectmesher3d.f90

を置いてください. meshing フォルダの中に, 第 3 回で作成したプログラム

- アプリケーションモジュールプログラム mod\_appli.f90
- メインプログラム main\_appli.f90

を置いてください.



名前	更新日時	種類
fea	2018/04/23 20:32	ファイル フォルダ
meshing	2018/04/23 20:32	ファイル フォルダ
mod	2018/04/23 19:44	ファイル フォルダ

図 2.2 fea フォルダ, meshing フォルダ, mod フォルダ

MSYS2 の MinGW を起動させ, lecture4 ディレクトリへ移動します.

### 3. モジュール mod\_elemstiffmat3d, mod\_elemexforcevec3d の作成

図 3.1 にクラス図とクラス同士の関連を示します.

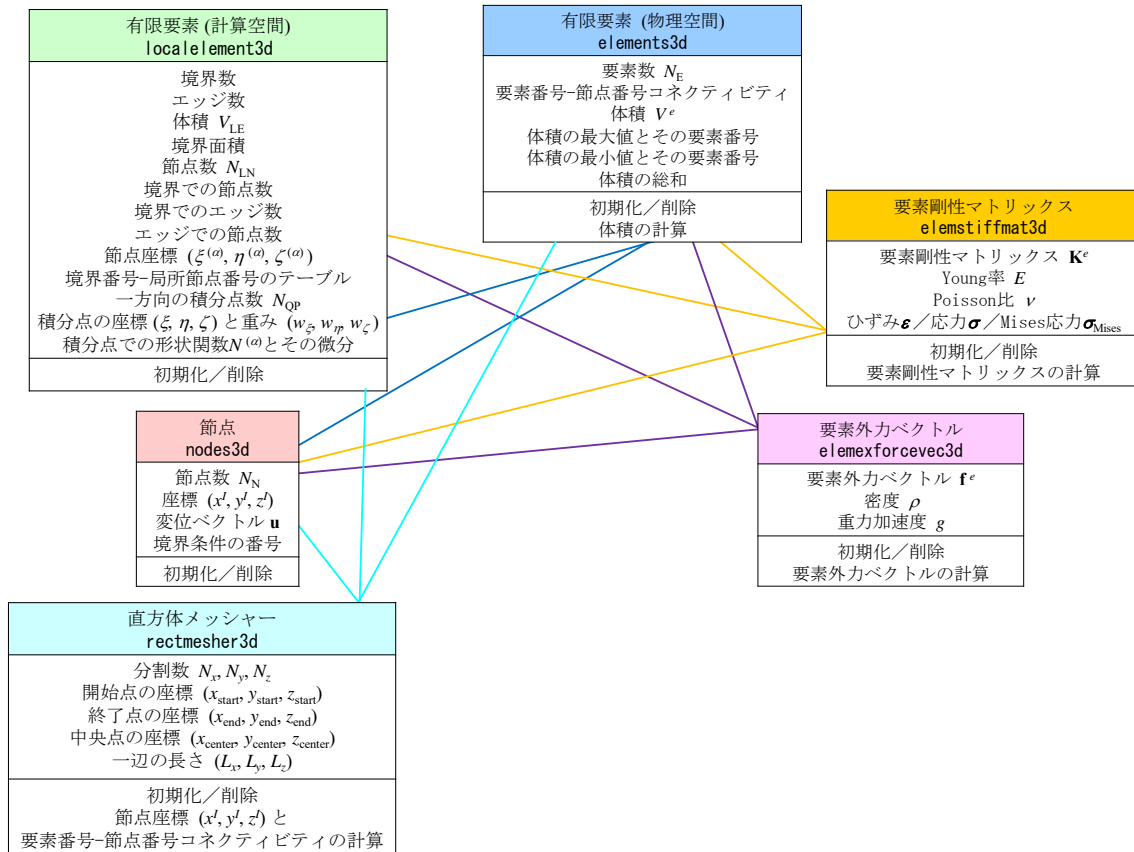


図 3.1 クラス図とクラス同士の関連

まず、要素剛性マトリックスモジュールプログラム `mod_elemstiffmat3d.f90` を作成してください (資料「第 4 回演習プログラム」のプログラム 1 参照). 作成したモジュールプログラム `mod_elemstiffmat3d.f90` を `mod` フォルダの中に置いてください. モジュール `mod_elemstiffmat3d` のサブルーチン `cal_elemstiffmat3d` の要素剛性マトリックス  $\mathbf{K}^e$  を計算するプログラムを以下に示します. 変位ベクトル  $\mathbf{u}$  が求まった後に再度この計算を行うと、ひずみ  $(\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, 2\varepsilon_{xy}, 2\varepsilon_{yz}, 2\varepsilon_{zx})^T$ , 応力  $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx})^T$ , Mises 応力  $\sigma_{\text{Mises}}$  の要素平均値が求まります.

要素剛性マトリックス `esm3d%k(isize, jsize, ie)`

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^e &= \int_{\Omega^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} J d\xi d\eta d\zeta \\ &\approx \sum_{i=1}^{N_{QP}} \sum_{j=1}^{N_{QP}} \sum_{k=1}^{N_{QP}} w_i w_j w_k (\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} J) \Big|_{(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)} \end{aligned}$$

`esm3d%k = 0.0D0`

```

DO ie = 1, es3d_n 要素番号のループ始め

!-----

DO na = 1, le3d_nnodes 局所節点番号のループ始め

id = es3d_connectivity(na, ie) 節点番号 (要素番号-節点番号コネクティビティの使用)

DO i = 1, 3 x, y, z 成分のループ始め

idof = 3*(id-1)+i 自由度番号
isize = 3*(na-1)+i 局所自由度番号

x_local(i, na) = ns3d_x(i, id)  $(x^{(\alpha)}, y^{(\alpha)}, z^{(\alpha)}) \leftarrow (x^I, y^I, z^I)$ 
u_local(isize) = u(idof)  $\mathbf{u}^e = (u_x^{(1)} u_y^{(1)} u_z^{(1)} \dots u_x^{(\alpha)} u_y^{(\alpha)} u_z^{(\alpha)} \dots u_x^{(N_{LN})} u_y^{(N_{LN})} u_z^{(N_{LN})})^T$ 
 $\leftarrow \mathbf{u} = (u_x^1 u_y^1 u_z^1 \dots u_x^I u_y^I u_z^I \dots u_x^{N_N} u_y^{N_N} u_z^{N_N})^T$ 

END DO x, y, z 成分のループ終わり

END DO 局所節点番号のループ終わり

!-----

DO ijk = 1, nqps_tot 積分点のループ始め

!-----

! Covariant basis vector
共変基底ベクトルの計算
 $\mathbf{g}_1 = \sum_{\alpha=1}^{N_{LN}} \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial \xi} \mathbf{x}^{(\alpha)}, \quad \mathbf{g}_2 = \sum_{\alpha=1}^{N_{LN}} \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial \eta} \mathbf{x}^{(\alpha)}, \quad \mathbf{g}_3 = \sum_{\alpha=1}^{N_{LN}} \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial \zeta} \mathbf{x}^{(\alpha)}$ 

DO i = 1, 3 x, y, z 成分のループ始め

g1(i) = 0.0D0
g2(i) = 0.0D0
g3(i) = 0.0D0

```

DO na = 1, le3d\_nnodes 局所節点番号のループ始め

```
g1(i) = g1(i)+le3d_dndxi_qp(1, na, ijk)*x_local(i, na)
g2(i) = g2(i)+le3d_dndxi_qp(2, na, ijk)*x_local(i, na)
g3(i) = g3(i)+le3d_dndxi_qp(3, na, ijk)*x_local(i, na)
```

END DO 局所節点番号のループ終わり

END DO x, y, z 成分のループ終わり

!-----

! Jacobian

$$J = \mathbf{g}_1 \cdot (\mathbf{g}_2 \times \mathbf{g}_3)$$

```
det_j = g1(1)*( g2(2)*g3(3)-g2(3)*g3(2) ) &
      +g1(2)*( g2(3)*g3(1)-g2(1)*g3(3) ) &
      +g1(3)*( g2(1)*g3(2)-g2(2)*g3(1) )
```

$$1/J$$

```
det_j_inv = 1.0D0/det_j
```

```
w_w_w_det_j &
= le3d_w_qp(1, ijk)*le3d_w_qp(2, ijk)*le3d_w_qp(3, ijk) &
  *det_j
```

!-----

! Contravariant basis vector

反変基底ベクトル

$$\mathbf{g}^1 = \nabla \xi = \frac{1}{J}(\mathbf{g}_2 \times \mathbf{g}_3), \quad \mathbf{g}^2 = \nabla \eta = \frac{1}{J}(\mathbf{g}_3 \times \mathbf{g}_1), \quad \mathbf{g}^3 = \nabla \zeta = \frac{1}{J}(\mathbf{g}_1 \times \mathbf{g}_2)$$

```
cg1(1) = det_j_inv &
      *( g2(2)*g3(3)-g2(3)*g3(2) )
cg1(2) = det_j_inv &
      *( g2(3)*g3(1)-g2(1)*g3(3) )
```

```

cg1(3) = det_j_inv          &
          *( g2(1)*g3(2)-g2(2)*g3(1) )
cg2(1) = det_j_inv          &
          *( g3(2)*g1(3)-g3(3)*g1(2) )
cg2(2) = det_j_inv          &
          *( g3(3)*g1(1)-g3(1)*g1(3) )
cg2(3) = det_j_inv          &
          *( g3(1)*g1(2)-g3(2)*g1(1) )
cg3(1) = det_j_inv          &
          *( g1(2)*g2(3)-g1(3)*g2(2) )
cg3(2) = det_j_inv          &
          *( g1(3)*g2(1)-g1(1)*g2(3) )
cg3(3) = det_j_inv          &
          *( g1(1)*g2(2)-g1(2)*g2(1) )

```

!-----

$$\begin{aligned}
 \nabla N^{(\alpha)} &= \nabla \xi \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial \xi} + \nabla \eta \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial \eta} + \nabla \zeta \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial \zeta} \\
 &= \mathbf{g}^1 \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial \xi} + \mathbf{g}^2 \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial \eta} + \mathbf{g}^3 \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial \zeta}
 \end{aligned}$$

D0 na = 1, le3d\_nnodes 局所節点番号のループ始め

```

dndx(1, na)          &
= cg1(1)*le3d_dndx_i_qp(1, na, ijk) &
+cg2(1)*le3d_dndx_i_qp(2, na, ijk) &
+cg3(1)*le3d_dndx_i_qp(3, na, ijk)
dndx(2, na)          &
= cg1(2)*le3d_dndx_i_qp(1, na, ijk) &
+cg2(2)*le3d_dndx_i_qp(2, na, ijk) &
+cg3(2)*le3d_dndx_i_qp(3, na, ijk)
dndx(3, na)          &
= cg1(3)*le3d_dndx_i_qp(1, na, ijk) &
+cg2(3)*le3d_dndx_i_qp(2, na, ijk) &
+cg3(3)*le3d_dndx_i_qp(3, na, ijk)

```

END DO 局所節点番号のループ終わり

!-----

! B matrix

$$\mathbf{B} = (\mathbf{B}^{(1)} \mathbf{B}^{(2)} \dots \mathbf{B}^{(\alpha)} \dots \mathbf{B}^{(N_{\text{EN}})}),$$

$$\mathbf{B}^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial z} \\ \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial y} & \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial z} & \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial y} \\ \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial x} \end{pmatrix}$$

bmat = 0.0D0

DO nb = 1, le3d\_nnodes 局所節点番号のループ始め

jsize1 = 3\*(nb-1)+1 局所自由度番号

jsize2 = 3\*(nb-1)+2 局所自由度番号

jsize3 = 3\*(nb-1)+3 局所自由度番号

bmat(1, jsize1) = dndx(1, nb)

bmat(4, jsize1) = dndx(2, nb)

bmat(6, jsize1) = dndx(3, nb)

bmat(2, jsize2) = dndx(2, nb)

bmat(4, jsize2) = dndx(1, nb)

bmat(5, jsize2) = dndx(3, nb)

bmat(3, jsize3) = dndx(3, nb)

bmat(5, jsize3) = dndx(2, nb)

bmat(6, jsize3) = dndx(1, nb)

END DO 局所節点番号のループ始め

!-----

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \mathbf{B} \mathbf{u}^e$$

evec = 0.0D0

DO i = 1, 6 *x, y, z 成分のループ始め*

DO jsize = 1, 3\*le3d\_nnode *列番号ループ始め*

evec(i) = evec(i)+bmat(i, jsize)\*u\_local(jsize)

END DO *列番号ループ終わり*

END DO *x, y, z 成分のループ終わり*

!-----

Young 率  $E$ , Poisson 比  $\nu$ , Lamé 定数  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ,  $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$

```
lambda                                     &
= ( esm3d%e(ie)*esm3d%nu(ie) )           &
/( ( 1.0D0+esm3d%nu(ie) )*( 1.0D0-2.0D0*esm3d%nu(ie) ) )
mu = esm3d%e(ie)/( 2.0D0*( 1.0D0+esm3d%nu(ie) ) )
```

!-----

! D matrix



$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}$$

dmat = 0.0D0

dmat(1, 1) = lambda+2.0D0\*mu

dmat(2, 2) = lambda+2.0D0\*mu

dmat(3, 3) = lambda+2.0D0\*mu

dmat(1, 2) = lambda

dmat(1, 3) = lambda

dmat(2, 1) = lambda

dmat(2, 3) = lambda

dmat(3, 1) = lambda

dmat(3, 2) = lambda

dmat(4, 4) = mu

dmat(5, 5) = mu

dmat(6, 6) = mu

!-----

DO i = 1, 6 *xx, yy, zz, xy, yz, zx 成分のループ始め*

DO jsize = 1, 3\*le3d\_nnodes *局所自由度番号ループ始め*

cmat(i, jsize) = 0.0D0

DO k = 1, 6 *xx, yy, zz, xy, yz, zx 成分のループ始め*

cmat(i, jsize) = cmat(i, jsize)+dmat(i, k)\*bmat(k, jsize)

END DO *xx, yy, zz, xy, yz, zx 成分のループ終わり*

END DO *列番号ループ終わり*

END DO  $xx, yy, zz, xy, yz, zx$  成分のループ終わり

$$w_i w_j w_k (\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} J) \Big|_{(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}$$

DO isize = 1, 3\*le3d\_nnodes 局所自由度番号ループ始め

DO jsize = 1, 3\*le3d\_nnodes 局所自由度番号ループ始め

DO k = 1, 6  $xx, yy, zz, xy, yz, zx$  成分のループ始め

```
esm3d%(isize, jsize, ie)      &
= esm3d%(isize, jsize, ie)    &
+w_w_det_j*bm3d(k, isize)*cm3d(k, jsize)
```

END DO  $xx, yy, zz, xy, yz, zx$  成分のループ終わり

END DO 局所自由度番号ループ終わり

END DO 局所自由度番号ループ終わり

!-----

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix} = \mathbf{D} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{pmatrix}$$

svec = 0.0D0

DO i = 1, 6  $xx, yy, zz, xy, yz, zx$  成分のループ始め

DO j = 1, 6  $xx, yy, zz, xy, yz, zx$  成分のループ始め

svec(i) = svec(i)+dmat(i, j)\*evec(j)

END DO  $xx, yy, zz, xy, yz, zx$  成分のループ終わり

END DO *xx, yy, zz, xy, yz, zx 成分のループ終わり*

!-----

DO i = 1, 6 *xx, yy, zz, xy, yz, zx 成分のループ始め*

esm3d%evec(i, ie) = esm3d%evec(i, ie)+evec(i) *積分点でのひずみの総和*

esm3d%svec(i, ie) = esm3d%svec(i, ie)+svec(i) *積分点での応力の総和*

END DO *xx, yy, zz, xy, yz, zx 成分のループ終わり*

!-----

END DO *積分点のループ終わり*

!-----

DO I = 1, 6 *xx, yy, zz, xy, yz, zx 成分のループ始め*

esm3d%evec(i, ie) = nqps\_tot\_inv\*esm3d%evec(i, ie) *ひずみの要素平均値*

esm3d%svec(i, ie) = nqps\_tot\_inv\*esm3d%svec(i, ie) *応力の要素平均値*

END DO *xx, yy, zz, xy, yz, zx 成分のループ終わり*

*Mises 応力の要素平均値*

$$\sigma_{\text{Mises}} = \sqrt{\frac{1}{2}\{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2)\}}$$

```
esm3d%s_mises(ie)                                &
= DSQRT( 0.5D0*( ( esm3d%svec(1, ie)-esm3d%svec(2, ie) )**2 &
+ ( esm3d%svec(2, ie)-esm3d%svec(3, ie) )**2 &
+ ( esm3d%svec(3, ie)-esm3d%svec(1, ie) )**2 &
+6.0D0                                           &
*( esm3d%svec(4, ie)**2                         &
+esm3d%svec(5, ie)**2                         &
+esm3d%svec(6, ie)**2 ) ) )
```

!-----

END DO 要素番号のループ終わり

次に、要素外力ベクトルモジュールプログラム `mod_elemexforcevec3d.f90` を作成してください (資料「第 4 回演習プログラム」のプログラム 2 参照)。作成したモジュールプログラム `mod_elemforcevec3d.f90` を `mod` フォルダの中に置いてください。次回の第 5 回演習でサブルーチン `cal_elemexforcevec3d` のプログラミングを行います。

#### 4. モジュール `mod_fem3d` の作成

図 4.1 にクラス図とクラス同士の関連を示します。

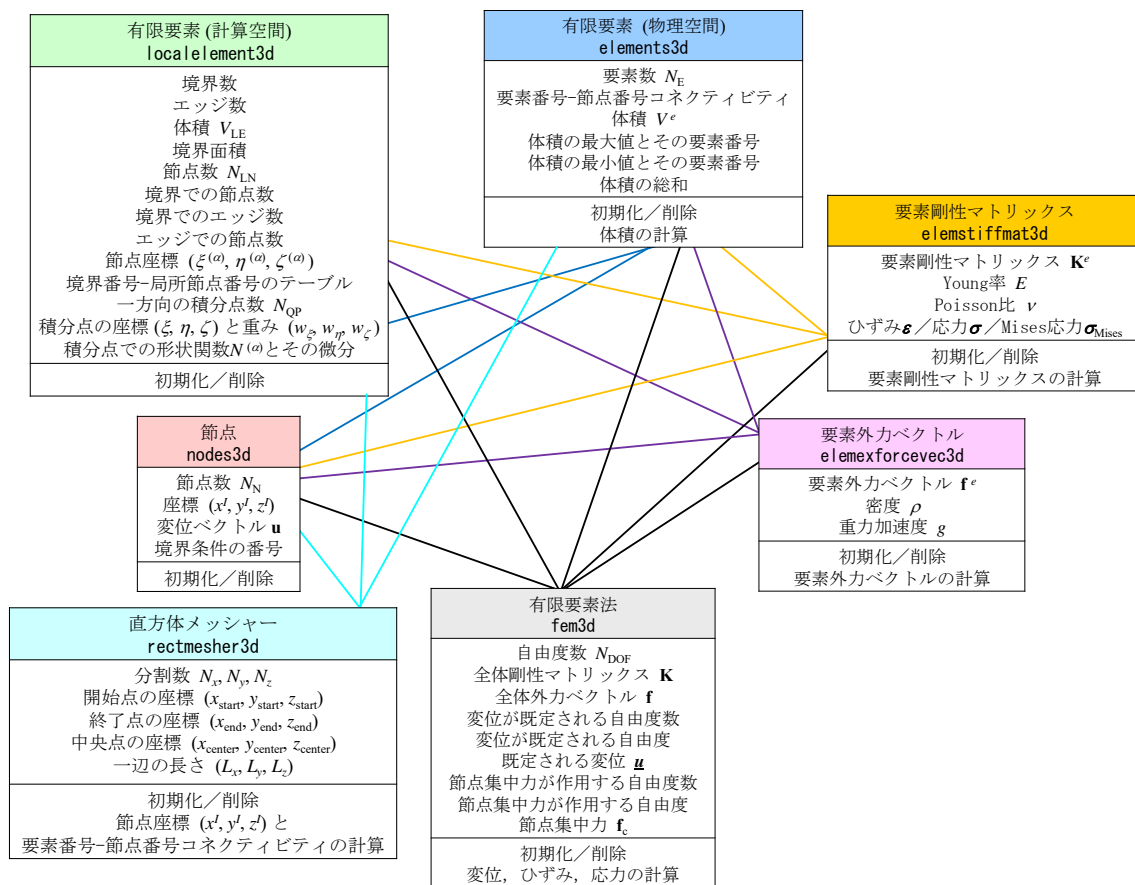


図 4.1 クラス図とクラス同士の関連

有限要素法モジュールプログラム `mod_fem3d.f90` を作成してください (資料「第 4 回演習プログラム」のプログラム 3 参照). 作成したモジュールプログラム `mod_fem3d.f90` を `mod` フォルダの中に置いてください. `mod` フォルダの中には, 七つのファイル

- ・有限要素法モジュールプログラム `mod_fem3d.f90`
- ・要素剛性マトリックスモジュールプログラム `mod_elemstiffmat3d.f90`
- ・要素外力ベクトルモジュールプログラム `mod_elemexforce3d.f90`
- ・物理空間  $(x, y, z)$  における有限要素モジュールプログラム `mod_elements3d.f90`
- ・計算空間  $(\xi, \eta, \zeta)$  における有限要素モジュールプログラム `mod_localelement3d.f90`
- ・節点モジュールプログラム `mod_nodes3d.f90`
- ・直方体メッシュモジュールプログラム `mod_rectmesher3d.f90`

が置かれることになります.

以下では, 有限要素法モジュール `mod_fem3d` のサブルーチン `cal_fem3d` を説明します. 以下の流れに従って, サブルーチンが呼び出されます.

(1) サブルーチン `cal_fem3d_stiffmat` の呼び出し

- ・サブルーチン `cal_elemstiffmat3d` の呼び出し

要素剛性マトリックス  $\mathbf{K}^e$  の計算

- ・剛性マトリックス  $\mathbf{K}$  の計算

(2) サブルーチン `cal_fem3d_exforcevec` の呼び出し

- ・サブルーチン `cal_elemexforcevec3d` の呼び出し

要素外力ベクトル  $\mathbf{f}^e$  の計算

- ・外力ベクトル  $\mathbf{f}$  の計算

(3) サブルーチン `cal_fem3d_dirichletbc` の呼び出し

- ・Dirichlet 境界条件の処理

(4) サブルーチン `cal_fem3d_linearsolver` の呼び出し

- ・連立一次方程式  $\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}$  の求解 (LAPACK ライブラリの `DGESV` サブルーチンを呼ぶ)

(5) サブルーチン `cal_elemstiffmat3d` の呼び出し

ひずみ  $(\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, 2\varepsilon_{xy}, 2\varepsilon_{yz}, 2\varepsilon_{zx})^T$ , 応力  $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx})^T$ , Mises 応力

$\sigma_{\text{Mises}}$  の要素平均値の計算

サブルーチン `cal_fem3d` のプログラムを以下に示します.

```
! Calculate fem3d
#####
SUBROUTINE cal_fem3d(fem3d)
#####
```

```
TYPE(struct_fem3d), INTENT(INOUT) :: fem3d
```

```
!-----
```

```
! Stiffness matrix
```

```
(1) サブルーチン cal_fem3d_stiffmat の呼び出し
```

```
CALL cal_fem3d_stiffmat(fem3d)
```

```
!-----
```

```
! RHS vector
```

```
(2) サブルーチン cal_fem3d_rhs の呼び出し
```

```
CALL cal_fem3d_rhs(fem3d)
```

```
!-----
```

```
! Dirichlet boundary condition
```

```
(3) サブルーチン cal_fem3d_dirichletbc の呼び出し
```

```
CALL cal_fem3d_dirichletbc(fem3d)
```

```
!-----
```

```
! Linear solver
```

```
(4) サブルーチン cal_fem3d_linearsolver の呼び出し
```

```
CALL cal_fem3d_linearsolver(fem3d)
```

```
!-----
```

```
! Strain and stress
```

```
(5) サブルーチン cal_elemstiffmat3d の呼び出し
```

```
CALL cal_elemstiffmat3d(fem3d%esm3d)
```

```
!-----
```

```
RETURN
```

```
#####
END SUBROUTINE cal_fem3d
#####
```

(1) サブルーチン cal\_fem3d\_stiffmat の呼び出し

まず、計算ルーチン cal\_elemstiffmat3d を呼び出し、要素剛性マトリックス  $\mathbf{K}^e$  を計算します。

```
! Element stiffness matrix
CALL cal_elemstiffmat3d(fem3d%esm3d, u)
```

次に、剛性マトリックス  $\mathbf{K}$  を計算します。

```
! Stiffness matrix

剛性マトリックス fem3d%k(idof, jdof)


$$\underset{3N_N \times 3N_N}{\mathbf{K}} = \underset{e=1}{\overset{N_E}{\mathbf{A}}} \underset{3N_{LN} \times 3N_{LN}}{\mathbf{K}^e}$$


fem3d%k = 0.0D0

DO ie = 1, es3d_n 要素番号のループ始め

DO na = 1, le3d_nnodes 局所節点番号のループ始め

id = es3d_connectivity(na, ie) 節点番号 (要素番号-節点番号コネクティビティの使用)

DO i = 1, 3 x, y, z 成分のループ始め

idof = 3*(id-1)+i 自由度番号
isize = 3*(na-1)+i 局所自由度番号

DO nb = 1, le3d_nnodes 局所節点番号のループ始め

jd = es3d_connectivity(nb, ie) 節点番号 (要素番号-節点番号コネクティビティの使用)

DO j = 1, 3 x, y, z 成分のループ始め
```

```

jdof = 3*(jd-1)+j  自由度番号
jsize = 3*(nb-1)+j  局所自由度番号

要素剛性マトリックスを剛性マトリックスに足し込む
fem3d%k(idof, jdof) &
= fem3d%k(idof, jdof)+esm3d_k(isize, jsize, ie)

END DO  x, y, z 成分のループ終わり

END DO  局所節点番号のループ終わり

END DO  x, y, z 成分のループ終わり

END DO  局所節点番号のループ終わり

END DO  要素番号のループ終わり

```

## (2) サブルーチン cal\_fem3d\_rhs の呼び出し

まず、計算ルーチン cal\_elemexforcevec3d を呼び出し、要素外力ベクトル  $\mathbf{f}^e$  を計算します。

```

! Element external force vector
CALL cal_elemexforcevec3d(fem3d%efv3d)

```

次に、外力ベクトル  $\mathbf{f}$  を計算します。

```

! External force vector

外力ベクトル fem3d%f(idof)


$$\underbrace{\mathbf{f}}_{3N_N \times 1} = \underbrace{\mathbf{f}_c}_{3N_N \times 1} + \underbrace{\mathbf{A}}_{N_E} \underbrace{\mathbf{f}^e}_{3N_{LN} \times 1}$$

fem3d%f = 0.0D0

DO idof_l = 1, fem3d%ndofs_loaded  節点集中力が与えられる自由度番号のループ始め

```



```
idof = fem3d%idof_loaded(idof_l)  自由度番号

fem3d%f(idof) = fem3d%f_loaded(idof_l)  節点集中力

END DO  節点集中荷重が与えられる自由度番号のループ終わり

DO ie = 1, es3d_n  要素番号のループ始め

DO na = 1, le3d_nnodes  局所節点番号のループ始め

id = es3d_connectivity(na, ie)  節点番号 (要素番号-節点番号コネクティビティの使用)

DO i = 1, 3  x, y, z 成分のループ始め

idof = 3*(id-1)+i  自由度番号
isize = 3*(na-1)+i  局所自由度番号

要素外力ベクトルを外力ベクトルに足し込む
fem3d%f(idof) = fem3d%f(idof)+efv3d_f(isize, ie)

END DO  x, y, z 成分のループ終わり

END DO  局所節点番号のループ終わり

END DO  要素番号のループ終わり
```

(3) サブルーチン cal\_fem3d\_dirichletbc の呼び出し

変位が既定されている境界に対して、Dirichlet 境界条件処理を行います.

```
idof_g = 0

DO idof = 1, fem3d%ndofs

IF( ns3d_bc(idof) .EQ. 1 ) THEN
```

```

    idof_g = idof_g+1

END IF

END DO

ndofs_given = idof_g  Dirichlet 境界条件が与えられる自由度数

!-----

ALLOCATE( idof_given(ndofs_given) )

!-----

idof_g = 0

DO idof = 1, fem3d%ndofs

  IF( ns3d_bc(idof) .EQ. 1 ) THEN

    idof_g = idof_g+1

    idof_given(idof_g) = idof  Dirichlet 境界条件が与えられる自由度番号

  END IF

END DO

! Dirichlet boundary conditions


$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \rightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\underline{u}} \\ \mathbf{K}_{\underline{u}u} & \mathbf{K}_{\underline{u}\underline{u}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \underline{\mathbf{u}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_u \\ \mathbf{f}_{\underline{u}} \end{pmatrix}$$


$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{O} \\ \mathbf{K}_{\underline{u}u} & \mathbf{K}_{\underline{u}\underline{u}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \underline{\mathbf{u}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_u - \mathbf{K}_{u\underline{u}} \underline{\mathbf{u}} \\ \mathbf{f}_{\underline{u}} \end{pmatrix}$$


$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \underline{\mathbf{u}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_u - \mathbf{K}_{u\underline{u}} \underline{\mathbf{u}} \\ \underline{\mathbf{u}} \end{pmatrix}$$


```

D0 idof\_g = 1, ndofs\_given Dirichlet 境界条件が与えられる自由度番号のループ始め

jdof = idof\_given(idof\_g) 自由度番号

D0 idof = 1, fem3d%ndofs 自由度番号のループ始め

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_u - \mathbf{K}_{uu} \mathbf{u} \\ \mathbf{f}_u \end{pmatrix}$$

fem3d%f(idof) = fem3d%f(idof) - fem3d%k(idof, jdof) \* ns3d\_u(jdof)

END D0 自由度番号のループ終わり

END D0 Dirichlet 境界条件が与えられる自由度番号のループ終わり

D0 idof\_g = 1, ndofs\_given Dirichlet 境界条件が与えられる自由度番号のループ始め

idof = idof\_given(idof\_g) 自由度番号

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_u - \mathbf{K}_{uu} \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}$$

fem3d%f(idof) = ns3d\_u(idof) 既定された変位の値

END D0 Dirichlet 境界条件が与えられる自由度番号のループ終わり

D0 idof\_g = 1, ndofs\_given Dirichlet 境界条件が与えられる自由度番号のループ始め

jdof = idof\_given(idof\_g) 自由度番号

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{pmatrix}$$

D0 idof = 1, fem3d%ndofs 自由度番号のループ始め

fem3d%k(idof, jdof) = 0.0D0

fem3d%k(jdof, idof) = 0.0D0

END D0 自由度番号のループ終わり

```
fem3d%k(jdof, jdof) = 1.0D0
```

```
END DO Dirichlet 境界条件が与えられる自由度番号のループ終わり
```

#### (4) サブルーチン cal\_fem3d\_linearsolver の呼び出し

LAPACK ライブラリの DGESV サブルーチンを呼び、連立一次方程式  $\mathbf{Ku} = \mathbf{f}$  を求解します。

```
! Linear solver
```

```
連立一次方程式の計算
```

```
ipiv = 0
```

```
LAPACK ライブラリの DGESV サブルーチンを使用
```

```
CALL DGESV                                &
```

```
      (fem3d%ndofs, 1, fem3d%k, fem3d%ndofs, ipiv, &
```

```
      fem3d%f, fem3d%ndofs, info)
```

```
CALL set_nodes3d_u(fem3d%ns3d, fem3d%f)
```

#### 5. メッシング用のアプリケーションモジュール mod\_appli の修正

mesing フォルダ内のアプリケーションモジュールプログラム mod\_appli.f90 を修正します (資料「第 4 回演習プログラム」のプログラム 4 参照)。

#### 6. 有限要素解析用のアプリケーションモジュール mod\_appli の作成

fea フォルダ内のアプリケーションモジュールプログラム mod\_appli.f90 を作成します (資料「第 4 回演習プログラム」のプログラム 5 参照)。

#### 7. make を用いたプログラムのコンパイル

`make` を用いてプログラムをコンパイルします。 `make` では `Makefile` というテキストファイルにコンパイルに必要なプログラム名、コンパイルコマンド、ファイルの依存関係などを書きます。以下のコマンドを入力し、

```
$ make
```

「Enter」を押すと、コンパイルできます。プログラミング言語に依存しないため、Fortran 90/95 以外のプログラミング言語でも使用できます。

以下の内容のテキストファイルを作成し、`Makefile` という名前にして、`meshing` フォルダの中に置いてください。1～3 行目、12 行目、15 行目では、1 列目から書くようにしてください。4 行目～11 行目、13 行目～14 行目、16 行目の最初には、「Tab」を入れるようにしてください。

(Windows OS の場合)

```
1:F90 = gfortran
2:.SUFFIXES: .f90 .o
3:OBJS = ../mod/mod_nodes3d.o ¥
4:      ../mod/mod_localelement3d.o ¥
5:      ../mod/mod_elements3d.o ¥
6:      ../mod/mod_elemstiffmat3d.o ¥
7:      ../mod/mod_elemexforcevec3d.o ¥
8:      ../mod/mod_fem3d.o ¥
9:      ../mod/mod_rectmesher3d.o ¥
10:      mod_appli.o ¥
11:      main_appli.o
12:meshing: ${OBJS}
13:      ${F90} -o meshing *.o -L../lib -lopenblas
14:      rm *.mod *.o
15:.f90.o:
16:      ${F90} -c $<
```

(Mac OS の場合)

```
1:F90 = gfortran
2:.SUFFIXES: .f90 .o
3:OBJS = ../mod/mod_nodes3d.o ¥
4:      ../mod/mod_localelement3d.o ¥
5:      ../mod/mod_elements3d.o ¥
6:      ../mod/mod_elemstiffmat3d.o ¥
```

```

7:      ../mod/mod_elemexforcevec3d.o ¥
8:      ../mod/mod_fem3d.o ¥
9:      ../mod/mod_rectmesher3d.o ¥
10:     mod_appli.o ¥
11:     main_appli.o
12: meshing: ${OBJJS}
13:     ${F90} -o meshing *.o -L../lib -llapack -lrefblas -ltmglib
14:     rm *.mod *.o
15: .f90.o:
16:     ${F90} -c $<

```

F90 はコンパイルコマンド, .SUFFIXES:はサフィックスルールに用いる拡張子, OBJJS はソースファイル (.f90) をコンパイルして生成されるオブジェクトファイル (.o), meshing:は実行形式ファイルの作成, .f90.o:はサフィックスルール (ソースファイル (.f90) からオブジェクトファイル (.o) の生成) を意味します。

MinGW のターミナル画面で

```
$ cd
```

と入力して, 「Enter」を押してください。そして,

```
$ cd lecture4/meshing
```

と入力して, 「Enter」を押して, meshing ディレクトリへ移動してください。

```
$ make
```

と入力して, 「Enter」を押すと, プログラムがコンパイルされ, 実行形式のファイル meshing.exe が作成されます。

以下の内容のテキストファイルを作成し, Makefile という名前にして, fea フォルダの中に置いてください。1~3 行目, 11 行目, 14 行目では, 1 列目から書くようにしてください。4 行目~10 行目, 12 行目~13 行目, 15 行目の最初には, 「Tab」を入れるようにしてください。

(Windows OS の場合)

```

1:F90 = gfortran
2:.SUFFIXES: .f90 .o
3:OBJJS = ../mod/mod_nodes3d.o ¥
4:      ../mod/mod_localelement3d.o ¥
5:      ../mod/mod_elements3d.o ¥
6:      ../mod/mod_elemstiffmat3d.o ¥
7:      ../mod/mod_elemexforcevec3d.o ¥

```

```
8:      ../mod/mod_fem3d.o ¥
9:      mod_appli.o ¥
10:     main_appli.o
11:fea: ${OBJJS}
12:     ${F90} -o fea *.o -L../lib -lopenblas
13:     rm *.mod *.o
14: .f90.o:
15:     ${F90} -c $<
```

(Mac OS の場合)

```
1:F90 = gfortran
2:.SUFFIXES: .f90 .o
3:OBJJS = ../mod/mod_nodes3d.o ¥
4:      ../mod/mod_localelement3d.o ¥
5:      ../mod/mod_elements3d.o ¥
6:      ../mod/mod_elemstiffmat3d.o ¥
7:      ../mod/mod_elemexforcevec3d.o ¥
8:      ../mod/mod_fem3d.o ¥
9:      mod_appli.o ¥
10:     main_appli.o
11:fea: ${OBJJS}
12:     ${F90} -o fea *.o -L../lib -llapack -lrefblas -ltmglib
13:     rm *.mod *.o
14: .f90.o:
15:     ${F90} -c $<
```

MinGW のターミナル画面で

```
$ cd
```

と入力して、「Enter」を押してください。そして、

```
$ cd lecture4/fea
```

と入力して、「Enter」を押して、fea ディレクトリへ移動してください。

```
$ make
```

と入力して、「Enter」を押すと、プログラムがコンパイルされ、実行形式のファイル fea.exe が作成されます。

## 8. 実行と結果の可視化

以下の内容の入力ファイル `param_meshing.dat` を作成し, `meshing` フォルダに置いてください.

```
1: !DIVISION_NUMBER
2: 20, 2, 2
3: !START_POINT
4: 0.0, -0.5, -0.5
5: !END_POINT
6: 10.0, 0.5, 0.5
7: !PROBLEM
8: 1
9: !YOUNG' S_MODULUS
10: 2.0e11
11: !POISSON' S_RATIO
12: 0.3
13: !DENSITY
14: 7.8e3
15: !GRAVITATIONAL_ACCELERATION
16: 0.0
17: !END
```

MinGW のターミナル画面で

```
$ cd
```

と入力して, 「Enter」を押してください. そして,

```
$ cd lecture4/meshing
```

と入力して, 「Enter」を押して, `meshing` ディレクトリへ移動してください.

```
$ ./meshing
```

と入力して, 「Enter」を押すと, メッシュファイル `mesh.dat`, 初期条件ファイル `ic.dat`, 境界条件ファイル `bc.dat`, 有限要素解析用パラメータファイル `param_fea.dat`, UCD フォーマットの可視化用ファイル `meshing.inp` が作成されます. メッシュファイル `mesh.dat`, 初期条件ファイル `ic.dat`, 境界条件ファイル `bc.dat`, 有限要素解析用パラメータファイル `param_fea.dat` を `fea` ディレクトリへ移動させてください.

```
$ mv mesh.dat ic.dat bc.dat param_fea.dat ../fea
```

と入力して, 「Enter」を押してください.



MinGW のターミナル画面で

```
$ cd
```

と入力して、「Enter」を押してください。そして、

```
$ cd lecture4/fea
```

と入力して、「Enter」を押して、fea ディレクトリへ移動してください。

```
$ ./fea
```

と入力して、「Enter」を押すと、AVS UCD フォーマットの可視化用ファイル **result.inp** が作成されます。ParaView を用いて可視化すると、図 8.1 のように、引張変形の様子が表示されます。

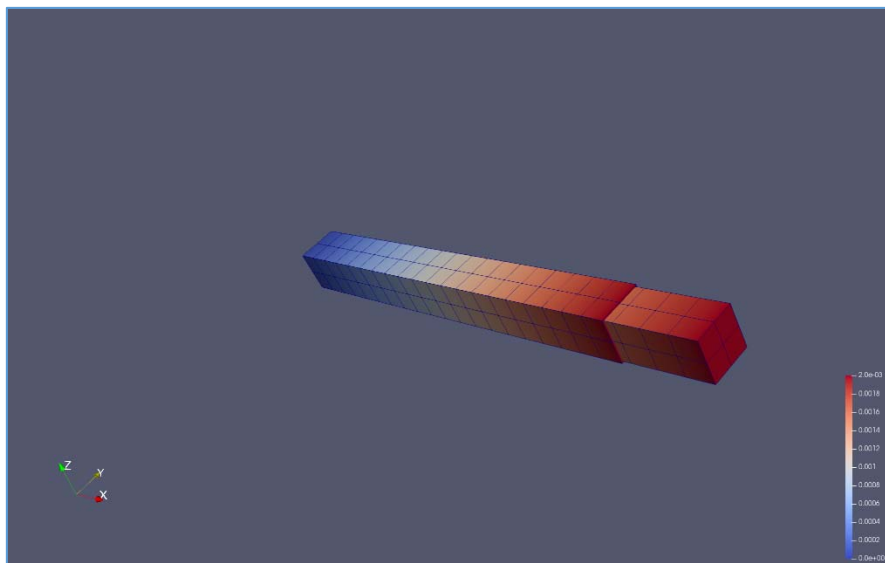


図 8.1 引張変形の様子

## 9. おわりに

第 4 回では、有限要素法の基本モジュールを作成し、直方体メッシングプログラムと線形弾性体の有限要素解析プログラムを実行しました。

引張変形の解析を行いました。計算結果は正しいのでしょうか？次回は、厳密解と得られた計算結果を比較します。何か質問がありましたら、橋本 (メールアドレス: [ghashimoto@k.u-tokyo.ac.jp](mailto:ghashimoto@k.u-tokyo.ac.jp)) に連絡してください。