

ЗАДАНИЕ ПО КУРСУ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ II»

Автор: Шишкин П.Е.

От: 13 апреля 2021 г.

Содержание

1 От авторов	2
1.1 Шрифт для личных сообщений	2
1.2 Благодарности	2
1.3 Заходите в гости	2
2 I. Первые интегралы и их использование для решений автономных систем	2
2.1 С. §14: 12	2
2.2 Ф.: 1149	4
2.3 Т1	4
2.4 С. §16: 5	4
2.5 С. §16: 26	4
3 II. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка	4
3.1 С. §17: 5	4
3.2 С. §17: 16	4
3.3 С. §17: 22	4
3.4 С. §17: 79	4
3.5 С. §17: 83	4
3.6 Т2	4
4 III. Вариационное исчисление	4
4.1 С. §19: 21	4
4.2 С. §19: 45	4
4.3 С. §19: 72	4
4.4 С. §19: 105	4
4.5 Т3	4
4.6 С. §20.1: 9	4
4.7 С. §20:	4
4.8 Т4	4
4.9 С. §20.2: 5	4
4.10 С. §20.3: 2	4
4.11 С. §21: 1	4
4.12 Т5*	4

1 От авторов

1.1 Шрифт для личных сообщений

Меня попросили писать текст не имеющий отношения к решению как-то выделенно, поэтому отныне текст, который я пишу просто от души и сердца, будет написан курсивным шрифтом цвета лягушки в обмороке (я серьёзно, такой цвет есть)

1.2 Благодарности

Я благодарен *список людей* за *причины* *FIXME*

1.3 Заходите в гости

Заходите в гости, всегда всем рад :)

2 I. Первые интегралы и их использование для решений автономных систем

2.1 С. §14: 12

Исследовать при всех значениях вещественного параметра a поведение фазовых траекторий на всей фазовой плоскости для системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = y + ax(x^2 + y^2 - 2) \\ \dot{y} = -x + ay(x^2 + y^2 - 2) \end{cases} \quad (1)$$

Уравнение выглядит, как что-то в полярных координатам. Чем же, перейдём к ним

$$\begin{aligned} x &= r \sin(\varphi) & \dot{x} &= r \cos(\varphi)\dot{\varphi} + \dot{r} \sin(\varphi) \\ y &= r \cos(\varphi) & \dot{y} &= -r \sin(\varphi)\dot{\varphi} + \dot{r} \cos(\varphi) \end{aligned}$$

Откуда:

$$\begin{cases} r \cos(\varphi)\dot{\varphi} + \dot{r} \sin(\varphi) = r \cos(\varphi) + ar \sin(\varphi)(r^2 - 2) \\ -r \sin(\varphi)\dot{\varphi} + \dot{r} \cos(\varphi) = -r \sin(\varphi) + ar \cos(\varphi)(r^2 - 2) \end{cases}$$

Откуда можно получить

$$\begin{cases} \dot{r} = ra(r^2 - 2) \\ \dot{\varphi} = 1 \end{cases}$$

Здесь уже очевидны 3 случая: 1) $a > 0$, 2) $a < 0$ 3) $a = 0$. 1) неустойчивый предельный цикл радиуса $\sqrt{2}$ 2) устойчивый предельный цикл радиуса $\sqrt{2}$ 3) центр. Разница при различных знакопределённых параметрах будет в скорости "навивания" на предельный цикл, но характер движения будет +- схожий.

Кстати, $\dot{\varphi} = 1$ - это первый интеграл. В целом мы сказали при каких параметрах, что но можно это всё безобразие построить 1. Чтобы было максимально красиво, построим фазовую диаграмму для r график в декартовых координатах и зависимость угла от радиуса

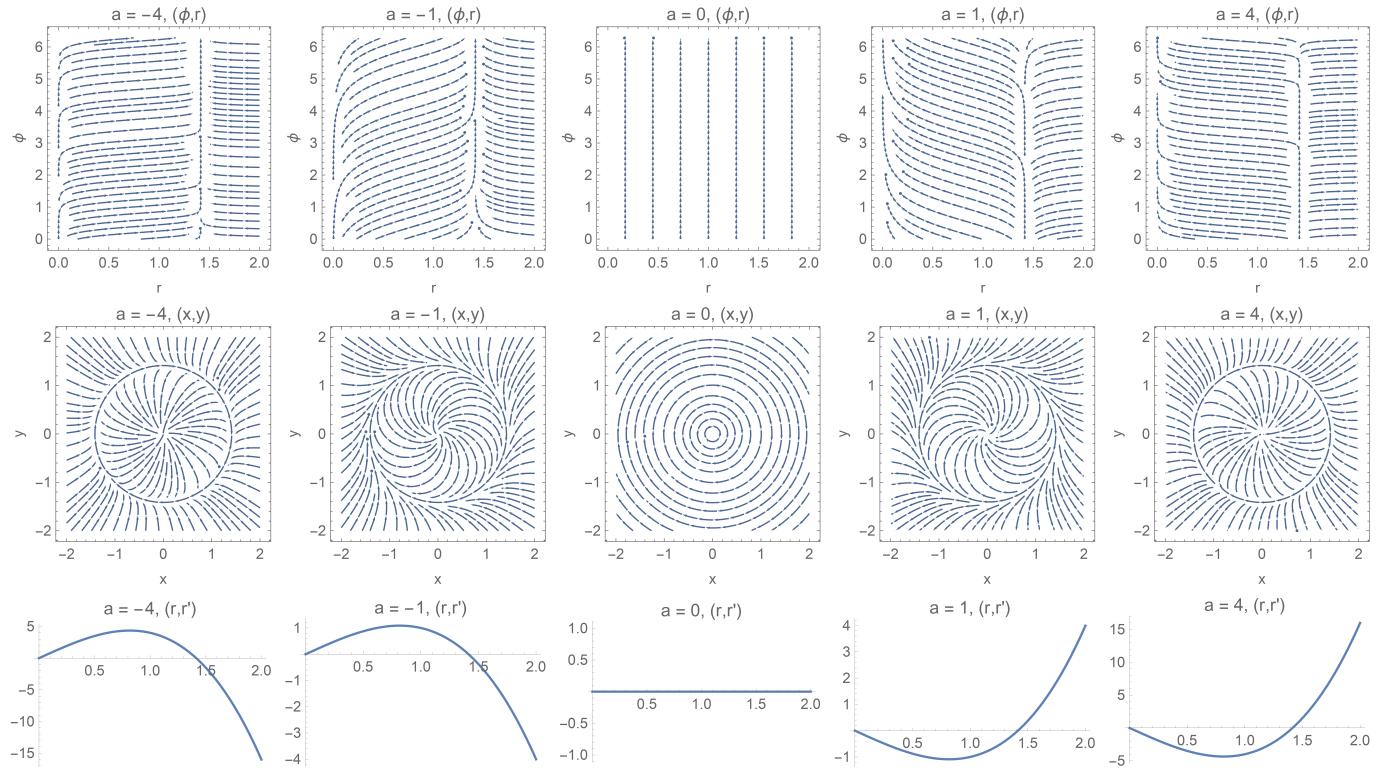


Рис. 1: Фазовые диаграммы 14.12 в различных координатах для различных параметров

2.2 Φ.: 1149

2.3 T1

2.4 C. §16: 5

2.5 C. §16: 26

3 II. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

3.1 C. §17: 5

3.2 C. §17: 16

3.3 C. §17: 22

3.4 C. §17: 79

3.5 C. §17: 83

3.6 T2

4 III. Вариационное исчисление

4.1 C. §19: 21

4.2 C. §19: 45

4.3 C. §19: 72

4.4 C. §19: 105

4.5 T3

4.6 C. §20.1: 9

4.7 C. §20:

4.8 T4

4.9 C. §20.2: 5

4.10 C. §20.3: 2

4.11 C. §21: 1

4.12 T5*