

## Весенний семестр

1. Понятие об устойчивости, неустойчивости и асимптотической устойчивости движения. Формулировка теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению для установившихся движений. Критерий Рауса-Гурвица. Понятие о критических случаях в теории устойчивости.
2. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия консервативной системы. Теоремы Ляпунова об обращении теоремы Лагранжа.
3. Линеаризация уравнений движения консервативной системы в окрестности ее положения равновесия. Нормальные координаты и нормальные колебания.
4. Колебания консервативной системы под действием внешних периодических сил. Резонанс в вынужденных колебаниях. Влияние внешних периодических сил на малые колебания склерономной системы.
5. Классификация особых точек на плоскости. Предельные циклы. Понятие об автоколебаниях.
6. Фазовая плоскость консервативной системы с одной степенью свободы. Равновесия, периодические движения, сепаратрисы.
7. Элементы теории бифуркаций: бифуркации «смена устойчивости» и «седло-узел», бифуркация «вилки».
8. Элементы теории бифуркаций: бифуркация Андронова-Хопфа рождения (исчезновения) цикла.
9. Понятие о методе нормальных форм в теории нелинейных колебаний.
10. Понятие о методе усреднения. Построение первого приближения по малому параметру для дифференциальных уравнений в стандартной форме.
11. Канонические уравнения Гамильтона. Физический смысл функции Гамильтона. Обобщенно консервативные системы. Интеграл Якоби.
12. Уравнения Уиттекера для консервативных и обобщенно консервативных систем. Время и энергия как канонически сопряженные переменные.
13. Уравнения Рауса. Понижение порядка системы дифференциальных уравнений движения при помощи уравнений Рауса в случае существования циклических координат. Приведенный потенциал.
14. Скобки Лагранжа. Скобки Пуассона и их свойства. Скобки Пуассона и первые интегралы. Теорема Якоби-Пуассона.
15. Понятие канонического преобразования. Симплектичность (или обобщенная симплектичность) матрицы Якоби преобразования – необходимое и достаточное условие его каноничности. Критерии каноничности преобразования, выраженные через скобки Лагранжа, скобки Пуассона и посредством дифференциальной формы.
16. Канонические преобразования и процесс движения. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема. Инвариантность скобок Пуассона при канонических преобразованиях.
17. Свободное каноническое преобразование и его производящая функция. Каноническое преобразование с производящей функцией, зависящей от старых координат и новых импульсов. Получение новой функции Гамильтона при каноническом преобразовании.
18. Уравнение Гамильтона-Якоби. Полный интеграл. Теорема Якоби.
19. Разделение переменных в уравнении Гамильтона-Якоби. Примеры.
20. Переменные действие-угол для системы с одной степенью свободы. Понятие о переменных действие-угол для систем с несколькими степенями свободы.
21. Понятие интегрируемости гамильтоновых систем. Теорема Лиувилля об интегрируемости гамильтоновых систем в квадратурах. Представление движения на инвариантных торах.
22. Классическая теория возмущений. Нерезонансный и резонансный случаи в теории возмущений. Проблема малых знаменателей.

23. Преобразование Биркгофа.
24. Канонические преобразования, близкие к тождественным и их применение в теории возмущений (на примере маятника, точка подвеса которого совершает периодические вертикальные вибрации).
25. Параметрический резонанс в гамильтоновой системе с одной степенью свободы (на примере уравнения Матье).
26. Понятие адиабатического инварианта. Теорема Арнольда о вечном сохранении адиабатического инварианта в периодической по времени гамильтоновой системе с одной степенью свободы (без доказательства).
27. Понятие интегрального инварианта. Теорема об универсальном интегральном инварианте Пуанкаре и ее обращение. Теорема Ли Хуа-чжуна о единственности интегрального инварианта Пуанкаре (без доказательства).
28. Теорема об интегральном инварианте Пуанкаре–Картана и ее обращение.
29. Регулярные и хаотические аттракторы. Детерминированный хаос. Метод поверхностей сечения Пуанкаре. Понятие о фрактале и фрактальной размерности множеств.
30. Логистическое (квадратичное) отображение. Сценарий перехода к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода. Универсальности Фейгенбаума.
31. Интегрируемые системы Гамильтона. Понятие об их невырожденности и изоэнергетической невырожденности.
32. Формулировка основной теоремы КАМ-теории (теории Колмогорова–Арнольда–Мозера) для гамильтоновых систем, близких к интегрируемым. Понятие о механизме разрушения инвариантных торов.
33. Замена обобщенных координат и времени в уравнениях Лагранжа второго рода. Теорема Э. Нетер.
34. Теорема Э. Нетер. Связь законов сохранения (первых интегралов) со свойствами пространства и времени