

FERMIONIC STATE PREPARATION AND IMAGING IN OPTICAL TWEEZER ARRAY

Author: Khoruzhii Kirill

Date: May 8, 2025

Contents

1 Single-atom spin resolved free space imaging	9
1.1 Experimental setup	9
1.2 SSH Model	9
1.3 Image Processing	9
2 Tweezer Array	9
2.1 Experimental setup	9
2.2 Generating with AODs	9
2.3 Control	9
2.4 Balancing	10
2.5 State preparation	10
3 Fermi-Hubbard Model	11
3.1 Introduction	11
3.2 Code	11
4 Appendix	11
4.1 Image Processing	11
4.2 Boolean Decomposition	11

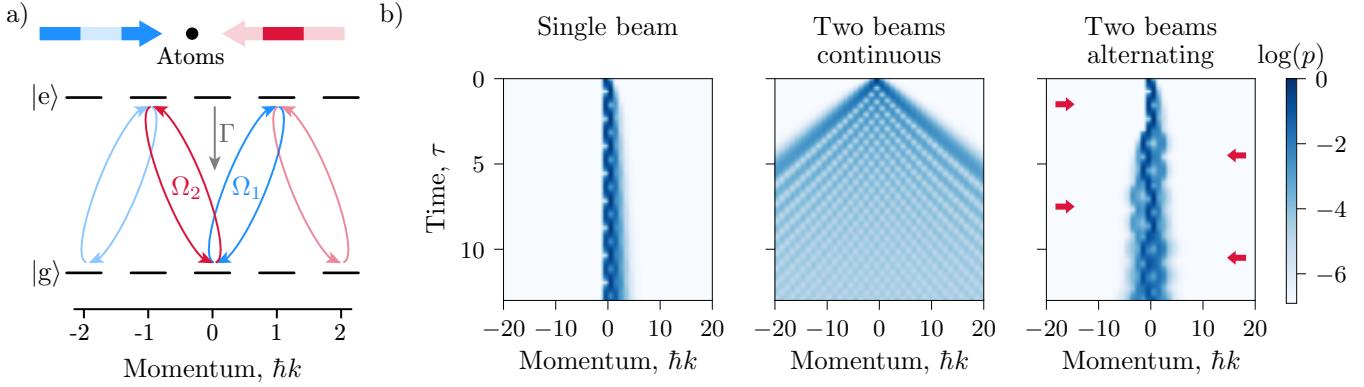


Figure 1: **Momentum-space dynamics in the SSH model.** a) Atoms undergo momentum-changing transitions via couplings Ω_1 and Ω_2 , realizing a SSH-like quantum walk. b) Momentum distributions over time for different beam configurations: single beam (left) shows small shift; two continuous beams (middle) result in fast spreading; alternating beams (right) suppress spread.

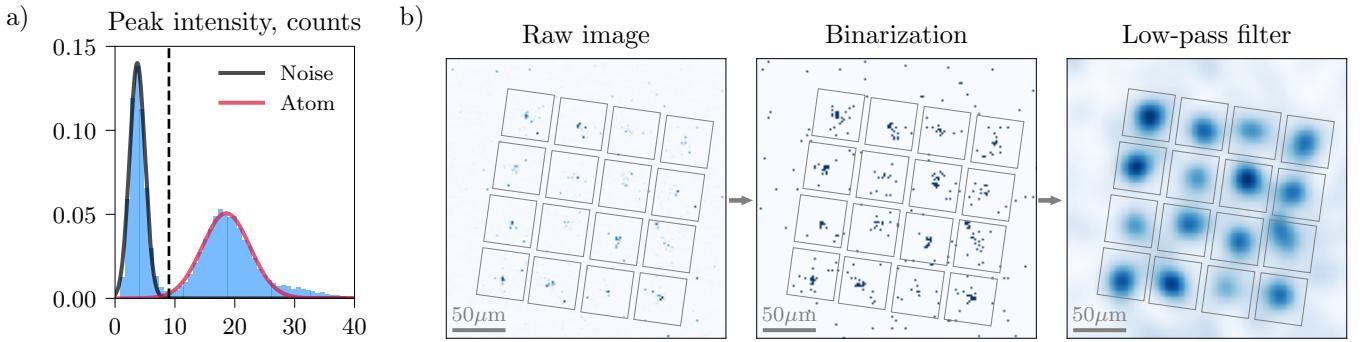


Figure 2: **Single-atom identification and image processing.** a) Histogram of peak intensities extracted from binarized and low-pass filtered images shows a bimodal distribution: the first peak corresponds to camera noise (black), the second corresponds to single atoms (red). The dashed line indicates the threshold used for atom identification. b) Image processing pipeline: Raw fluorescence image (left), binarization by intensity thresholding (center), and application of a low-pass filter (right) to reveal spatially localized atomic signals.

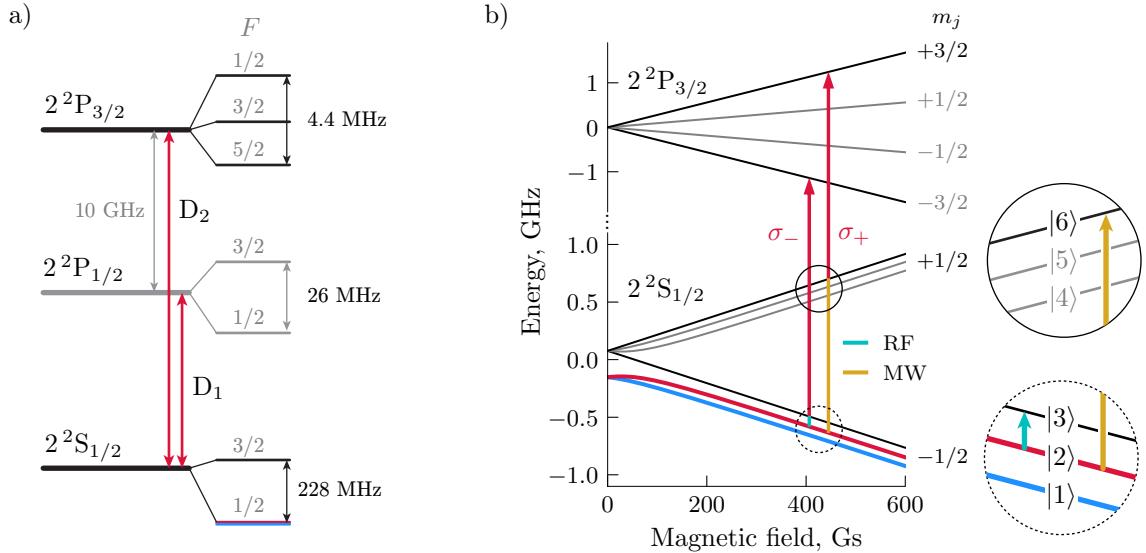


Figure 3: ${}^6\text{Li}$ energy levels. a) Level diagram of the ground and excited states of ${}^6\text{Li}$ [1], including the D_1 and D_2 transitions around $\lambda = 671$ nm. b) Zeeman splitting of the hyperfine levels of the $2^2\text{S}_{1/2}$ and $2^2\text{P}_{3/2}$ in ${}^6\text{Li}$ [2, 3]. As different spin states for physics we consider state $|1\rangle$ and $|2\rangle$, but for imaging it is worth to flip them to stretched states $|6\rangle$, $|3\rangle$. Colored lines indicate transitions driven by radiofrequency (RF) and microwave (MW) fields.

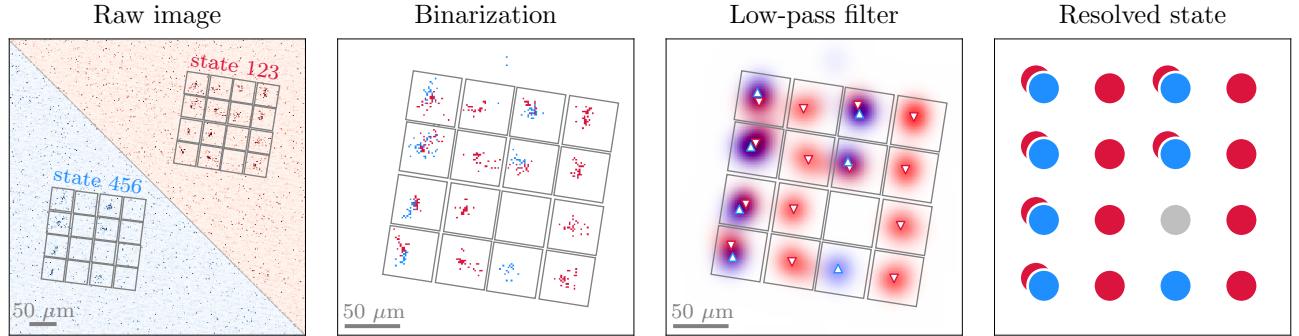


Figure 4: Spin-resolved single-atom imaging. Spatially separated σ_+ and σ_- fluorescence is imaged onto two distinct regions of the camera. The binarization step identifies photon counts above a threshold, followed by a low-pass filter to extract spatially localized signals. Final spin states are assigned based on relative signal strength in each channel: ● – $|1\rangle$, ● – $|2\rangle$, ● – no atom.

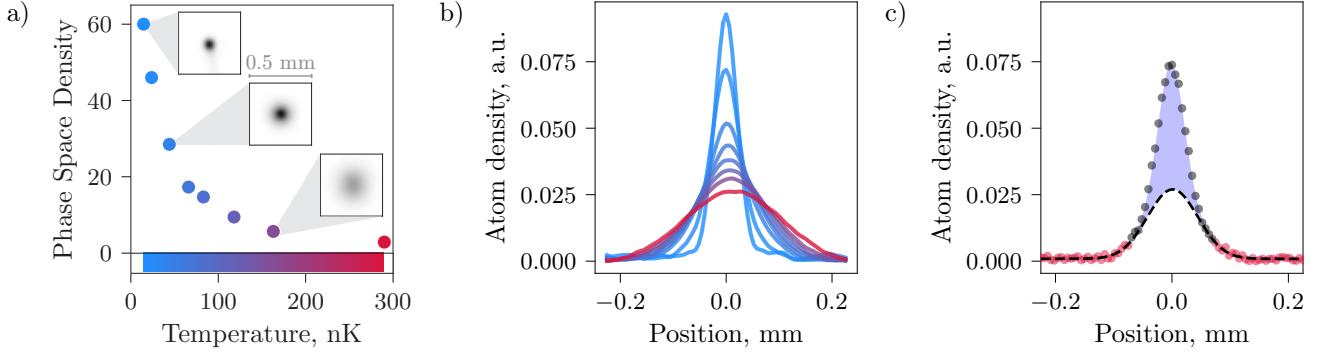


Figure 5: **Molecular Bose-Einstein condensate data.** (a) Phase space density (PSD) increases as temperature decreases via evaporative cooling, indicating condensation onset. (b) Atom density profiles normalized to unit area; color encodes temperature as in (a). (c) At low temperature, the profile shows a bimodal shape: a Gaussian fit to thermal wings (red dots) underestimates the central peak, revealing the mBEC component (blue area).

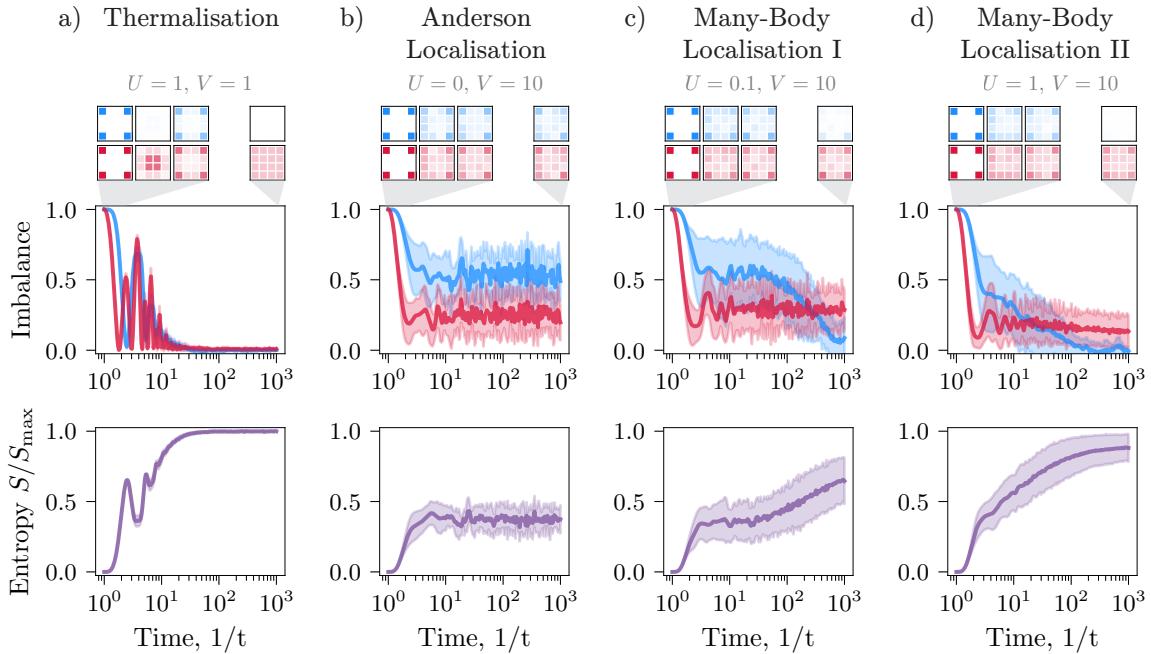


Figure 6: **Dynamical phases in a 2D Fermi-Hubbard system.** *Top:* Snapshots of particle density (red) and magnetization magnitude (blue). *Middle:* Time evolution of density imbalance (red) between corners and bulk, and subsystem magnetization (blue). *Bottom:* Normalized entanglement entropy evolution. All results are averaged over 10 noise realizations; shaded areas indicate standard deviation across realizations. Data were obtained using ED.

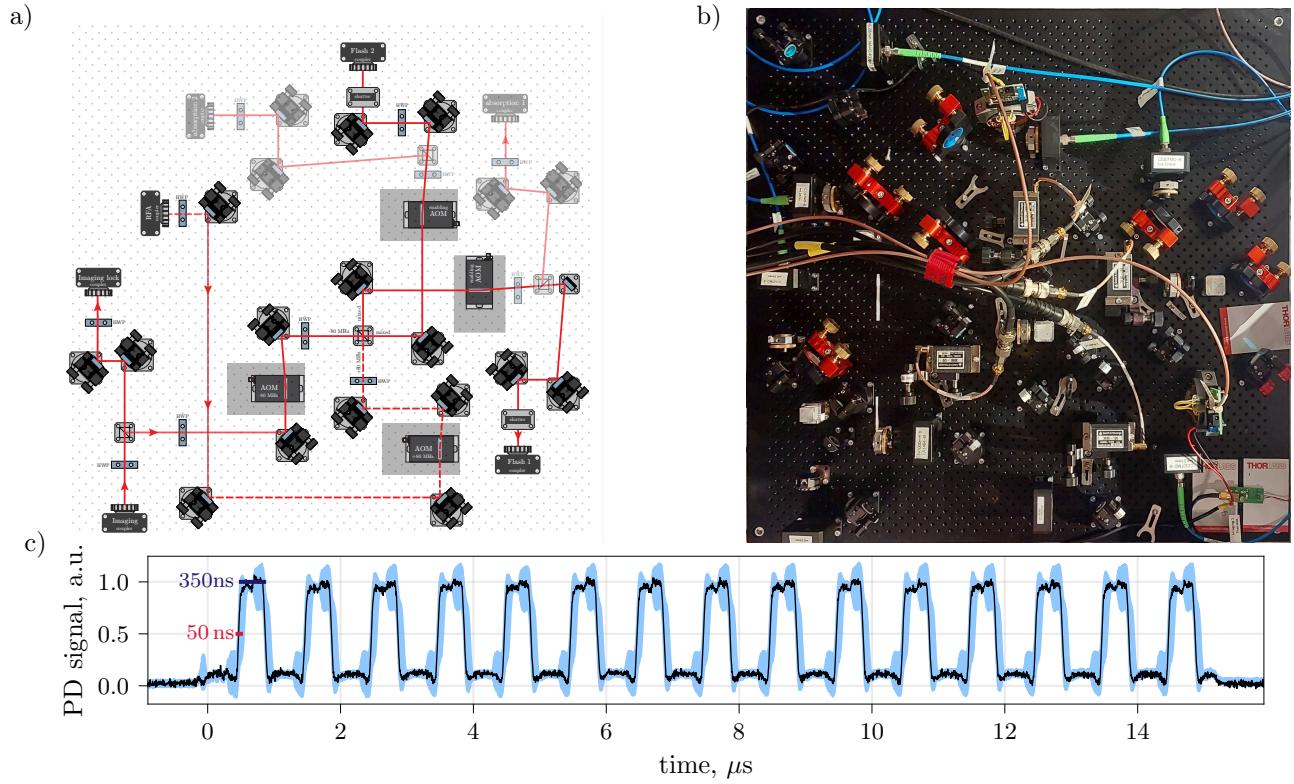


Figure 7: Distribution board for flashing. a) Optical layout of the board used to combine and control light for free-space imaging states $|3\rangle$ and $|6\rangle$. b) Experimental implementation. c) PD signal of the flashing measured on an oscilloscope (black – a single experimental run, blue – the standard deviation over 20 runs, red – rise time).

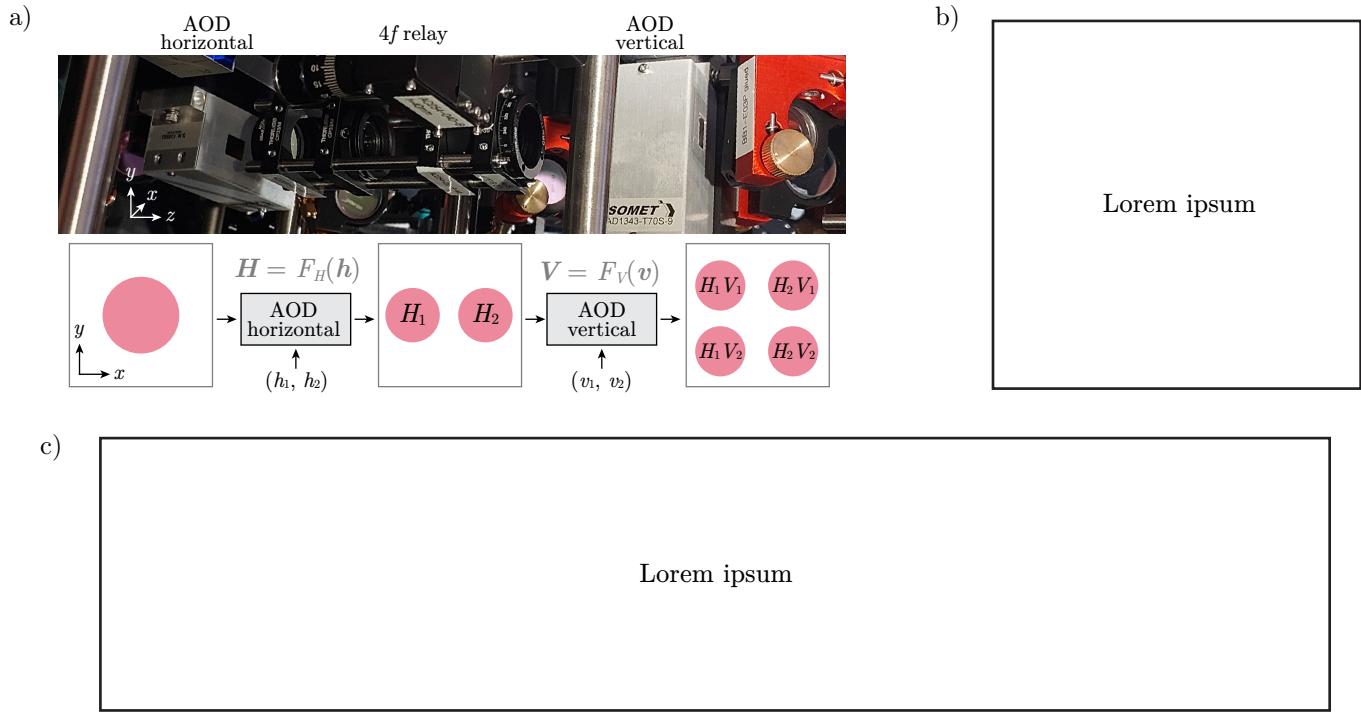


Figure 8: Эта фигура про то как управлять миром двумя AOD: как через ЛинРег восстановить crosstalk matrix для атомов и для камеры

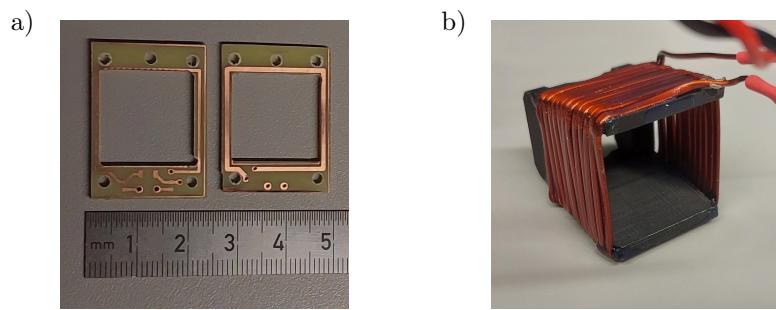


Figure 9: **Антенны.** Тут ещё два графика про fidelity RF и MW флипов.

Ближайшие шаги:

1. Доделать fig AOD: add crosstalk matrix, add example ov SVF (e.g. 6x6), add ЛинРег для атомов
2. Графики для антенн с фитом, показать fidelity
3. Сделать плашку с non-factorizable state preparation, add large Li imgs (see movie). Можно а-ля the Li добавлять сверху к средним картинкам расшифровку

Можно добавить:

- Демонстрация с Random Unitaries (Xinyi тезис)
- Схема установки, фото 3D mot
- ? Экспериментальная последовательность
- BEC
- ? Feshbach resonance
- Imaging: Эксперимент. Alternating beams (с осциллографа), разница двух облачков (один, два continuous, два alternating)
- Imaging: histogram noise vs atoms, raw nuvu img
- MWM (simulation, ? observed)
- Flashing. Экспериментальная установка, табличка с её параметрами
- State preparation: spilling. Схематичное изображение (посмотреть в Heidelberg thesis). Step plot.
- State preparation: схема подготовки site- and spin- resolved состояния.
- Стабилизация: итерации стабилизации для single-value feedback
- Theory: описание fermi-hubbard, фазовая диаграмма (посмотреть coepsill)
- Theory: термализация vs локализация для решётки 8x8
- Theory: вклад от лабиринтов в локализацию
- Tweezer Array. Схема AOD, crosstalk basics

1 Single-atom spin resolved free space imaging

1.1 Experimental setup

Здесь схема оптики для подготовки лучей в preparation board и схема лучей и подключения для main board.

1.2 SSH Model

Исходно SSH model выглядит как

$$H = t_1 \sum_n |n, B\rangle\langle n, A| + t_2 \sum_n |n+1, A\rangle\langle n, B| + \text{h.c.}$$

что в нашем случае переписывается в виде

$$H = \frac{\Omega_1}{2} \sum_p |p, g\rangle\langle p+1, e| + \frac{\Omega_2}{2} \sum_p |p-1, e\rangle\langle p, g| + \text{h.c.}$$

где в случае с flashing коэффициенты становятся зависимыми от времени. Можно численно решить уравнение Линдблада для TLS в двух случаях

$$i\hbar\partial_t\rho = [H, \rho] + \mathcal{L}[\rho]$$

Таким образом принципиально делать лучи чередующиеся. Тут можно добавить картинку $\rho(t, k)$ (done) и схемы с ssh моделью и тем как лучи используем.

1.3 Image Processing

На каждой из фотографий в каждой выделенной области хочется уметь отличать наличие атома от его отсутствия, что в контексте наличия шумов становится нетривиальным. Можно было бы просто посчитать Pixel Integral (добавить рисунок, а), но можно лучше. Расположим оптику (схема оптики) таким образом, что в среднем на пиксель приходилось по фотону. Измерим какой сигнал на один фотон мы ожидаем и в соответствии с этим выставим threshold. Таким образом может быть отфильтрована большая часть шума (б). Но дальше можно воспользоваться информацией о том, что атомы излучают кучно (пример двух фото с одним counts, с атомом и без), в отличие от случайного шума. Так что отфильтровав низкие частоты, свернув изображение с гауссовым фильтром, получаем (с).

2 Tweezer Array

2.1 Experimental setup

Здесь схема оптики для подготовки лучей твизеров, схема подключения и генерации.

2.2 Generating with AODs

Acousto Optic Deflector (AOD). AOD, как и АОМ, состоит из кристалла, который модулируется пьезоэлементом. Проходящие через кристалл фотоны ($\mathbf{k}_{\text{in}}, \omega_{\text{in}}$) рассеиваются на фононах (\mathbf{q}, Ω) via Bragg diffraction. To have higher efficiency we need to satisfy Bragg condition (проверить и добавить источник)

$$n_{\text{sc}} q = k_{\text{in}} \sin(\theta),$$

где θ это угол между \mathbf{k} и нормалью к \mathbf{q} (добавить рисунок). Внутри АОД находится несколько пьезоэлементов, к которым ведут провода подобранный длины так, чтобы при изменение частоты Ω направление \mathbf{q} менялось соответствующим Bragg condition образом. Это помогает улучшить дифракционную эффективность (добавить определение или ссылку) АОД. На выходе получаются $(\mathbf{k}_{\text{out}}, \omega_{\text{out}}) = (\mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{q}, \omega_{\text{in}} + \Omega)$. Имея набор частот в модулирующем сигнале (\mathbf{q}_j, Ω_j) получим на выходе набор лучей

$$(p_j, \mathbf{k}_j, \omega_j) = (F_j(\mathbf{a}, \omega_{\text{in}}), \mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{q}_j, \omega_{\text{in}} + \Omega_j),$$

с мощностью в каждом луче на выходе p_j . Регулируя вектор амплитуд \mathbf{a} , подающихся в АОД можно контролировать выходную мощность \mathbf{p} .

2.3 Control

Описанное в этой секции можно обобщить, как model-based control. Я хочу отметить, что изначально подходил к этой задачи через model-free control, например через Stochastic Local Search (SLS) (добавить ссылку).

У SLS есть явные плюсы: gradient-free (можем работать с любыми функциями), memory-free (устойчива в отличие от model-based подходов к изменению в установке во время оптимизации). Но конкретно для нас преимущества model-based подхода явно перевешивали все недостатки.

Tweezer array control (1D). Для управление AOD критично знать функцию F , которую для фиксированных частот удобно разложить по Тейлору

$$p_j = F_j(\mathbf{a}) = F_j(\mathbf{0}) + F'_{ji} a_i + \frac{1}{2} F''_{ji_1 i_2} a_{i_1} a_{i_2} + \dots$$

Что соответствует просто линейной регрессии ([добавить пример crosstalk matrix \$F'_{ij}\$](#)) с полиномиальными features. В диапазоне [сделать введение про амплитуды](#) от 0.7 до 1.0 достаточно ([добавить таблицу с \$R^2\$ score и relative error для различных степеней](#)) сохранить линейные и квадратичные слагаемые. Константа отсутствует, так как $F(\mathbf{0}) = 0$.

Tweezer array control (2D). Расположив two tweezers ортогонально друг за другом ([ссылка на схему](#)), можно получить двухмерный массив атомов, результирующая мощность которого может быть записана в виде тензорного произведения $p_{ij} = u_i v_j$. Факторизацию output power легко проверить через

$$p \stackrel{\text{SVD}}{=} U \Lambda V^T = \sum_j \lambda_j \mathbf{u}_j \mathbf{v}_j^T, \quad \text{factorisability} = \lambda_0 / \text{tr } \Lambda$$

с естественной мерой факторизуемости ([добавить графики, демонстрирующие факторизуемость](#)).

В дальнейшем пригодится более more explicit factorisation p . Будем искать факторизацию в виде $p_{ij} = \lambda u_i v_j$. Для этого выберем нормировку \mathbf{u}, \mathbf{v} такую, что $\sum_i u_i = \sum_j v_j = 1$. Тогда можем явно выразить факторизацию

$$\frac{1}{\lambda} \sum_j p_{ij} = u_i \sum_j v_j = u_i, \quad \frac{1}{\lambda} \sum_i p_{ij} = v_j \sum_i u_i = v_j, \quad \sum_{ij} p_{ij} = \lambda. \quad (1)$$

На практике удобно зафиксировать среднее значение амплитуд $\langle \mathbf{a}_{\text{hor}} \rangle$ и $\langle \mathbf{a}_{\text{ver}} \rangle$, управляя λ с помощью общего АОМ ([ссылка на схему](#)). Таким образом задача управления системы из двух ортогональных AOD факторизуется до отдельного управления двумя AOD.

2.4 Balancing

Camera based balancing. Поставив камеру в схему ([добавить схему pizza slice, указать камеру](#)) с flip-mirror, для $\mathbf{a} \in [0.7, 1.0]^n$, где n это количество твизеров, мы можем измерить пары (\mathbf{a}, p) для восстановления F . Аналогично (2) по a, p можем восстановить $F'_{ji}, F''_{ji_1 i_2}, \dots$ ([ссылка на код](#)). ([таблица с результатами: \$R^2\$, relative rmse для массивов разных размеров](#)).

Step plots. Повторяя схему эксперимента deterministic state preparation для массива атомов, можем измерить step plots для всех атомов ([добавить step plot](#)). Так как нам не нужно различать на каждой отдельной фотографии количество атомов, достаточно ориентироваться на photon count. Этот способ хоть и подвержен большим флуктуациям, по сравнению с atom count, является более устойчивым и не имеет свободных параметров image processing. Изменяя tweezer spill power x_{sp} , получим характерные step plots. Параметры step plot можно определить by fitting sigmoid function

$$\text{sigmoid}(x) = \frac{A_j}{1 + \exp(-(x - x_j)/\sigma_j)},$$

а именно x_j – центры sigmoid. Camera based balancing enough to achieve $\text{std}(x_j) / \text{mean}(x_j) = 2\%$ for 4×4 tweezer array ([добавить таблицу с результатами camera based balancing: std\(x_j\)/mean\(x_j\)](#)). Однако для улучшения балансировки удобно произвести итеративное улучшение ([ссылка на prinston](#)) на основе feedback loop.

Feedback loop. Балансировку удобно делать в чувствительной области, а именно в точку где мы видим в среднем 0.5 атомов, что соответствует photon counts $A_j/2$. После предварительной camera based balancing мы находимся в диапазоне $x_{\text{sp}} - x_j \ll x_j$. Во время feedback loop будем ориентироваться на режим, где каждая сигмоида can be approximated by linear dependence

$$\text{sigmoid}(x)|_{x \in [-4\sigma_j, +4\sigma_j]} \approx \frac{A_j}{2} + \frac{A_j}{4\sigma_j}(x - x_j).$$

На основе измеренного photon counts y_j мы хотим обновить набор амплитуд $\mathbf{a}_{\text{hor}}, \mathbf{a}_{\text{ver}}$ и tweezer spill power x_{sp} .

$$s_j = 1 + \gamma \left(\frac{1}{2} - \frac{y_j}{A_j} \right) \frac{4\sigma_j}{p_j}.$$

Через (1) получаем обновленные значения $x_{\text{sp}}, \mathbf{a}_{\text{hor}}, \mathbf{a}_{\text{ver}}$.

2.5 State preparation

Чтобы подготовить состояние $M_{ij} = u_i v_j$ it is enough just slightly decrease corresponding amplitudes, to stay in linear regime, but to be lower than threshold.

Чтобы через spilling подготовить произвольную матрицу M_{ij} можно сделать несколько этапов выливания. Допустим мы уже подготовили единичное заполнение и хотим вылить один атом для $i = i'$, $j = j'$. Тогда ослабим $u_{i'}$, $v_{j'}$ так, чтобы $u_{i'}v_{j'}$ было бы меньше threshold, but $u_{i'}v_{j \neq j'}$ больше threshold. Таким образом мы удалим один единственный атом (i', j') . Таким образом во время вторичного spilling, ослабляя некоторые компоненты u, v можем добиться того, чтобы удалить произвольный факторизуемый паттерн.

Повторяя процесс несколько раз, можем удалить все ненужные атомы. В наивной реализации можем удалять строчка, за строчкой (или столбец за столбцом), таким образом для массива $n \times n$ we can achieve arbitrary pattern with at most n spilling iterations. Можем несколько формализовать этот процесс, введя binary матрицу W_{ij} удаленных атомов $n \times n$, для которой 0 значит, что атом не выливали, а 1 значит что его вылили. Каждый процесс выливания меняет $W_{ij} \rightarrow W_{ij} + u_i v_j$ for some binary u_i, v_j and для булевой логики: $0+0=0, 0+1=1, 1+1=1$. Нахождение булевой декомпозиции является NP-complete задачей, более того the bipartite dimension is NP-hard to approximate. Но нам достаточно просто немного сэкономить количество spilling итераций, оптимизация этого процесса описана в Appendix: Boolean Decomposition.

Тут хочется добавить общую последовательность эксперимента. То есть если говорю про imaging with flashing, добавим что происходит с магнитным полем и прочим важным (спросить Намана). Аналогично для state preparation, imaging.

3 Fermi-Hubbard Model

3.1 Introduction

Тут немного расскажу а что вообще есть по fermi-hubbard модели.

3.2 Code

The entanglement entropy between two halves of a 4×4 Fermi-Hubbard system with $N_\uparrow = N_\downarrow = 2$ is bounded by the logarithm of the Schmidt rank of the reduced density matrix ρ^A . Due to particle number conservation, ρ^A decomposes into orthogonal blocks labeled by $(N_\uparrow^{(A)}, N_\downarrow^{(A)}) = (k, l)$. The maximal rank of each block is given by the minimal dimension of the matching sectors in subsystems A and B . Thus, the total maximal rank is

$$R_{\max} = \sum_{k=0}^2 \sum_{l=0}^2 \min \left[\binom{8}{k} \binom{8}{l}, \binom{8}{2-k} \binom{8}{2-l} \right] = 154.$$

The corresponding maximal entropy is

$$S_{\max} = \ln(R_{\max}) = \ln(154) \approx 5.04.$$

4 Appendix

4.1 Image Processing

From frequency to position. И в camera based balancing, и в atoms based balancing для обработки изображений удобно определить афинное преобразование из frequency space to position space:

$$\mathbf{r} = H\boldsymbol{\omega} \quad \leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{\text{hor}} \\ \omega_{\text{ver}} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Можно, например, для случайных $\boldsymbol{\omega}_j \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ измерить \mathbf{r}_j , таким образом сформировав две матрицы ω_{ij} with $i \in \{\text{hor, ver}\}$ and r_{ij} with $i \in \{x, y\}$. Остается решить уравнение на H (что соответствует Least squares method):

$$r = H\boldsymbol{\omega}, \quad \Rightarrow \quad r\boldsymbol{\omega}^T = H\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\omega}^T \quad \Rightarrow \quad r\boldsymbol{\omega}^T (\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\omega}^T)^{-1} = H. \quad (2)$$

4.2 Boolean Decomposition

Мы хотим найти разложение булевой матрицы W_{ij} размера $n \times n$

$$W_{ij} = \sum_{\lambda=1}^r u_i^\lambda v_j^\lambda,$$

для наименьшего булева ранга r (или bipartite dimension). Всевозможных матриц $\text{card}\{W_{ij}\} = 2^{n^2}$. Для $n \leq 5$ it about 34 million states, so it can be decomposed with brute force ([ссылка на код](#)). Можно Для больших n можем попробовать подход с flip graph. ТВА.

References

- [1] Michael Eric Gehm. *Preparation of an optically-trapped degenerate Fermi gas of 6Li: Finding the route to degeneracy*. PhD thesis, January 2003.
- [2] Friedhelm Serwane. *Deterministic preparation of a tunable few-fermion system*. PhD thesis, 2011.
- [3] N. Šibalić, J. D. Pritchard, C. S. Adams, and K. J. Weatherill. ARC: An open-source library for calculating properties of alkali Rydberg atoms. *Computer Physics Communications*, 220:319–331, November 2017.