

# БИЛЕТЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО «АНАЛИТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ ФОПФ»

---

**Авторы:** Хоружий Кирилл  
Примак Евгений

**От:** 16 января 2021 г.

## Содержание

1. Скорость и ускорение точки. Естественный трехгранник. Разложение ускорения точки на тангенциальное и нормальное. Криволинейные координаты. Основной и взаимный базисы. Коэффициенты Ламе. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора скорости точки в криволинейных координатах.
2. Задание движения твердого тела. Углы Эйлера. Теорема Эйлера о конечном перемещении твердого тела, имеющего неподвижную точку.
3. Скорости и ускорения точек твердого тела в общем случае его движения. Угловая скорость. Угловое ускорение. Частные случаи: вращение твердого тела вокруг неподвижной оси, вращение вокруг неподвижной точки. Плоское движение твердого тела. Мгновенный центр скоростей.
4. Теорема о сложении скоростей при сложном движении точки. Теорема Кориолиса о сложении ускорений при сложном движении точки.
5. Сложение мгновенных вращений твердого тела вокруг пересекающихся осей. Кинематические уравнения Эйлера. Сложение вращений твердого тела вокруг параллельных осей. Пара вращений.
6. Кинематические инварианты. Кинематический винт. Мгновенная винтовая ось. Общий случай сложения нескольких мгновенных движений твердого тела. Приведение общего случая к случаям простейших мгновенных движений.
7. Свободные и несвободные системы. Связи, их классификация. Системы голономные и неголономные. Действительные и виртуальные перемещения. Число степеней свободы системы. Идеальные связи. Выражение реакций идеальных связей при помощи их уравнений и неопределенных множителей Лагранжа.
8. Элементарная работа сил системы. Работа сил, приложенных к твердому телу. Силовое поле. Силовая функция. Потенциальная энергия. Элементарная работа сил системы в обобщенных координатах. Обобщенные силы и их вычисление.
9. Центр масс (центр инерции) системы. Понятие о движении системы относительно центра масс, кинетовы системы координат. Количество движения. Теорема об изменении количества движения системы в инерциальной системе отсчета. Теорема о движении центра масс.
10. Тензор и эллипсоид инерции. Главные оси инерции. Кинетический момент твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси или вокруг неподвижной точки. Кинетическая энергия твердого тела в частных случаях: поступательного движения, вращения вокруг неподвижной оси, вращения вокруг неподвижной точки, произвольного свободного движения, плоского движения.
11. Момент количества движения (кинетический момент) относительно заданного центра. Соотношение между его значениями для различных центров. Теорема Кенига о вычислении кинетического момента. Теорема об изменении кинетического момента в инерциальной системе отсчета.
12. Кинетическая энергия системы, теорема Кенига о вычислении кинетической энергии. Теорема об изменении кинетической энергии в инерциальной системе отсчета. Вириал, теорема о вириале.
13. Основные теоремы динамики в неинерциальной системе отсчета. Переносная и кориолисова силы инерции. Основные теоремы динамики для движения относительно центра масс.
14. Дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси. Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела. Уравнения плоского движения твердого тела.
15. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера. Случай Эйлера движения твердого тела вокруг неподвижной точки: первые интегралы динамических уравнений, перманентные вращения, геометрическая интерпретация Пуансо.
16. Регулярная прецессия твердого тела в случае Эйлера. Вынужденная регулярная прецессия динамически симметричного твердого тела, основная формула гироскопии. Понятие об элементарной теории гироскопов.
17. Общая постановка задачи о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. Дифференциальные уравнения Эйлера–Пуассона и их первые интегралы. Понятие о случаях интегрируемости Эйлера, Лагранжа, Ковалевской.
18. Анализ движения тяжелого твердого тела с неподвижной точкой в случае Лагранжа.
19. Движение свободной материальной точки под действием центральных сил: закон площадей, формулы Бине.
20. Задача двух тел. Уравнения движения. Интеграл площадей, второй закон Кеплера. Интеграл энергии. Интеграл Лапласа.
21. Задача двух тел. Уравнение орбиты, первый закон Кеплера. Зависимость характера орбиты от величины начальной скорости. Третий закон Кеплера.
22. Сплошная среда. Объемные и поверхностные силы. Напряжения. Тензор напряжений.
23. Задание положения и движения сплошной среды. Переменные Лагранжа и Эйлера. Перемещения, скорости и ускорения точек сплошной среды в переменных Лагранжа. Ускорения точек среды в переменных Эйлера.
24. Бесконечно малое перемещение элементарного объема сплошной среды. Теорема Гельмгольца. Тензоры деформаций и скоростей деформаций.

25. Уравнения динамики сплошной среды. Уравнения Эйлера динамики идеальной жидкости. Уравнения Навье–Стокса движения вязкой несжимаемой жидкости.
26. Уравнения Лагранжа первого рода.
27. Принцип Даламбера–Лагранжа (общее уравнение динамики) — необходимое и достаточное условие, выделяющее действительные движения системы из ее кинематически возможных движений.
28. Принцип виртуальных перемещений (общее уравнение статики) — необходимое и достаточное условие равновесия системы с идеальными удерживающими связями.
29. Принцип виртуальных перемещений в обобщенных координатах. Принцип виртуальных перемещений в случае потенциального поля сил.
30. Принцип Гаусса (принцип наименьшего принуждения). Физический смысл принципа Гаусса. Экстремальное свойство реакций связей. Принцип прямейшего пути Герца.
31. Общее уравнение динамики в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода.
32. Уравнения Лагранжа второго рода в случае потенциальных сил. Функция Лагранжа. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно обобщенных ускорений.
33. Теорема об изменении полной механической энергии голономной системы. Случай консервативной системы. Гироскопические силы. Диссипативные силы, функция Релея.
34. Обобщенный потенциал. Натуральные и ненатуральные системы. Первые интегралы лагранжевых систем.
35. Интеграл Якоби. Уравнения Якоби.
36. Принцип Гамильтона–Остроградского: прямой и окольный пути голономной системы, принцип Гамильтона–Остроградского, случай потенциального поля. Действие по Гамильтону, понятие о характере экстремума действия по Гамильтону.
37. Ковариантность уравнений Лагранжа второго рода в общем случае, когда производится замена и обобщенных координат, и времени.
38. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия консервативной системы.
39. Теоремы Ляпунова об обращении теоремы Лагранжа об устойчивости положения равновесия консервативной системы.
40. Изоэнергетическое варьирование, принцип Мопертюи–Лагранжа, понятие о характере экстремума действия по Лагранжу.
41. Принцип Якоби и геодезические линии в координатном пространстве. Сопоставление оптического принципа Ферма и принципа Мопертюи–Лагранжа.