1 Квадратичные нелинейные явления

К этим явлениям относится:

- генерация второй оптической гармоники;
- оптическое выпрямление;
- генерация суммарной частоты, ГСЧ;
- генерация разностной частоты, ГРЧ;
- генерация параметрических волн.

1.1 Генерация параметрических волн

Стоит заметить, что генерация параметрических волн относится в том числе и к линейной оптике, точнее возникает из спонтанного ($\sim$ линейного) параметрического излучения.

Так сложилось, что только нелинейные среды проявляют в том числе и линейный эффект. Падающая волны с частотой ω_P, генерирует ω_1, $\omega_2 < \omega_P$ (примерно в два раза), однако $\omega_1 + \omega_2 = \omega_P$.

Можем записать уравнение нелинейной оптики

$$\frac{dA_1}{dz} = i\frac{2\pi\omega_1}{cn_1}\xi^{(2)}A_P A_2^* e^{ik\Delta z};$$
$$\frac{dA_2}{dz} = i\frac{2\pi\omega_2}{cn_2}\xi^{(2)}A_P A_1^* e^{ik\Delta z};$$
$$\frac{dA_P}{dz} = i\frac{2\pi\omega_P}{cn_P}\xi^{(2)}A_1 A_2^* e^{-ik\Delta z}.$$

Забавно, что эти уравнения не имеют решений, если $A_1(0) = A_2(0) = 0$, так что необходимое условие параметрической генерации:

$$A_1(0) \neq 0, \qquad A_2(0) \neq 0.$$

Стоит заметить, что генерация суммарной и разностной частоты, а также генерация второй гармоники не требовали специфических начальных условий (затравок).

Для формирования «тонкой» угловой струкутуры необходима фазовая синхронизация излучателей во всем объеме среды. О какой фазовой синхронизации двухчастотных пучков может идти речь? Суммарное поле двух волн разных частот и направлений:

$$A\cos(\omega_1 t - \boldsymbol{k}_1\boldsymbol{r}) + A\cos(\omega_2 t - \boldsymbol{k}_2\boldsymbol{r}) = 2A\cos\left(\tfrac{\omega_1+\omega_2}{2}t - \tfrac{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}_2}{2}\boldsymbol{r}\right)\cos\left(\tfrac{\omega_1-\omega_2}{2}t - \tfrac{\boldsymbol{k}_1-\boldsymbol{k}_2}{2}\boldsymbol{r}\right),$$

где второй множитель соответствует «медленным» осцилляциям.

Рассмотрим, в частности, коллинейарное взаимодействие, и заданное поле накачки, также считаем $\Delta k = 0$, а тогда $e^{i\Delta kz} = 1$. Также считаем, что $A_1(0) \neq 0$ и $A_2(0) \neq 0$:

$$\frac{dA_1}{dz} = i\frac{2\pi\omega_1}{cn_1}\chi^{(2)}A_p A_2^*(z)$$
$$\frac{dA_2}{dz} = i\frac{2\pi\omega_2}{cn_2}\chi^{(2)}A_p A_1^*(z),$$

которые уже и модем решить.

Решение для «фотонных» амплитуд:

$$a_1(z) = \tfrac{1}{2}\left(a_{10} + ie^{i\varphi}a_{20}^*\right)e^{g|A_p|z} + \tfrac{1}{2}\left(a_{10} - ie^{i\varphi}a_{20}^*\right)e^{-g|A_p|z}$$
$$a_2(z) = \tfrac{1}{2}\left(ie^{i\varphi}a_{10} + a_{20}^*\right)e^{g|A_p|z} + \tfrac{1}{2}\left(-ie^{i\varphi}a_{10} + a_{20}^*\right)e^{-g|A_p|z}$$

где введено

$$a = \sqrt{\frac{8\pi}{cn}\hbar\omega}\;A, \qquad g = 4\sqrt{2\pi\hbar\frac{\pi^3\omega_1\omega_2\omega_P}{c^3 n_1 n_2 n_p}}\;\chi^{(2)}.$$

Стоит заметить, что можно явно выделить затухающие и возрастающие слагаемые.

Диффузия фазы. Допустим теперь, что нас интересует

$$f(t) = A\cos(\omega_1 t + \varphi_1(t)) + A\cos(\omega_2 t + \varphi_2(t)).$$

При чём должно выполняться $\dot\varphi_1 + \dot\varphi_2 = 0$, а тогда $\varphi_2 = -\varphi_1$, так получаем

$$f(t) = 2A\cos\left(\tfrac{\omega_P}{2}t\right)\cos\left(\ldots + \varphi(t)\right),$$

итого нули такой $f(t)$ будет строго периодично переходить через нули – будет носить строго монохроматический характер, но это не означает возникновение монохроматической волны.