

# ОТЧЁТ ПО РАБОТЕ

## «КОНТРАСТНОСТЬ НАСЫЩЕННОЙ СПЕКТРОСКОПИИ ${}^7\text{Li}$ »

---

Авторы заметок: Хоружий Кирилл

От: 27 января 2022 г.

### Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>2</b>
<b>2 Оборудование</b>	<b>2</b>
<b>3 Тонкая и сверхтонкая структура <math>{}^7\text{Li}</math></b>	<b>3</b>
<b>4 Вывод уравнения насыщенной спектроскопии</b>	<b>3</b>
4.1 Оптическая глубина . . . . .	3
4.2 Скоростные уравнения . . . . .	4
4.3 Итоговая картина для двухуровневой системы . . . . .	4
<b>5 Численные теоретические и экспериментальные оценки</b>	<b>5</b>
5.1 Теоретическая оценка значения $\mathcal{K}$ . . . . .	5
5.2 Количественная картинка . . . . .	5
5.3 Оценка контрастности по наблюдаемой глубине доплеровского провала . . . . .	6
5.4 Сравнение теоретической и экспериментальной оценки $\mathcal{K}$ . . . . .	6
<b>6 Обработка измерений</b>	<b>7</b>
<b>7 Выводы</b>	<b>7</b>
<b>8 Дополнение</b>	<b>8</b>

## 1 Введение

В работе изучалась насыщенная спектроскопия  $^7\text{Li}$ . Упор был сделан на получение узких высококонтрастных линий спектра.

Наблюдение контрастных линий спектра атомов может быть полезно для стабилизации лазера, путём записывания его частоты по атомному переходу. Данный метод нашел широкое применение в лазерном охлаждении атомов [1, 2]. Добиваясь более узких и контрастных линий можно получить более чистую стабилизацию.

В рамках данной работы была собрана установка для наблюдения насыщенной спектроскопии, оценена максимальная контрастность при заданной мощности лазера в приближении двухуровневой системы.

## 2 Оборудование

В работе использовался лазер типа ECDL-6725R с настраиваемым высококогерентным излучением с центральной длиной волны 671 нм на основе лазерного диода; фотодатчик фирмы Thorlabs модели DET36A/M; ячейка  $^7\text{Li}$  с контролируемой температурой.

На рисунке 1 приведена схема установки. Сигнальный луч дополнительно ослаблялся полупрозрачными зеркалами.

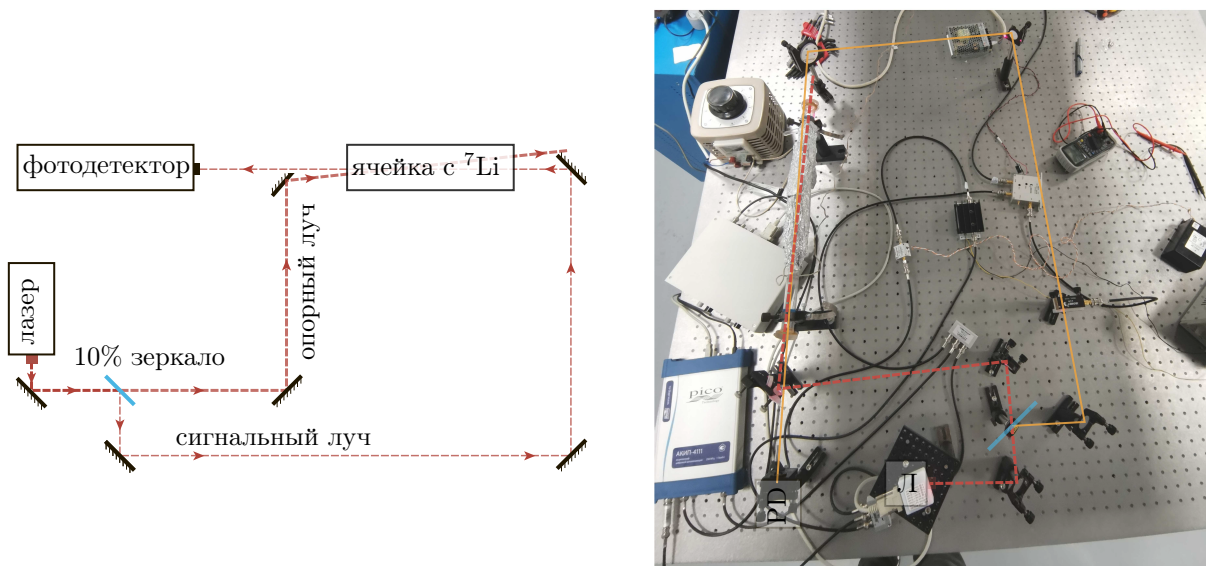


Рис. 1: Схема установки и фото установки

Также на 1 приведено фото установки. Данные с фотодетектора снимались осциллографом PicoScope. Красной пунктирной линией показан ход насыщающего пучка, желтой показан ход сигнального луча.

Насыщающий луч переводит часть атомов в возбужденное состояние, соответственно уменьшается поглощение для сигнального пучка. Так как пучки встречные, то одновременно в резонансе они будут только при  $\omega = \omega_{\text{рез}}$ , взаимодействуя с группой атомов с нулевой скоростью, соответственно наблюдается линия спектра без доплеровского уширения. Исследуем подробнее механизм насыщения и оценим максимально возможное насыщение.

### 3 Тонкая и сверхтонкая структура ${}^7\text{Li}$

В работе изучались переходы  $D_1$  и  $D_2$   ${}^7\text{Li}$  (рис. 2). Подробнее про тонкое и сверхтонкое расщепление лития можно прочитать в [3]. Для  $D_1$  и  $D_2$  линий наблюдалось расщепление уровня  $2\,{}^2\text{S}_{1/2}$ , для  $D_1$  также наблюдалось расщепление  $2\,{}^2\text{P}_{1/2}$ .

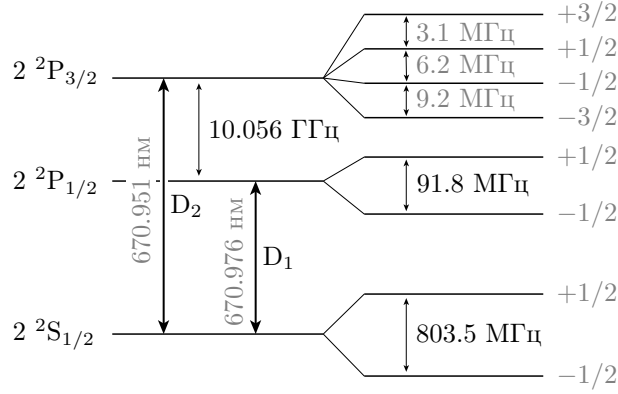


Рис. 2: Термы  ${}^7\text{Li}$

Соответствующие переходы помимо естественного уширения ( $\sim 6$  МГц) также уширены из-за неколлинеарности пучков [4], уширены по Доплеру [3, 5] ( $\sim 3$  ГГц). Для насыщенной спектроскопии становится критичным уширение из-за мощности насыщающего пучка [3], которое подробнее будет рассмотрено в следующем разделе.

## 4 Вывод уравнения насыщенной спектроскопии

### 4.1 Оптическая глубина

Интенсивность слабого одиночного луча, проходящего через ячейку описывается законом Бэра:

$$dI/dx = -\alpha I, \quad \alpha = \alpha(\nu).$$

В хорошем приближении<sup>1</sup>  $\alpha \neq \alpha(x)$ . Введем оптическую длину  $\tau(\nu) = l\alpha(\nu)$ , тогда

$$I_{\text{out}} = I_{\text{in}} e^{-\alpha(\nu)l} = I_{\text{in}} e^{-\tau(\nu)}.$$

Вклад от группы атомов  $(\nu, \nu + d\nu)$  в  $\tau(\nu)$  можем быть записан, как

$$d\alpha(\nu, \nu) = \sigma(\nu, \nu) dn(\nu), \quad \Rightarrow \quad d\tau(\nu, \nu) = l\sigma(\nu, \nu) dn(\nu).$$

Коэффициент поглощения  $\sigma(\nu, \nu)$  имеет Лоренцовский профиль с натуральной шириной  $\Gamma$  и смещенной по Доплеру резонансной частотой [5]

$$\sigma(\nu, \nu) = \sigma_0 \frac{\Gamma^2/4}{(\nu - \nu_0(1 - v/c))^2 + \Gamma^2/4}, \quad (1)$$

где  $\sigma_0$  – резонансное сечение поглощения, зависящее от вида дипольного перехода и поляризации падающего света [1].

Часть атомов  $dn(\nu)$  с определенной скорости можем найти из распределения Больцмана

$$dn(\nu) = n_0 \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv,$$

где  $n_0 = N/V$  – концентрация атомов в ячейке.

Собирая все вместе (?) приходим к выражению

$$d\tau(\nu, \nu) = \frac{2}{\pi} \frac{\tau_0}{\sigma_0 \Gamma} \frac{\nu_0}{c} \sigma(\nu, \nu) \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv, \quad (2)$$

где  $\tau_0$  – соответствующая нормировка такая, что для резонанса  $\tau_0 = \int_{\nu} d\tau(\nu_0, \nu)$ .

Для насыщенной спектроскопии нужно учесть эффект от дополнительного насыщающего лазерного луча. Из-за него значительная часть атомов в ячейке будут в возбужденном состоянии. Так как атомы могут поглощать свет только когда они в невозбужденном состоянии, к (2) добавляем фактор  $(N_g - N_e)/N$ , описывающей разницу между количеством атомов в возбужденном состоянии  $N_e$  и невозбужденном  $N_g$ .

<sup>1</sup>Для слабого луча [1].

## 4.2 Скоростные уравнения

Населенность в двух состояния описывается скоростными уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{N}_g &= \Gamma N_e - \sigma\Phi(N_g - N_e), \\ \dot{N}_e &= -\Gamma N_e + \sigma\Phi(N_g - N_e),\end{aligned}$$

где первое слагаемое отвечает спонтанной эмиссии, и второе насыщению лазером.  $\Phi = I/h\nu$  – насыщающий поток фотонов. Учитывая, что  $N_g + N_e = N = \text{const}$ , можем получить диффур первого порядка на  $N_e$ :

$$\dot{N}_e = -(\Gamma + 2\sigma\Phi)N_e + \sigma\Phi N.$$

Решение можем быть найдено в виде

$$N_e(t) = \left[ N_e(0) - \frac{N\sigma\Phi}{\Gamma + 2\sigma\Phi} \right] e^{-(\Gamma + 2\sigma\Phi)t} + \frac{N\sigma\Phi}{\Gamma + 2\sigma\Phi}.$$

Заметим, что при  $\Phi = 0$ :

$$N_e(t) = N_e(0)e^{-\Gamma t},$$

а в случае слабого насыщающего луча  $\sigma\Phi \ll \Gamma$ , и изначальной популяции в невозбужденном состоянии,

$$N_e(t) = \frac{N\sigma\Phi}{\Gamma} (1 - e^{-\Gamma t}),$$

достигающий стационарного состояния после  $\Gamma^{-1}$  с  $N_e = N\sigma\Phi/\Gamma \ll N$ . Наконец, при  $\sigma\Phi \gg \Gamma$ , получаем насыщенный переход

$$N_e(t) = [N_e(0) - N/2] e^{-2\sigma\Phi t} + N/2 \rightarrow N/2.$$

Под насыщением понимаем, что  $N_e = N/2$ , большие значения по понятным причинам невозможны  $\forall \Phi$ , по крайней мере для двухуровневых систем.

Также наблюдается увеличение «мощности» ширины линии перехода, в пределе  $(\Gamma + 2\sigma\Phi)t \gg 1$ , получаем

$$\frac{N_e(\infty)}{N} = \frac{\sigma\Phi}{\Gamma + 2\sigma\Phi}.$$

Вспоминая уравнение (1) с  $\Delta\nu = \nu - \nu_0(1 + v/c)$  (минус, т.к. доплеровский сдвиг в другую сторону), можем переписать уравнение в виде

$$\frac{N_e(\infty)}{N} = \frac{\sigma_0\Phi\Gamma/4}{\Delta\nu^2 + \Gamma^2/4 + \sigma_0\Phi\Gamma/2}, \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{N_e}{N} = \frac{s/2}{1 + s + 4\Delta\nu^2/\Gamma^2}}$$

, где ввели параметр насыщения  $s = \Phi/\Phi_{\text{sat}}$ ,  $\Phi_{\text{sat}} = \Gamma/2\sigma_0$ .

Получился лоренцев профиль с уширением, полуширина (FWHM) которого зависит от  $\Phi$ :

$$\text{FWHM} = \frac{\Gamma}{2} \sqrt{1 + \frac{2\sigma_0\Phi}{\Gamma}}.$$

Интенсивность насыщения  $I_{\text{sat}}$  может быть выражена, как [3]

$$I_{\text{sat}} = 2\pi^2\hbar c\Gamma/3\lambda^3.$$

Например, для  $^{87}\text{Rb}$  с натуральной шириной  $\Gamma = 6$  МГц,  $I_{\text{sat}} = 1.65$  мВт/см<sup>2</sup>.

## 4.3 Итоговая картина для двухуровневой системы

Собираем всё вместе, в зависимости от мощности насыщающего лазера некоторое количество атомов будет находиться в возбужденном состоянии:

$$\frac{N_e}{N} = \frac{s/2}{1 + s + 4(\Delta_+\nu)^2/\Gamma^2}, \quad \frac{\sigma(\nu, v)}{\sigma_0} = \frac{1}{4(\Delta_-\nu)^2/\Gamma^2 + 1}, \quad \Delta_{\pm}\nu = \nu - \nu_0(1 \pm v/c).$$

Тогда

$$\frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{int}}} = \exp \left[ -\kappa \int_{-\infty}^{\infty} \left( 1 - 2 \frac{N_e(\nu, v)}{N} \right) \frac{\sigma(\nu, v)}{\sigma_0} \exp \left( -\frac{mv^2}{2k_B T} \right) dv \right], \quad (3)$$

где

$$s = \Phi/\Phi_{\text{sat}}, \quad \Phi_{\text{sat}} = \Gamma/2\sigma_0, \quad \kappa = \sigma_0 n l \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}},$$

можно подставить, но пока не нужно:

$$\frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{int}}} = \exp \left[ -\kappa \int_{-\infty}^{\infty} \left( 1 - \frac{s}{1 + s + 4(\Delta_+\nu)^2/\Gamma^2} \right) \frac{1}{4(\Delta_-\nu)^2/\Gamma^2 + 1} \exp \left( -\frac{mv^2}{2k_B T} \right) dv \right] = \exp [-\kappa F(s, \nu)]. \quad (4)$$

## 5 Численные теоретические и экспериментальные оценки

### 5.1 Теоретическая оценка значения $\varkappa$

Оценим значение параметра  $\varkappa$ :

$$\varkappa = \sigma_0 n l \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}},$$

или, можем переписать в виде

$$\varkappa = \frac{\sigma_0 n l}{v_0 \sqrt{\pi}}, \quad v_0 = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}.$$

**Концентрация.** Концентрацию атомов лития  ${}^7\text{Li}$  можем найти, зная зависимость [2] давления насыщенных паров  $P$  от температуры  $T$ :

$$P[T] = 133.32 \times \exp \left[ \ln 10 \left( 10.3354 - \frac{8345.57}{T} - 8.84 \times 10^{-5} T - 0.68106 \log_{10}[T] \right) \right].$$

Тогда, например, при температуре  $T = 300 + 273$  К,

$$P[573 \text{ К}] = 9.510^{-5} \text{ Па}, \quad \Rightarrow \quad n[573 \text{ К}] = \frac{P}{k_B T} = 1.2 \times 10^{-16} \text{ м}^{-3}.$$

**Сечение.** Сечение рассеяние для двухуровневой системы ( $\lambda = 671$  нм)

$$\sigma_0^{\text{теор}} = \frac{3\pi}{8} \lambda^2 \approx 5.3 \times 10^{-13} \text{ м}^2.$$

Итого, для  $l = 10$  см, при температуре в  $300$  °С, для  ${}^7\text{Li}$  находим

$$\varkappa = 0.31 \frac{1}{\text{м/с}}, \quad v_0 = 1.2 \times 10^3 \text{ м/с}, \quad \sigma_0 n l = 6.4 \times 10^2.$$

### 5.2 Количественная картинка

Подставляя найденное в предыдущем разделе значение  $\varkappa$  в формулу (4), получаем общий вид спектроскопии: рис. 3.

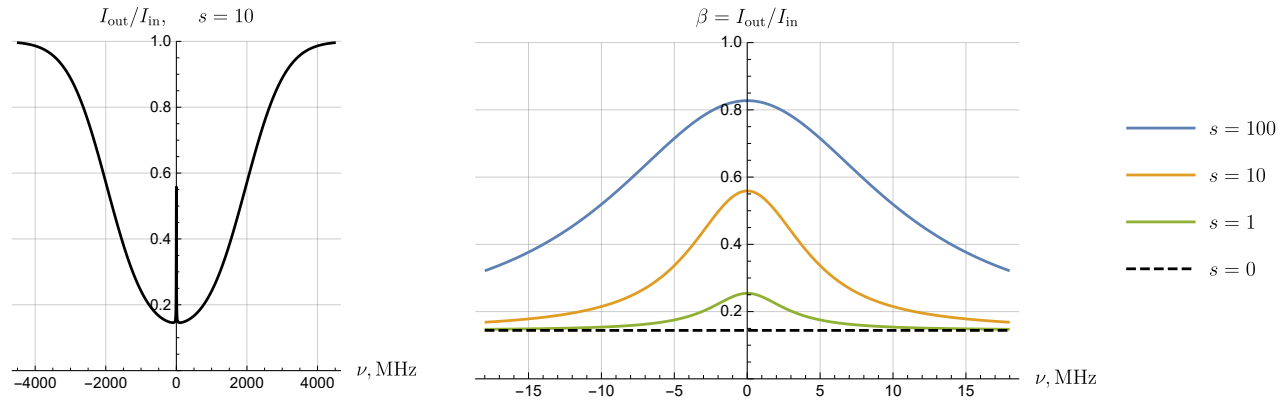


Рис. 3: Оценка  $\beta$  вблизи резонанса при температуре в  $300$  °С для  $\sigma_0^{\text{теор}}$  и  $l = 10$  см

Заметим, что указанные параметры системы приводят к значению  $\beta$  в резонансе при  $s = 0$ :

$$\beta[s = 0, \nu = \nu_0] = e^{-\varkappa F(0)} = 0.14,$$

что похоже на правду.

### 5.3 Оценка контрастности по наблюдаемой глубине доплеровского провала

В первом приближении, не зная значения  $\varkappa$ , можем оценить его, зная глубину доплеровского провала в резонансе  $\nu_0$ . Введем для удобства приведенную интенсивность  $\beta \stackrel{\text{def}}{=} I_{\text{out}}/I_{\text{in}}$ , далее в этом разделе всегда полагаем  $\nu = \nu_0$ , тогда

$$\beta(s=0) \stackrel{\text{def}}{=} \beta_0 = e^{-\varkappa F(0)}, \quad \Rightarrow \quad \varkappa = \frac{\ln 1/\beta_0}{F(0)},$$

где  $1 - \beta_0$  – глубина доплеровского провала.

Тогда контрастность спектроскопии  $K$ , определенную, как отношение высоты лэмбского пика к глубине доплеровского провала, можем найти, как

$$K(s) = \frac{e^{-\varkappa F(s)} - e^{-\varkappa F(0)}}{1 - e^{-\varkappa F(0)}} = \frac{\beta_0^{F(s)/F(0)} - \beta_0}{1 - \beta_0}.$$

Ниже на рисунке приведены значения контрастности  $K(s)$  для различных  $\beta$ .

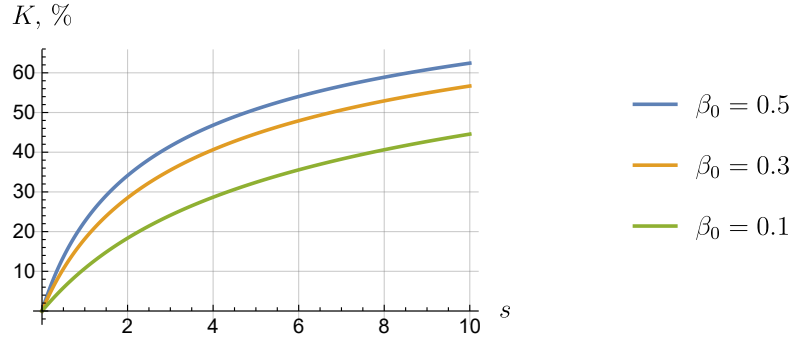


Рис. 4: Оценка контрастности при различных значениях  $\beta$ , как функция от  $s$

В эксперименте  $s \approx 5$ ,  $\beta_0 \approx 0.1$ , так что максимальное значение контрастности  $\approx 30\%$ .

### 5.4 Сравнение теоретической и экспериментальной оценки $\varkappa$

Пока что, в контексте выбранной модели, хуже всего можем оценить  $l$ , поэтому будем сравнивать теоретическую и экспериментальную оценку  $\varkappa$  по значению  $l$  при котором они бы сходились:

$$l = \underbrace{\frac{\log 1/\beta_0}{F[0, \nu_0]}}_{\varkappa} \underbrace{\frac{\sqrt{\pi}}{n\sigma_0} \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}}_{v_0}.$$

Считая  $\sigma_0 = \sigma_0^{\text{теор}}$ , построим зависимость  $l[\beta]$ , рис. 5.

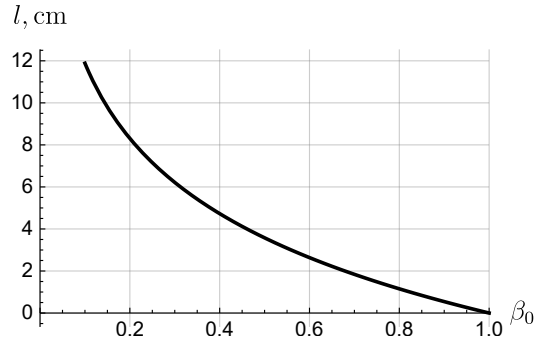


Рис. 5: Оценка длины взаимодействия лазера с литием при температуре в 300 °C

## 6 Обработка измерений

В ходе измерений были получены данные 6. Красной кривой отмечен спектр при наличии насыщающего пучка, черной кривой соответствует спектр в отсутствии насыщающего пучка.

Более подробная картинка вблизи резонанса  $D_1$  и  $D_2$  разницы двух кривых приведена в дополнение, параметры оценены из аппроксимации суммой лоренцовых контуров.

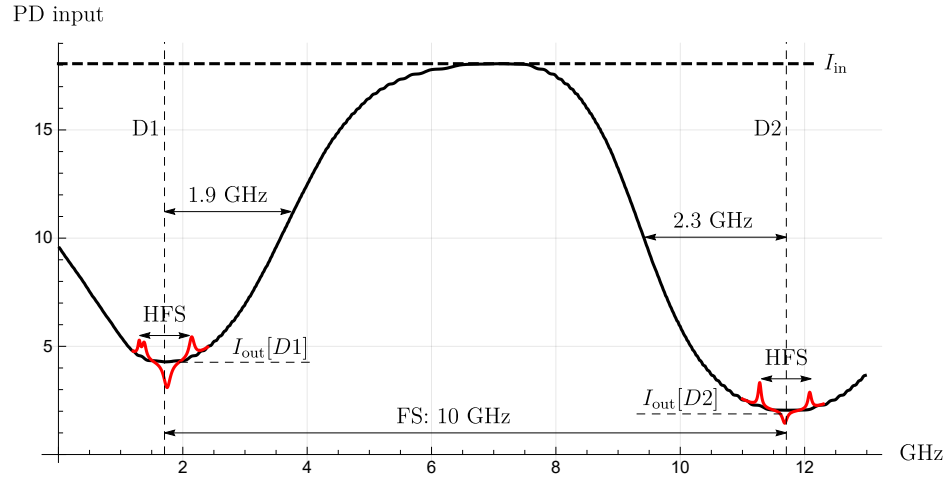


Рис. 6: Полученный спектр для  $D_1$  и  $D_2$

Параметры наблюдаемого спектра приведены в таблице 1. Расстояние между линиями  $D_1$  и  $D_2$  было взято за эталон частоты.

Таблица 1: Параметры полученного спектра

	$\beta_0$	$K$
$D_1$	0.24	7.3 %
$D_2$	0.11	6.2 %

## 7 Выводы

1. Собрана и настроена лазерная оптическая система с газовой ячейкой  $^7\text{Li}$  для наблюдения линий поглощения методом насыщенной спектроскопии;
2. Получен вид спектра насыщенной спектроскопии в приближении двухуровневой системы;
3. Получена оценка максимально возможной контрастности при заданной мощности лазера;
4. Достигнута контрастность линии  $D_2$  в 6% с шириной линий порядка 60 МГц.

## 8 Дополнение

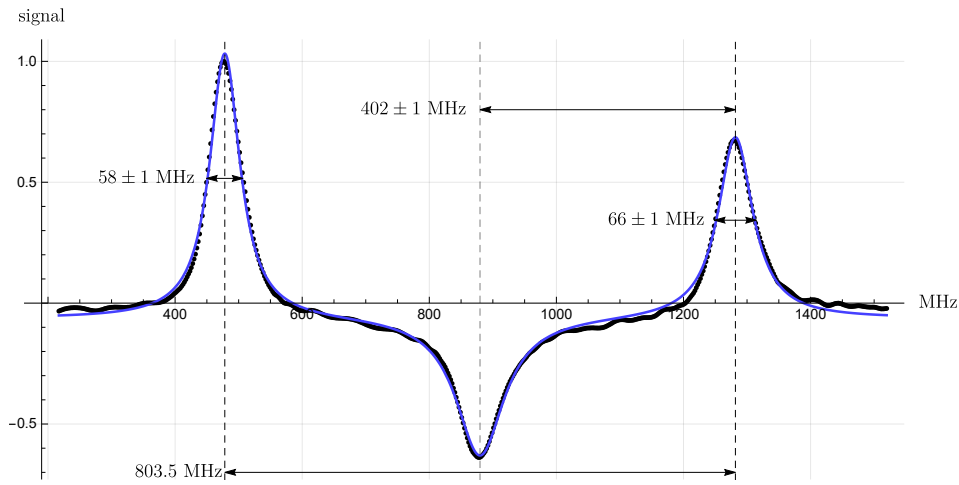


Рис. 7: Полученное уширение линий для  $D_2$

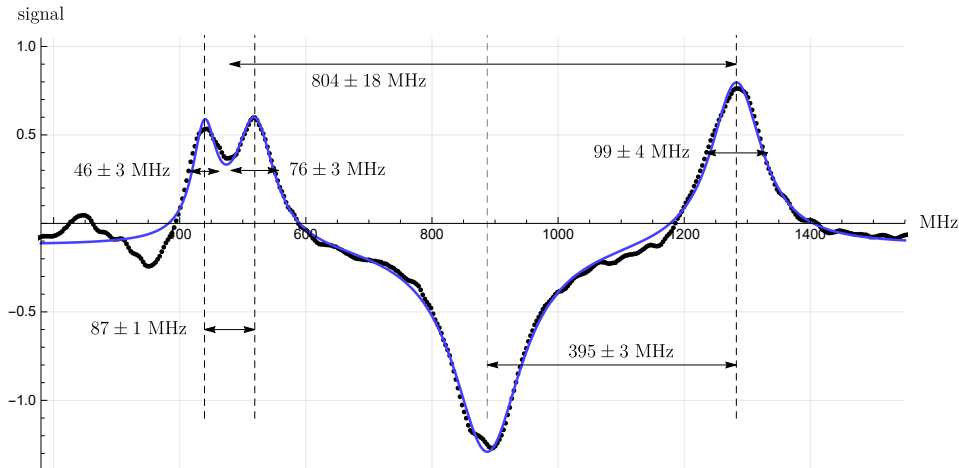


Рис. 8: Полученное уширение линий для  $D_1$

## Список литературы

- [1] Thomas Rieger and Thomas Volz. Doppler-free saturation spectroscopy.
- [2] В. Б. Махалов. *Приготовление и диагностика двумерного ферми-газа атомов*. PhD thesis, ИПФ РАН, 2014.
- [3] Adra Victoria Carr. Hyperfine studies of lithium vapor using saturated absorption spectroscopy, 2007.
- [4] Tony Metger and C. Fischer. Saturated absorption spectroscopy of molecular iodine for laser locking. 2017.
- [5] Wolfgang Demtröder. *Laser Spectroscopy*, chapter 9, 10. Springer, 3 edition, 2003.