

ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ ПО ПРАКТИКЕ

Автор: Хоружий Кирилл
Соавтор: Примаков Евгений

От: 6 мая 2021 г.

Фазовая плотность газа

Оценим фазовую плотность

$$\rho \sim n \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mkT} \right)^{3/2}$$

азота в атмосфере при нормальных условиях и для холодного лития.

Для азота соответствующие величины

$$T \approx 273 \text{ К}, \quad P \approx 10^5 \text{ Па}, \quad m \approx \frac{28 \cdot 10^{-3}}{N_A} \text{ кг}, \quad n \approx 0.78 \frac{P}{kT} \approx 2.1 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Коэффициент 0.78 – количество объёмное количество азота в атмосфере. Итого находим

$$\rho(\text{N}_2) \sim 1.6 \cdot 10^{-7}$$

Для лития соответствующие величины

$$T \approx 100 \cdot 10^{-6} \text{ К}, \quad m \approx \frac{7 \cdot 10^{-3}}{N_A} \text{ кг}, \quad n \approx 0.2 \cdot \frac{1}{a^3} \approx 2.0 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}.$$

Здесь коэффициент 0.2 в выражение для концентрации – результат расчёта межчастичного расстояния для идеального газа, с вероятностью нахождения на радиусе r :

$$P(r) = \frac{3}{r_s} \left(\frac{r}{r_s} \right)^2 \exp \left(- \left[\frac{r}{r_s} \right]^3 \right), \quad r_s = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}, \quad \langle P(r) \rangle = 0.893 \cdot r_s, \quad \Rightarrow \quad n \approx 0.17 \cdot \frac{1}{a^3},$$

что совпадает с численным моделированием. Итого, фазовая плотность для лития,

$$\rho(\text{Li}) \sim 1.7 \cdot 10^{-4} \sim 1.1 \cdot 10^3 \rho(\text{N}_2).$$

Замедление лития

Теперь оценим, ускорение с которым замедляется литий в пучке:

$$m\omega = \hbar k \frac{\Gamma}{2} = \frac{\pi \hbar \Gamma}{\lambda}, \quad \Gamma = \frac{1}{27} \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}, \quad \lambda = 670 \text{ нм}.$$

Тогда

$$\omega \approx 1.6 \cdot 10^6 \text{ м/с}^2 \approx 1.6 \cdot 10^5 g,$$

а длина тормозного пути (с начальной скорости 500 м/с) составит $s = v_0^2/2g \approx 79 \text{ мм}$, что не так уж и много.

Частота столкновений

Оценка частоты столкновений (в одном кубометре):

$$f = \frac{1}{\sqrt{2}} n^2 \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \sigma,$$

и здесь вопрос только к σ для холодного лития.

Для холодного лития. Судя по этой эффективное сечение для температуры порядка 50 мК и столкновений Li-Cs порядка

$$\sigma_{\text{CsLi}} \sim 5 \cdot 10^{-16} \text{ м}^2.$$

Так как нас интересует оценка порядков, то наверное не очень плохая затея считать цезий сильно меньше лития, и тогда $\sigma_{\text{LiLi}} \approx 2\sigma_{\text{CsLi}} \approx 1 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$. Вообще есть зависимость $\sigma(T)$ вида $\sigma = \sigma_0(1 + S/T)$ (формула Сазерленда), но этим тоже пренебрежем. Тогда

$$f_1 = 1.1 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1},$$

что много (?). Если взять просто размер (?) атомов лития $r = 1.8 \cdot 10^{-12} \text{ м}$, то $\sigma \approx 2.1 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2$, и $f_2 \sim 2.3 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$.

Для азота в нормальных условиях. Здесь проще воспользоваться знанием длины свободного пробега для молекул азота в нормальных условиях

$$\lambda \approx 0.6 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

откуда

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}\lambda n} \approx 5.7 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2.$$

Тогда частота столкновений

$$f \approx 1.3 \cdot 10^{35} \text{ с}^{-1},$$

что много больше частоты столкновений для атомов лития.