Fermionic State Preparation and Imaging in Optical Tweezer Array

Author: Khoruzhii Kirill

Date: *December 10, 2024*

Contents

Базовая структура диплома:

1. deterministic state preparation (single tweezer)
    (a) loading (2D MOT, MOT, Dipol Trap, Tweezer)
    (b) spilling
2. single-atom spin resolved free space imaging
    (a) ! flashing and model
    (b) ! image processing
3. deterministic state preparation (tweezer array)
    (a) ! generating
    (b) ! controlling
    (c) ! balancing

1 Tweezer Array

1.1 Generating with AODs

Acousto Optic Deflector (AOD). AOD, как и AOM, состоит из кристалла, который модулируется пьезоэлементом. Проходящие через кристалл фотоны $(\boldsymbol{k}_{\text{in}}, \omega_{\text{in}})$ рассеиваются на фононах $(\boldsymbol{q}, \Omega)$ via Bragg diffraction. To have higher efficiency we need to satisfy Bragg condition (проверить и добавить источник)

$$n_{\text{sc}} q = k_{\text{in}} \sin(\theta),$$

где θ это угол между $\boldsymbol{k}$ и нормалью к $\boldsymbol{q}$ (добавить рисунок). Внутри AOD находится несколько пьезоэлементов, к которым ведут провода подобранной длины так, чтобы при изменение частоты Ω направление $\boldsymbol{q}$ менялось соответсвующим Bragg condition образом. Это помогает улучшить диффракционную эффективность (добавить определение или ссылку) AOD. На выходе полуются $(\boldsymbol{k}_{\text{out}}, \omega_{\text{out}}) = (\boldsymbol{k}_{\text{in}} + \boldsymbol{q}, \omega_{\text{in}} + \Omega)$. Имея набор частот в модулирующем сигнале $(\boldsymbol{q}_j, \Omega_j)$ получим на выходе набор лучей

$$(p_j, \boldsymbol{k}_j, \omega_j) = (F_j(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}), \boldsymbol{k}_{\text{in}} + \boldsymbol{q}_j, \omega_{\text{in}} + \Omega_j),$$

с мощностью в каждом луче на выходе p_j. Регулируя вектор амплитуд $\boldsymbol{a}$, подающихся в AOD можно контролировать выходную мощность $\boldsymbol{p}$.

1.2 Controlling

Описанное в этой секции можно обобщить, как model-based control. Я хочу отметить, что изначально подходил к этой задачи через model-free control, например через Stochastic Local Search (SLS) (добавить ссылку). У SLS есть явные плюсы: gradient-free (можем работать с любыми функциями), memory-free (устойчива в отличие от model-based подходов к изменению в установке во время оптимизации). Но конкретно для нас преимущества model-based подхода явно перевешивали все недостатки.

Tweezer array control (1D). Для управление AOD критично знать функцию F, которую для фиксированных частот удобно разложить по Тейлору

$$p_j = F_j(\boldsymbol{a}) = \cancel{F_j(\boldsymbol{0})} + F'_{ji} a_i + \tfrac{1}{2} F''_{ji_1 i_2} a_{i_1} a_{i_2} + \dots$$

Что соответсвует просто линейной регрессии (добавить пример crosstalk matrix F'_{ij}) с полиномиальными fetures. В диапазоне сделать введение про амплитуды от 0.7 до 1.0 достаточно (добавить таблицу с R^2 score и relative error для различных степеней) сохранить линейные и квадратичные слагаемые. Константна остутсвет, так как $F(\boldsymbol{0}) = 0$.

Tweezer array control (2D). Расположив two tweezers ортогонально друг за другом (ссылка на схему), можно получить двухмерный массив атомов, результирующая мощность которого может быть записана в виде тензорного произведения $p_{ij} = u_i v_j$. Факторизацию output power легко проверить через

$$p \overset{\text{SVD}}{=} U \Lambda V^{\mathrm{T}} = \textstyle\sum_j \lambda_j \boldsymbol{u}_j \boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}, \qquad \text{factorisability} = \lambda_0 / \operatorname{tr} \Lambda$$

с естественной мерой факторизуемости (добавить графики, демонстрирующией факторизуемость).

В дальнейшем пригодится более more explicit factorisation p. Будем искать факторизацию в виде $p_{ij} = \lambda u_i v_j$. Для этого выберем нормировку $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ такую, что $\sum_i u_i = \sum_j v_j = 1$. Тогда можем явно выразить факторизацию

$$\tfrac{1}{\lambda} \textstyle\sum_j p_{ij} = u_i \sum_j v_j = u_i, \qquad \tfrac{1}{\lambda} \sum_i p_{ij} = v_j \sum_i u_i = v_j, \qquad \sum_{ij} p_{ij} = \lambda. \tag{1}$$

На практике удобно зафиксировать среднее значение амплитуд $\langle \boldsymbol{a}_{\text{hor}} \rangle$ и $\langle \boldsymbol{a}_{\text{ver}} \rangle$, управляя λ с помощью общего AOM (ссылка на схему). Таким образом задача управления системы из двух ортогональных AOD факторизуется до отдельного управления двумя AOD.

1.3 Balancing

Camera based balancing. Поставив камеру в схему (добавить схему pizza slice, указать камеру) с flip-mirrow, для $\boldsymbol{a} \in [0.7, 1.0]^n$, где n это количество твизеров, мы можем измерить пары $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{p})$ для восстановления F. Аналогично (2) по a, p можем восстановить F'_{ji}, $F''_{ji_1 i_2}$, ... (ссылка на код). (таблица с результатами: R^2, relative rmse для массивов разных размеров).

Step plots. Повторяя схему эксперимента deterministic state preparation для массива атомов, можем измерить step plots для всех атомов (добавить step plot). Так как нам не нужно различать на каждой отдельной фотографии количество атомов, достаточно ориентироваться на photon count. Этот способ хоть и подвержен большим флуктуациям, по сранению с atom count, является более устойчивым и не имеет свободных параметром image processing. Изменяя tweezer spill power x_{sp}, получим характерные step plots. Параметры step plot можно определить by fitting sigmoid function

$$\text{sigmoid}(x) = \frac{A_j}{1 + \exp(-(x - x_j)/\sigma_j)},$$

а именно x_j – центры sigmoid. Camera based balancing enough to achieve $\text{std}(x_j)/\,\text{mean}(x_j) = 2\%$ for 4×4 tweezer array (добавить таблицу с результатами camera based balancing: $\text{std}(x_j)/\text{mean}(x_j)$). Однако для улучшения балансировки удобно произвести итеративное улучшение (ссылка на prinston) на основе feedback loop.

Feedback loop. Балансировку удобно делать в чувствительной области, а именно в точку где мы видим в среднем 0.5 атомов, что соответсвует photon counts $A_j/2$. После предварительной camera based balancing мы находимся в диапозоне $x_{\text{sp}} - x_j \ll x_j$. Во время feedback loop будем ориентироваться на режим, где каждая сигмоида can be approximated by linear dependence

$$\text{sigmoid}(x)|_{x \in [-4\sigma_j, +4\sigma_j]} \approx \frac{A_j}{2} + \frac{A_j}{4\sigma_j}(x - x_j).$$

На основе измеренного photon counts y_j мы хотим обновить набор амплитуд $\boldsymbol{a}_{\text{hor}}$, $\boldsymbol{a}_{\text{ver}}$ и tweezer spill power x_{sp}.

$$s_j = 1 + \gamma \left(\frac{1}{2} - \frac{y_j}{A_j} \right) \frac{4\sigma_j}{p_j}.$$

Через (1) получаем обновленные значения x_{sp}, $\boldsymbol{a}_{\text{hor}}$, $\boldsymbol{a}_{\text{ver}}$.

2 Appendix

2.1 Image Processing

From frequency to position. И в camera based balancing, и в atoms based balancing для обработки изображений удобно определить афинное преобразование из frequency space to position space:

$$\boldsymbol{r} = H\boldsymbol{\omega} \quad \leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{\text{hor}} \\ \omega_{\text{ver}} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Можно, например, для случайных $\boldsymbol{\omega}_j \in [\omega_{\text{min}}, \omega_{\text{max}}]$ измерить $\boldsymbol{r}_j$, таким образом сформировав две матрицы ω_{ij} with $i \in \{\text{hor, ver}\}$ and r_{ij} with $i \in \{x, y\}$. Остается решить уравнение на H (что соответсвует Least squares method):

$$r = H\omega, \quad \Rightarrow \quad r\omega^{\text{T}} = H\omega\omega^{\text{T}} \quad \Rightarrow \quad r\omega^{\text{T}} \left(\omega\omega^{\text{T}}\right)^{-1} = H. \tag{2}$$