

FERMIONIC STATE PREPARATION AND IMAGING IN OPTICAL TWEezer ARRAY

Author: Khoruzhii Kirill

Date: March 31, 2025

Contents

1	Single-atom spin resolved free space imaging	2
1.1	Experimental setup	2
1.2	SSH Model	3
1.3	Image Processing	3
2	Tweezer Array	3
2.1	Experimental setup	3
2.2	Generating with AODs	3
2.3	Control	4
2.4	Balancing	5
2.5	State preparation	5
3	Fermi-Hubbard Model	6
3.1	Introduction	6
3.2	Code	6
4	Appendix	6
4.1	Image Processing	6
4.2	Boolean Decomposition	6

Базовая структура диплома:

1. deterministic state preparation (single tweezer)
 - (a) loading (2D MOT, MOT, Dipol Trap, Tweezer)
 - (b) spilling
2. single-atom spin resolved free space imaging
 - (a) ! flashing and model
 - (b) ! image processing
3. deterministic state preparation (tweezer array)
 - (a) ! generating
 - (b) ! control
 - (c) ! balancing

Это история про то как сделать и сфотографировать спиновое состояние в твизере.

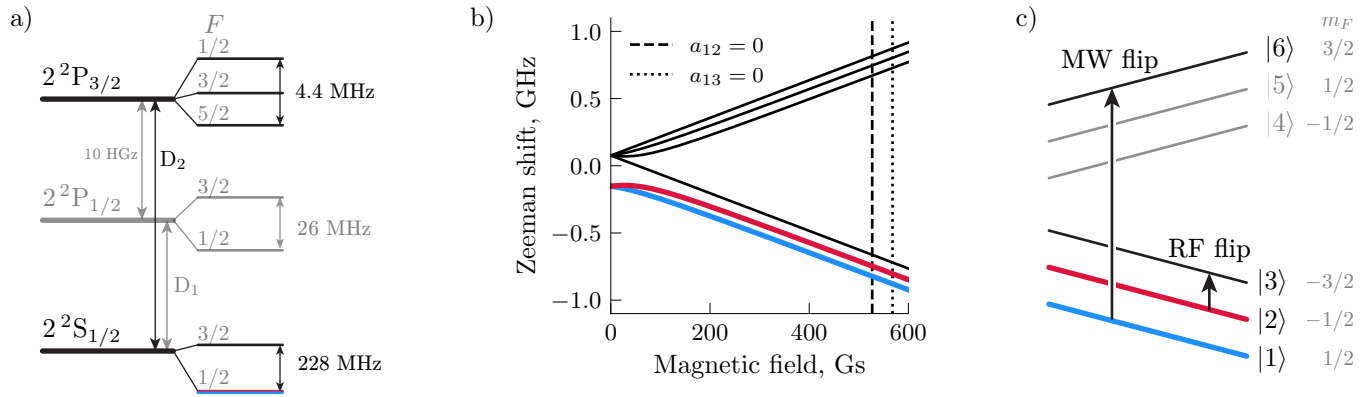


Figure 1: **^6Li energy levels.** a) Level diagram of the ground and 2P excited states of ^6Li [1]. b) Zeeman splitting of the hyperfine levels of the $2^2S_{1/2}$ state in ^6Li [2, 3]. With dashed line was marked non-interacting regime for 1-2 mixture at 527 Gs. c) As different spin states for physics we consider state $|1\rangle$ and $|2\rangle$, but for imaging it is worth to flip them to close transitions. Можно разделить (b), чтобы показать и расщепление для P32.

Ещё было бы здорово добавить картинки

- Демонстрация с Random Unitaries (Xinyi тезис)
- Схема установки, фото 3D mot
- BEC
- ? Feshbach resonance
- Imaging: Эксперимент. Alternating beams (с осциллографа), разница двух облачков (один, два continuous, два alternating)
- Imaging: histogram noise vs atoms, raw nuvu img
- MWM (simulation, ? observed)
- Flashing. Экспериментальная установка, табличка с её параметрами
- State preparation: spilling. Схематичное изображение (посмотреть в Heidelberg thesis). Step plot.
- State preparation: схема подготовки site- and spin- resolved состояния.
- Стабилизация: итерации стабилизации для single-value feedback
- Theory: описание fermi-hubbard, фазовая диаграмма (посмотреть coepsill)
- Theory: термализация vs локализация для решётки 8×8
- Theory: вклад от лабиринтов в локализацию
- Tweezer Array. Схема AOD, crosstalk basics

1 Single-atom spin resolved free space imaging

1.1 Experimental setup

Здесь схема оптики для подготовки лучей в preparation board и схема лучей и подключения для main board.

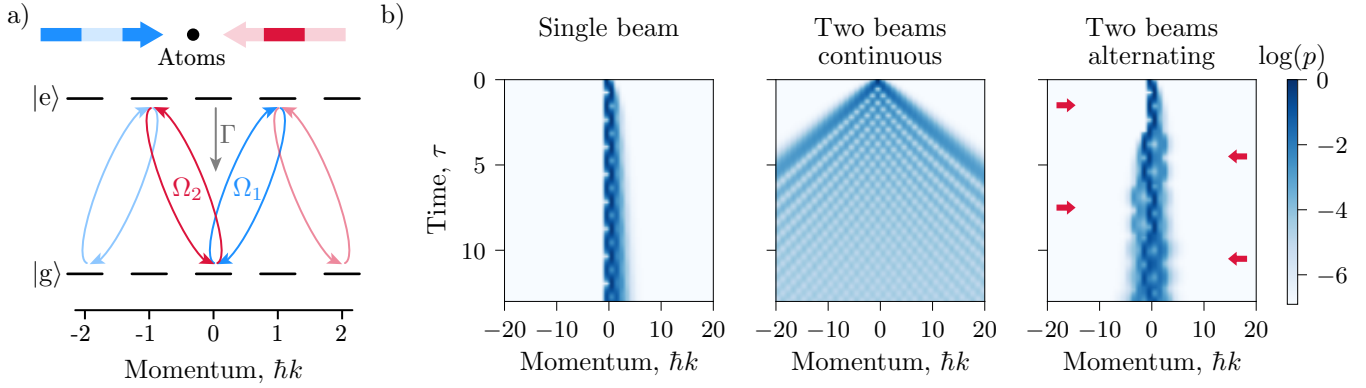


Figure 2: **Momentum-space dynamics in the SSH model.** a) Atoms undergo momentum-changing transitions via couplings Ω_1 and Ω_2 , realizing a SSH-like quantum walk. b) Momentum distributions over time for different beam configurations: single beam (left) shows small shift; two continuous beams (middle) result in fast spreading; alternating beams (right) suppress spread.

1.2 SSH Model

Исходно SSH model выглядит как

$$H = t_1 \sum_n |n, B\rangle \langle n, A| + t_2 \sum_n |n+1, A\rangle \langle n, B| + \text{h.c.}$$

что в нашем случае переписывается в виде

$$H = \frac{\Omega_1}{2} \sum_p |p, g\rangle \langle p+1, e| + \frac{\Omega_2}{2} \sum_p |p-1, e\rangle \langle p, g| + \text{h.c.}$$

где в случае с flashing коэффициенты становятся зависимыми от времени. Можно численно решить уравнение Линдблада для TLS в двух случаях

$$i\hbar \partial_t \rho = [H, \rho] + \mathcal{L}[\rho]$$

Таким образом принципиально делать лучи чередующимися. Тут можно добавить картинку $\rho(t, k)$ (done) и схемы с ssh моделью и тем как лучи используем.

1.3 Image Processing

На каждой из фотографий в каждой выделенной области хочется уметь отличать наличие атома от его отсутствия, что в контексте наличия шумов становится нетривиальным. Можно было бы просто посчитать Pixel Integral (добавить рисунок, а), но можно лучше. Расположим оптику (схема оптики) таким образом, что в среднем на пиксель приходилось по фотону. Измерим какой сигнал на один фотон мы ожидаем и в соответствии с этим выставим threshold. Таким образом может быть отфильтрована большая часть шума (b). Но дальше можно воспользоваться информацией о том, что атомы излучают кучно (пример двух фото с одним counts, с атомом и без), в отличие от случайного шума. Так что отфильтровав низкие частоты, свернув изображение с гауссовым фильтром, пролучаем (c).

2 Tweezer Array

2.1 Experimental setup

Здесь схема оптики для подготовки лучей твизеров, схема подключения и генерации.

2.2 Generating with AODs

Acousto Optic Deflector (AOD). AOD, как и AOM, состоит из кристалла, который модулируется пьезоэлементом. Проходящие через кристалл фотоны ($\mathbf{k}_{\text{in}}, \omega_{\text{in}}$) рассеиваются на фононах (\mathbf{q}, Ω) via Bragg diffraction. To have higher efficiency we need to satisfy Bragg condition (проверить и добавить источник)

$$n_{\text{sc}} q = k_{\text{in}} \sin(\theta),$$

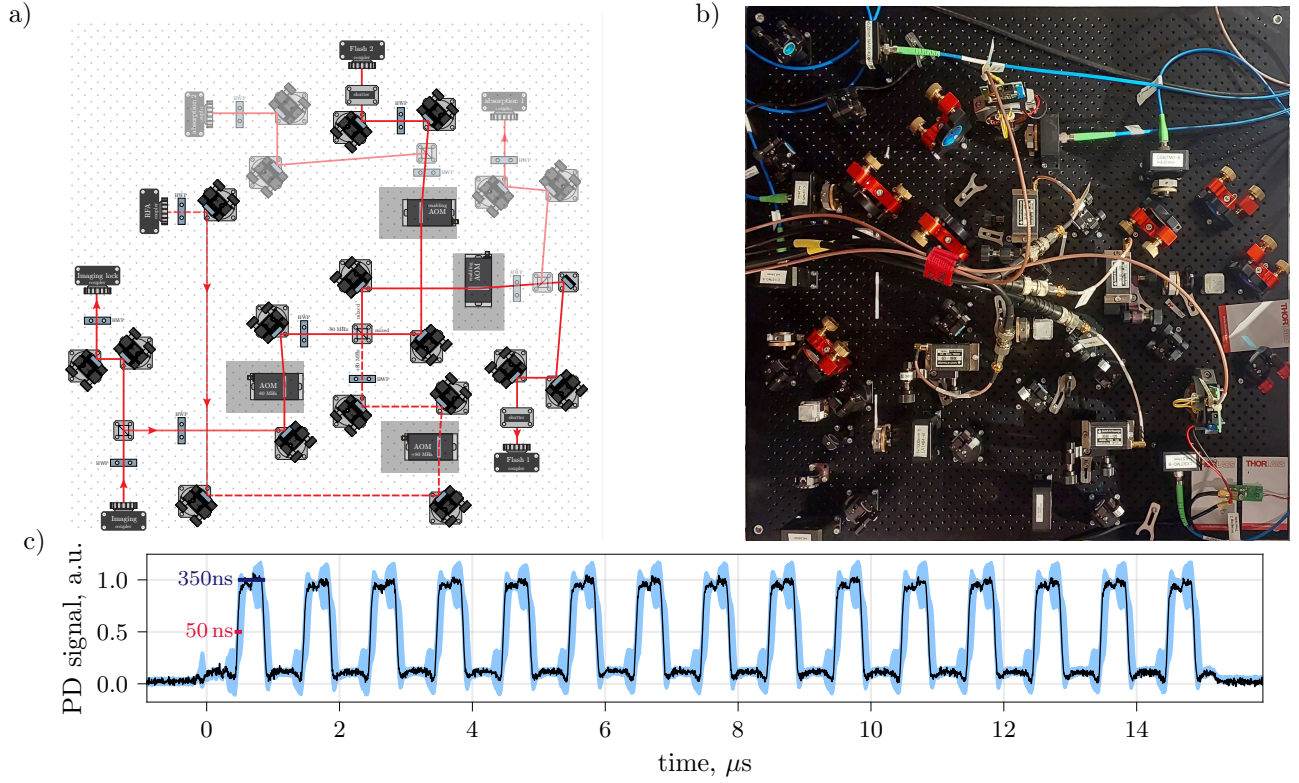


Figure 3: **Distribution board for flashing.** a) Optical layout of the board used to combine and control light for free-space imaging states $|3\rangle$ and $|6\rangle$. b) Experimental implementation. c) PD signal of the flashing measured on an oscilloscope (black – a single experimental run, blue – the standard deviation over 20 runs, red – rise time).

где θ это угол между \mathbf{k} и нормалью к \mathbf{q} (добавить рисунок). Внутри AOD находится несколько пьезоэлементов, к которым ведут провода подобранной длины так, чтобы при изменении частоты Ω направление \mathbf{q} менялось соответствующим Bragg condition образом. Это помогает улучшить дифракционную эффективность (добавить определение или ссылку) AOD. На выходе получаются $(\mathbf{k}_{\text{out}}, \omega_{\text{out}}) = (\mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{q}, \omega_{\text{in}} + \Omega)$. Имея набор частот в модулирующем сигнале (\mathbf{q}_j, Ω_j) получим на выходе набор лучей

$$(p_j, \mathbf{k}_j, \omega_j) = (F_j(\mathbf{a}, \omega_{\text{in}}), \mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{q}_j, \omega_{\text{in}} + \Omega_j),$$

с мощностью в каждом луче на выходе p_j . Регулируя вектор амплитуд \mathbf{a} , подающихся в AOD можно контролировать выходную мощность \mathbf{p} .

2.3 Control

Описанное в этой секции можно обобщить, как model-based control. Я хочу отметить, что изначально подходил к этой задаче через model-free control, например через Stochastic Local Search (SLS) (добавить ссылку). У SLS есть явные плюсы: gradient-free (можем работать с любыми функциями), memory-free (устойчива в отличие от model-based подходов к изменению в установке во время оптимизации). Но конкретно для нас преимущества model-based подхода явно перевешивали все недостатки.

Tweezer array control (1D). Для управление AOD критично знать функцию F , которую для фиксированных частот удобно разложить по Тейлору

$$p_j = F_j(\mathbf{a}) = F_j(\mathbf{0}) + F'_{ji} a_i + \frac{1}{2} F''_{ji_1 i_2} a_{i_1} a_{i_2} + \dots$$

Что соответствует просто линейной регрессии (добавить пример crosstalk matrix F'_{ij}) с полиномиальными features. В диапазоне сделать введение про амплитуды от 0.7 до 1.0 достаточно (добавить таблицу с R^2 score и relative error для различных степеней) сохранить линейные и квадратичные слагаемые. Константа отсутствует, так как $F(\mathbf{0}) = 0$.

Tweezer array control (2D). Расположив two tweezers ортогонально друг за другом (ссылка на схему), можно получить двухмерный массив атомов, результирующая мощность которого может быть записана в виде

тензорного произведения $p_{ij} = u_i v_j$. Факторизацию output power легко проверить через

$$p \stackrel{\text{SVD}}{=} U \Lambda V^T = \sum_j \lambda_j \mathbf{u}_j \mathbf{v}_j^T, \quad \text{factorisability} = \lambda_0 / \text{tr } \Lambda$$

с естественной мерой факторизуемости (добавить графики, демонстрирующей факторизуемость).

В дальнейшем пригодится более more explicit factorisation p . Будем искать факторизацию в виде $p_{ij} = \lambda u_i v_j$. Для этого выберем нормировку \mathbf{u}, \mathbf{v} такую, что $\sum_i u_i = \sum_j v_j = 1$. Тогда можем явно выразить факторизацию

$$\frac{1}{\lambda} \sum_j p_{ij} = u_i \sum_j v_j = u_i, \quad \frac{1}{\lambda} \sum_i p_{ij} = v_j \sum_i u_i = v_j, \quad \sum_{ij} p_{ij} = \lambda. \quad (1)$$

На практике удобно зафиксировать среднее значение амплитуд $\langle \mathbf{a}_{\text{hor}} \rangle$ и $\langle \mathbf{a}_{\text{ver}} \rangle$, управляя λ с помощью общего АОМ (ссылка на схему). Таким образом задача управления системы из двух ортогональных AOD факторизуется до отдельного управления двумя AOD.

2.4 Balancing

Camera based balancing. Поставив камеру в схему (добавить схему pizza slice, указать камеру) с flip-mirror, для $\mathbf{a} \in [0.7, 1.0]^n$, где n это количество твизеров, мы можем измерить пары (\mathbf{a}, \mathbf{p}) для восстановления F . Аналогично (2) по \mathbf{a}, \mathbf{p} можем восстановить $F'_{ji}, F''_{j_1 i_2}, \dots$ (ссылка на код). (таблица с результатами: R^2 , relative rmse для массивов разных размеров).

Step plots. Повторяя схему эксперимента deterministic state preparation для массива атомов, можем измерить step plots для всех атомов (добавить step plot). Так как нам не нужно различать на каждой отдельной фотографии количество атомов, достаточно ориентироваться на photon count. Этот способ хоть и подвержен большим флуктуациям, по сравнению с atom count, является более устойчивым и не имеет свободных параметров image processing. Изменяя tweezer spill power x_{sp} , получим характерные step plots. Параметры step plot можно определить by fitting sigmoid function

$$\text{sigmoid}(x) = \frac{A_j}{1 + \exp(-(x - x_j)/\sigma_j)},$$

а именно x_j – центры sigmoid. Camera based balancing enough to achieve $\text{std}(x_j)/\text{mean}(x_j) = 2\%$ for 4×4 tweezer array (добавить таблицу с результатами camera based balancing: $\text{std}(x_j)/\text{mean}(x_j)$). Однако для улучшения балансировки удобно произвести итеративное улучшение (ссылка на princeton) на основе feedback loop.

Feedback loop. Балансировку удобно делать в чувствительной области, а именно в точку где мы видим в среднем 0.5 атомов, что соответствует photon counts $A_j/2$. После предварительной camera based balancing мы находимся в диапазоне $x_{\text{sp}} - x_j \ll x_j$. Во время feedback loop будем ориентироваться на режим, где каждая сигмоида can be approximated by linear dependence

$$\text{sigmoid}(x)|_{x \in [-4\sigma_j, +4\sigma_j]} \approx \frac{A_j}{2} + \frac{A_j}{4\sigma_j} (x - x_j).$$

На основе измеренного photon counts y_j мы хотим обновить набор амплитуд $\mathbf{a}_{\text{hor}}, \mathbf{a}_{\text{ver}}$ и tweezer spill power x_{sp} .

$$s_j = 1 + \gamma \left(\frac{1}{2} - \frac{y_j}{A_j} \right) \frac{4\sigma_j}{p_j}.$$

Через (1) получаем обновленные значения $x_{\text{sp}}, \mathbf{a}_{\text{hor}}, \mathbf{a}_{\text{ver}}$.

2.5 State preparation

Чтобы подготовить состояние $M_{ij} = u_i v_j$ it is enough just slightly decrease corresponding amplitudes, to stay in linear regime, but to be lower than threshold.

Чтобы через spilling подготовить произвольную матрицу M_{ij} можно сделать несколько этапов выливания. Допустим мы уже подготовили единичное заполнение и хотим вылить один атом для $i = i', j = j'$. Тогда ослабим $u_{i'}, v_{j'}$ так, чтобы $u_{i'} v_{j'}$ было бы меньше threshold, but $u_{i'} v_{j \neq j'}$ больше threshold. Таким образом мы удалим один единственный атом (i', j') . Таким образом во время вторичного spilling, ослабляя некоторые компоненты u, v можем добиться того, чтобы удалить произвольный факторизуемый паттерн.

Повторяя процесс несколько раз, можем удалить все ненужные атомы. В наивной реализации можем удалять строчка, за строчкой (или столбец за столбцом), таким образом для массива $n \times n$ we can achieve arbitrary pattern with at most n spilling iterations. Можем несколько формализовать этот процесс, введя binary матрицу W_{ij} удаленных атомов $n \times n$, для которой 0 значит, что атом не выливали, а 1 значит что его вылили. Каждый процесс выливания меняет $W_{ij} \rightarrow W_{ij} + u_i v_j$ for some binary u_i, v_j and для булевой логики: $0+0=0, 0+1=1, 1+1=1$. Нахождение булевой декомпозиции является NP-complete задачей, более того the bipartite dimension is NP-hard to approximate. Но нам достаточно просто немного сэкономить количество spilling итераций, оптимизация этого процесса описана в Appendix: Boolean Decomposition.

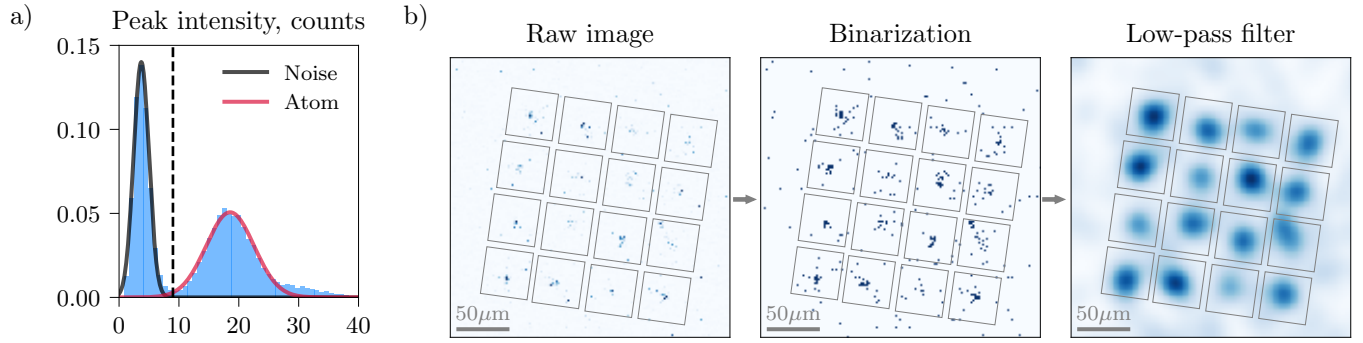


Figure 4: **Single-atom identification and image processing.** a) Histogram of peak intensities extracted from binarized and low-pass filtered images shows a bimodal distribution: the first peak corresponds to camera noise (black), the second corresponds to single atoms (red). The dashed line indicates the threshold used for atom identification. b) Image processing pipeline: Raw fluorescence image (left), binarization by intensity thresholding (center), and application of a low-pass filter (right) to reveal spatially localized atomic signals.

Тут хочется добавить общую последовательность эксперимента. То есть если говорю про imaging with flashing, добавим что происходит с магнитным полем и прочим важным (спросить Намана). Аналогично для state preparation, imaging.

3 Fermi-Hubbard Model

3.1 Introduction

Тут немного расскажу а что вообще есть по fermi-hubbard модели.

3.2 Code

А тут расскажу про модель, которую сделал и что мы можем в нашем эксперименте наблюдать.

4 Appendix

4.1 Image Processing

From frequency to position. И в camera based balancing, и в atoms based balancing для обработки изображений удобно определить аффинное преобразование из frequency space to position space:

$$\mathbf{r} = H\boldsymbol{\omega} \quad \leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{\text{hor}} \\ \omega_{\text{ver}} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Можно, например, для случайных $\omega_j \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ измерить \mathbf{r}_j , таким образом сформировав две матрицы ω_{ij} with $i \in \{\text{hor}, \text{ver}\}$ and r_{ij} with $i \in \{x, y\}$. Остается решить уравнение на H (что соответствует Least squares method):

$$\mathbf{r} = H\boldsymbol{\omega}, \quad \Rightarrow \quad \mathbf{r}\boldsymbol{\omega}^T = H\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\omega}^T \quad \Rightarrow \quad \mathbf{r}\boldsymbol{\omega}^T (\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\omega}^T)^{-1} = H. \quad (2)$$

4.2 Boolean Decomposition

Мы хотим найти разложение булевой матрицы W_{ij} размера $n \times n$

$$W_{ij} = \sum_{\lambda=1}^r u_i^\lambda v_j^\lambda,$$

для наименьшего булева ранга r (или bipartite dimension). Всевозможных матриц $\text{card}\{W_{ij}\} = 2^{n^2}$. Для $n \leq 5$ it about 34 million states, so it can be decomposed with brute force ([ссылка на код](#)). Можно

Для больших n можем попробовать подход с flip graph. ТВА.

References

- [1] Michael Eric Gehm. *Preparation of an optically-trapped degenerate Fermi gas of 6Li : Finding the route to degeneracy*. PhD thesis, January 2003. Publication Title: Ph.D. Thesis ADS Bibcode: 2003PhDT.....61G.
- [2] Friedhelm Serwane. *Deterministic preparation of a tunable few-fermion system*. Dissertation, 2011.
- [3] N. Šibalić, J. D. Pritchard, C. S. Adams, and K. J. Weatherill. ARC: An open-source library for calculating properties of alkali Rydberg atoms. *Computer Physics Communications*, 220:319–331, November 2017.