

ТЕОРИЯ К КУРСУ «АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА II» ФОПФ

За авторством: Хоружего К.
Примака Е.

От: 10 февраля 2021 г.

Содержание

Устойчивость движения	2
15.1 Возмущенное движение	2

Устойчивость движения

15.1 Возмущенное движение

Пусть уравнение движение представлено в виде:

$$\frac{dy_i}{dt} Y_i(y_1, y_2, \dots, y_m, t) \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (15.1)$$

Рассмотрим частное движение — частное решение этой системы с начальными условиями

$$y_i^* = f_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad y_{i0} = f_i(t_0) \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (15.2)$$

Нас будут интересовать движения системы при отклонении от начальных условий y_{i0} от значений $f_i(t_0)$.

Def 15.1. Движение системы, описываемое (15.2) называется *невозмущенным* движением. Все другие движения механической системы при тех же силах, что и движение (15.2) — *возмущенные* движения.

Def 15.2. *Возмущениями* назовём разности вида:

$$x_i = y_i - f_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (15.3)$$

Def 15.3. Теперь, произведя замену по формулам (15.3) в уравнениях (15.1) получим *дифференциальные уравнения возмущенного движения*:

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(x_1, x_2, \dots, x_m, t) \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (15.4)$$

Уравнения (15.4) имеют частное решение $x_i \equiv 0$ отвечающее невозмущенному движению.

Def 15.4. Движение называется *установившимся*, если $X_i \neq g(t)$, в противном же случае — *неустановившимся*.

Def 15.5 (Устойчивость по Ляпунову). Невозмущенное движение называется *устойчивым* по отношению к переменным y_i , если $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon): \forall$ возмущенных движений, для которых

$$|x_i(t_0)| < \delta, \quad \forall t > t_0 \quad \text{выполняется} \quad |x_i(t)| < \varepsilon. \quad (15.5)$$

Def 15.6 (Асимптотическая устойчивость). Невозмущенное движение называется *асимптотически устойчивым* по отношению к переменным y_i , если оно устойчиво и $\exists \delta$ — маленькие такие, что для возмущенных движений удовлетворяющим условиям (15.5) верно:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (15.6)$$