OPTYMALIZACJA W SYSTEMACH STEROWANIA

WAHADŁO REAKCYJNE

Binduga Piotr

Świerk Kajetan

# 1. Sformułowanie problemu

Celem projektu jest doprowadzenie wahadła reakcyjnego do górnej pozycji startując z pozycji dolnej za pomocą wyznaczonego sterowania czasooptymalnego.

# 2. Model obiektu

Model wahadła reakcyjnego można opisać za pomocą równań:

gdzie:

-

– moment bezwładności wahadła -

– masa wahadła -

– masa koła -

– długość wahadła -

– odległość od osi obrotu do środka masy wahadła -

– moment bezwładności koła -

– przyspieszenie kątowe wahadła

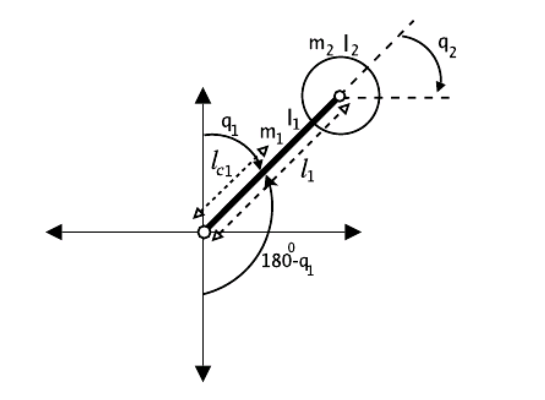
– przyspieszenie kątowe koła

– masa wahadła wraz z kołem -

– odległość od osi obrotu do środka masy wahadła wraz z kołem -

– stała momentu obrotowego silnika DC -

– sterowanie



Rys. 1. Schemat wahadła reakcyjnego

Przyjmując następujące zmienne stanu:

równania stanu prezentują się następująco:

# 3. Zadanie sterowania

Zadaniem sterowania jest osiągnięcie górnego położenia równowagi tj. , w jak najkrótszym czasie . W tym celu definiujemy pomocnicze zadania optymalności przy ustalonym horyzoncie czasowym . Dla określonego pomocniczy funkcjonał jakości wyraża się za pomocą

gdzie macierz . Zbiór wartości optymalnych oznaczymy przez . Poszukiwany horyzont minimalny spełnia zależność

Na sterowanie nałożone jest ograniczenie

# 4. Całkowanie równań stanu

Do rozwiązania równań systemu zastosowano metodę Rungego-Kutty 4. rzędu z krokiem

gdzie to prawa strona równania systemu.

# 5. Zasada maksimum Pontyagrina

Hamiltonian przyjmuje postać

gdzie jest rozwiązaniem równania sprzężonego

Równania powyższe całkowane są wstecz, zaczynając od chwili końcowej co wynika wprost z danych warunków końcowych .

Zgodnie z teorią Hamiltonian dla trajektorii sprzężonej optymalnej, trajektorii optymalnej oraz sterowania optymalnego przyjmuje maksymalną wartość w każdej chwili czasu

# 6. Postać sterowania

Z postaci Hamiltonianu wynika, iż sterowaniem optymalnym jest sterowanie typu Bang-bang, tj. leżące na ograniczeniach. Sterowanie takie określone jest jednoznacznie poprzez parę , gdzie wyznacza czasy, w których następuję przełączenie sterowanie na inne ograniczenie.

Dla ustalonej liczby czasów przełączeń , optymalizację prowadzić będziemy w przestrzeni o wymiarze równym . W przestrzeni tej gradient, tj. pochodna wskaźnika jakości względem czasów przełączeń wynosi

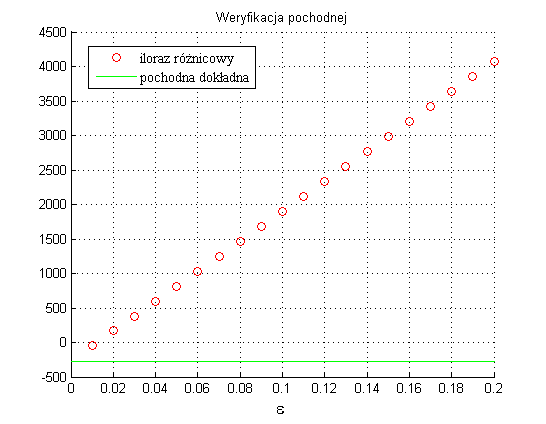
gdzie

natomiast to tzw. funkcja przełączająca, określona jako

# 6. Weryfikacja pochodnej wskaźnika jakości względem czasów przełączeń

W celu dokonania weryfikacji przeprowadzono prosty eksperyment. Dla danego czasu przełączenia zaburzono chwilę jego wystąpienia o . Za pomocą klasycznego wzoru na iloraz różnicowy porównano wynik dla rosnącego z pochodną wyliczoną w poprzednim rozdziale.

Uzyskany wynik dla oraz :



# 7. Optymalizacja w przestrzeni czasów przełączeń