

БИЛЕТЫ ПО КУРСУ «НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА»

Авторы заметок: Егоров Митя
Волкова Сапа
Федотова Катя
Хоружий Кирилл

От: 22 декабря 2021 г.

Содержание

Билет №1	3
Билет №2	3
Билет №3	4
Билет №4.1	5
Билет №4.2	6
Билет №5	7
Билет №6	7
Билет №7	8
Билет №8	8
Билет №9	8
Билет №10	9
Билет №11	9
Билет №12	10
Билет №13	10
Билет №14.1	10
Билет №14.2	11
Билет №15	11
Билет №16	11
Билет №17	12
Билет №18	12
Билет №19	12
Билет №20	13

Оптические нелинейности

1. Что нелинейно в нелинейной оптике? Принцип суперпозиции для поляризации среды. Материальные уравнения и их связь с уравнениями Максвелла. Механизмы нелинейного взаимодействия излучения со средами: классификация, особенности.

2. Электронные нерезонансные нелинейности. Общий вид материального уравнения. Квадратичные нелинейные явления. Простейший осциллятор как модель нелинейности: два сопутствующих процесса.

Квадратичная нелинейность

3. Генерация второй оптической гармоники. Понятие фазового синхронизма. Способ выполнения условия фазового синхронизма. Расчет угла фазового синхронизма при ГВГ.

4.1. Переход от волнового уравнения к уравнениям для медленных амплитуд; разделение уравнений для волн. Решение уравнений генерации второй оптической гармоники в случае точного синхронизма.

4.2. Генерация второй гармоники в случае слабого преобразования; роль расстройки. Факторы, ограничивающие эффективность преобразования, связь с расстройкой. Роль длины среды.

5. Генерация суммарной и разностной частот. Типы синхронизмов. Вторая гармоника как генерация суммарной частоты. Типы синхронизмов. Периодически поляризованные кристаллы.

6. Оптическое детектирование. Генерация терагерцового излучения; Терагерцовое излучение как процесс генерации разностных частот.

7. Параметрическая генерация света. Основные свойства спонтанного параметрического излучения. Уравнения генерации параметрического излучения. Особенности бигармонического поля.

Кубическая нелинейность

8. Нерезонансные электронные нелинейности: явления третьего порядка. Простейший осциллятор как модель нелинейности: два сопутствующих процесса.

9. Генерация третьей оптической гармоники. Условие фазового синхронизма. Способ выполнения условия фазового синхронизма. Расчет угла фазового синхронизма при генерации третьей гармоники.

10. Решение уравнений генерации третьей оптической гармоники в случае точного синхронизма. Факторы, ограничивающие эффективность преобразования.

11. Нелинейный показатель преломления среды; связь с кубической нелинейностью среды. Роль стрикционного и ориентационного механизмов нелинейности.

12. Самофокусировка излучения. Самофокусировка простейшего гауссова пучка света. Критическая мощность при самофокусировке излучения. Фокусировка импульсного излучения.

Другое

13. Фазовая самомодуляция излучения. Основной результат взаимодействия. Практические применения: сокращение длительности световых импульсов, генерация гребенки частот.

14.1. Поляризационные эффекты нелинейного показателя преломления. Нелинейность показателя преломления для линейно поляризованного и кругополяризованного света. Слабая волна в среде под действием сильного излучения.

14.2. Группы кубических нелинейных явлений. Двухпучковые нелинейные явления. Самодифракция излучения. Самодифракция излучения при различных поляризациях падающих пучков света.

15. Четырех-волновые смещения в нелинейной оптике: Обращение волны и обращение волнового фронта.

16. Электронные нелинейности, резонансное взаимодействие. Полуклассическая модель. Балансные уравнения. Понятие об интенсивности просветления среды. Задача о просветлении среды и изменении показателя преломления.

17. Методы измерения констант нелинейного взаимодействия: метод z-сканирования.

18. «Ядерные» нелинейности. Роль стрикционного и ориентационного механизмов нелинейности.

19. Вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР). Роль спонтанного рассеяния. Основные характеристики излучения ВКР. Особенности энергообмена между волнами при ВКР.

20. Вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ). Роль спонтанного рассеяния. Основные характеристики излучения ВРМБ. Особенности энергообмена между волнами при ВРМБ.

Билет №1

Что нелинейно в нелинейной оптике? Принцип суперпозиции для поляризации среды. Материальные уравнения и их связь с уравнениями Максвелла. Механизмы нелинейного взаимодействия излучения со средами: классификация, особенности.

Вектор поляризованности \mathbf{P} в линейной оптике

$$P_i = \sum_{k=1}^3 \alpha_{ik} E_k, \quad \text{при } \alpha_{ik} = \alpha \mathbb{1} \quad \mathbf{P} = \alpha \mathbf{E},$$

при том же векторе для электрической индукции \mathbf{D} :

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}.$$

В случае квадратичной нелинейности переходим к зависимости, вида

$$P_i = \sum_{k=1}^3 \alpha_{ik}[E] E_k, \quad \alpha_{ik}[E] = \alpha_{ik} + \sum_{j=1}^3 \chi_{ikj} E_j + \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \theta_{ikjm} E_j E_m + \dots,$$

где α_{ik} – линейная восприимчивость, χ_{ikj} – квадратичная нелинейная восприимчивость, θ_{ikjm} – кубическая нелинейная восприимчивость.

Итого, получаем материальное уравнение, вида

$$P_i = \underbrace{\alpha_{ik} E_k}_{P_i^{\text{лин}}} + \underbrace{\chi_{ikj} E_k E_j}_{P_i^{\text{кв}}} + \underbrace{\theta_{ikjm} E_k E_j E_m}_{P_i^{\text{куб}}} + \dots$$

Def 1.1. Уравнения Максвелла - система уравнений, связывающих векторы \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{B} и \mathbf{H} во всех средах:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi \rho \\ \operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}/c \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j}/c + \partial_t \mathbf{D}/c \end{cases}$$

, где \mathbf{j} и ρ - плотность тока и заряда.

Def 1.2. Материальные дополнения - уравнения, связывающие векторы \mathbf{E} и \mathbf{D} , \mathbf{B} и \mathbf{H} в конкретной среде.

В оптике в качестве материального уравнения часто берется $\mathbf{H} = \mathbf{B}$, после чего можно исключить эти векторы из рассмотрения.

Def 1.3. Вектор поляризация среды = поляризованность среды \mathbf{P} - дипольный момент единицы объема среды.

Уравнения Максвелла влекут волновое уравнение: $\Delta \mathbf{E} - \partial_t^2 \mathbf{E}/c^2 = 4\pi \mathbf{P}/c^2$, которое требует материального уравнения $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E})$.

Def 1.4. Линейная//нелинейная оптика - оптика сред, в которых зависимость $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ линейна // нелинейна.

Среди причин оптических нелинейностей: **1)** негармонический отклик электронов среды (электронные нелинейности: резонансные и нерезонансные); **2)** "ядерные" нелинейности (движение атомных и молекулярных остовов).

Виды зависимостей $\mathbf{P}(\mathbf{E})$:

1. $P = \chi(\omega)E$ (монохроматические волны);
2. $P = |\chi|E_0 \cos(\omega t + \phi)$ (комплексные числа);
3. $P_i = \chi_{ij} E_j$ (тензорная связь - анизотропные среды);
4. $P(\mathbf{r}) = \int H(\mathbf{r} - \mathbf{r}') E(\mathbf{r}') d^3 r'$ (локальная связь);
5. $P(\omega) = \int \chi(\omega, \omega') E(\omega') d\omega'$ (две частоты);

Билет №2

Электронные нерезонансные нелинейности. Общий вид материального уравнения. Квадратичные нелинейные явления. Простейший осциллятор как модель нелинейности: два сопутствующих процесса.

При электронной нерезонансной нелинейности (прозрачные среды) материальное уравнение $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E})$ представимо в виде: $P = \sum_{i=1}^{i \rightarrow \infty} \chi_i E^i$.

Def 1.5. Квадратичная//кубическая электронная нерезонансная нелинейность - нелинейность, обусловленная слагаемым $\chi_2 E^2$ // $\chi_3 E^3$ в разложении $P = \sum_{i=1}^{i \rightarrow \infty} \chi_i E^i$.

Среди явлений квадратичной нелинейности:

1. генерация второй гармоники (ГВГ);
2. генерация суммарной частоты (ГСЧ);
3. генерация разностной частоты (ГРЧ);
4. оптическое выпрямление;
5. генерация параметрических волн (ГПВ).

Два сопутствующих процесса: электрон в атоме рассматривается как осциллятор с пот. эн. $U(x) = \alpha x^2 + \beta x^3$, что в уравнении $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x + \frac{3\beta e}{m} x^2 = A \cos(\omega t)$ дает нелинейное смещение

$$x_{LN} = \frac{3\beta e}{2m} \left(\frac{eA}{m(\omega^2 - \omega_0^2)} \right)^2 \left(\frac{-1}{\omega_0^2} + \frac{\cos(2\omega t)}{4\omega^2 - \omega_0^2} \right)$$

, где слагаемое $-1/\omega_0^2$ дает постоянную поляризацию, пропорциональную интенсивности света (оптическое выпрямление), а $\frac{\cos(2\omega t)}{4\omega^2 - \omega_0^2}$ дает излучение второй гармоники:
 $P \propto (a + b \cos(2\omega t))$.

Билет №3

Генерация второй оптической гармоники. Понятие фазового синхронизма. Способ выполнения условия фазового синхронизма. Расчет угла фазового синхронизма при ГВГ.

Генерация второй гармоники. Пусть в квадратично-нелинейный диэлектрик входит световая волна на частоте ω . Тогда

$$\mathbf{P}^{KB} = \frac{1}{4} \chi[e, e] (A e^{i(\omega t - kr)} + \text{с.с.})^2 = \frac{1}{4} \chi[e, e] \left(A^2 e^{i(2\omega t - 2kr)} + \bar{A}^2 e^{i(2kr - 2\omega t)} + 2A\bar{A} \right).$$

Intro. Представим исходную волну и волну второй гармоники в виде

$$\begin{aligned} E_\omega &= A_\omega \cos(\omega t - kz), \\ E_{2\omega} &= A_{2\omega} \cos(2\omega t - Kz). \end{aligned}$$

Считая $n[\omega] = \sqrt{\varepsilon[\omega]}$ и $n[2\omega] = \sqrt{\varepsilon[2\omega]}$, находим

$$v_\omega = \frac{c}{n[\omega]} = \frac{\omega}{k_\omega}, \quad v_{2\omega} = \frac{c}{n[2\omega]} = \frac{2\omega}{k_{2\omega}}, \quad \Rightarrow \quad \boxed{k_{2\omega} - 2k_\omega = \Delta k},$$

где Δk – волновая расстройка.

Интерференция. Исходная волна вызовет волну квадратичной поляризованности

$$P_{2\omega} = \frac{1}{2} \chi[e, e] A_\omega^2 \cos(2\omega t - 2kz).$$

Рассмотрим две точки: z и z' , пусть фаза волны в z' :

$$\Phi(z') = 2\omega t - 2k_\omega z'.$$

Тогда в точке z фаза переизлученной световой волны будет

$$\varphi(z') = \Phi(z) - k_{2\omega}(z - z') = 2\omega t - k_{2\omega}z + \Delta k z'.$$

Результирующая волна второй гармоники есть результат интерференции волн, переизлученных в различных точках z' на промежутку от $z' = 0$ до $z' = z$:

$$E_{2\omega} = A \int_0^z \cos(\varphi[z']) dz' = A \int_0^z \cos(2\omega t - Kz + \Delta k z') dz'.$$

Откуда находим, что

$$E_{2\omega} = \frac{A}{\Delta k} (\sin(2\omega t - k_{2\omega}z + \Delta k z) - \sin(2\omega t - k_{2\omega}z)) = \frac{2A}{\Delta k} \sin\left(\frac{\Delta k z}{2}\right) \cos\left(2\omega t - k_{2\omega}z + \frac{\Delta k z}{2}\right),$$

а значит амплитуда второй гармоники в точке z :

$$A_{2\omega}(z) = \frac{2A}{\Delta k} \sin \frac{\Delta k z}{2}, \quad \Rightarrow \quad A_{2\omega}^{\max} \Leftrightarrow \boxed{k_{2\omega} = 2k_\omega},$$

так и приходим к условию *фазового синхронизма*.

Достижение фазового синхронизма. Для отрицательного одноосного кристалла

$$\frac{n_z^2}{n_o^2} + \frac{n_x^2}{n_e^2} = 1, \quad \Rightarrow \quad n_e[\theta] = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 - (n_o^2 - n_e^2) \cos^2 \theta}},$$

так что можем добиться $n_o[\omega] = n_e[2\omega]$, для некоторого θ :

$$\frac{1}{n_e^2[2\omega, \theta]} = \frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2[2\omega]} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2[2\omega]} = \frac{1}{n_o^2[\omega]},$$

что прекрасно видно на графике.

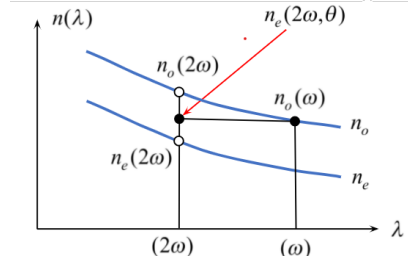


Рис. 1: Достижение фазового синхронизма

Билет №4.1

Переход от волнового уравнения к уравнениям для медленных амплитуд; разделение уравнений для волн. Решение уравнений генерации второй оптической гармоники в случае точного синхронизма.

лекция 2, слайды 13-23.

Def 4.6. *Бездифракционное приближение* – приближение, в котором пренебрегается поперечным направлению распространения распылыванием светового пучка, что влечет обнуление вторых производных по двум координатам, нормальным к координате распространения в лапласиане волнового уравнения¹.

Def 4.7. *Медленная амплитуда* – случай, когда волна представима произведением множителей, один из которых отвечает за быстро осциллирующую фазу, а второй за медленно изменяющуюся амплитуду.

Запишем волновое уравнение

$$\left(\partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2 \right) \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \mathbf{E} = \frac{4\pi}{c^2} \partial_t^2 \mathbf{P}.$$

Подставляя $\mathbf{E}[t, z] = \mathbf{A}[t, z]e^{-i\omega t + ikz}$ и $\mathbf{P} = \mathbf{P}_{\text{лин}} + \mathbf{P}_{\text{кв}}$, находим² уравнение для медленных амплитуд:

$$2ik \left(\partial_z \mathbf{A} + \frac{1}{v_{\text{гр}}} \partial_t \mathbf{A} \right) e^{-i\omega t + ikz} = \frac{4\pi}{c^2} \partial_t^2 \mathbf{P}_{\text{кв}}.$$

Использование бездифракционного приближения для медленных амплитуд позволяет убрать в волновом уравнении вторые производных по двум координатам, а оставшиеся вторых производные по координате распространения и времени свести к первым, что переводит волновое уравнение в уравнение для медленных амплитуд.

Разделение уравнений для волн: удобно в уравнении для медленных амплитуд представить поле в виде суммы полей двух гармоник:

$$E = \frac{1}{2} (A_\omega e^{-i\omega t + ik_\omega x} + A_\omega^* e^{i\omega t - ik_\omega x}) + \frac{1}{2} (A_{2\omega} e^{-i\omega t + ik_{2\omega} x} + A_{2\omega}^* e^{2i\omega t - ik_{2\omega} x}),$$

после чего разделить уравнение на 2 для каждой из гармоник³. В некотором приближении находим, что

$$\partial_z A \gg \frac{1}{v_{\text{гр}}} \partial_t A, \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \partial_z A_\omega = \frac{2\pi i \omega}{c n_\omega} \chi_2 A_{2\omega} A_\omega^* e^{i\Delta k z} \\ \partial_z A_{2\omega} = \frac{2\pi i \omega}{c n_{2\omega}} \chi_2 A_\omega^2 e^{-i\Delta k z} \end{cases}$$

¹Обусловленно микри/сантиметровочными длинами рабочих нелинейных сред, а на таких длинах дифракционные эффекты мизерны

²см. лекция 2, 14 слайд

³Можно в виду тонкости спектров гармоник, которые друг друга не перекрывают, если импульсы достаточно не коротки (нано-/пикосекндные лазеры)) (слагаемые с групповой скоростью можно тоже аккуратно вычеркнуть, так как для, например, наносекундных лазеров их расстройка \ll длительности импульсов

При точном синхронизме ($\Delta k = 0$) решение уравнения для медленных амплитуд:

$$G = \frac{2\pi\omega}{cn}\chi_2, \quad \begin{cases} A_{2\omega}(z) = iA_\omega[0] \operatorname{th}(GA_\omega[0]z) \\ A_\omega(z) = \frac{A_\omega[0]}{\operatorname{ch}(GA_\omega[0]z)}, \end{cases}$$

таким образом на некотором расстоянии полностью переходим к $A_{2\omega}$.

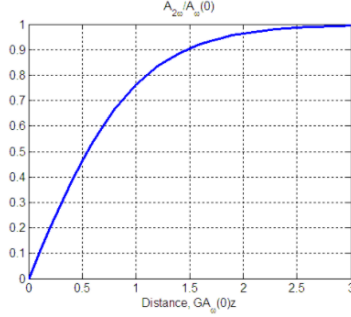


Рис. 2: Генерация второй гармоники при точном синхронизме

Билет №4.2

Генерация второй гармоники в случае слабого преобразования; роль расстройки. Факторы, ограничивающие эффективность преобразования, связь с расстройкой. Роль длины среды.

лекция 2, слайды 13-23, лекция 3

Def 4.8. "Заданное поле накачки" - случай, когда, хоть и расстройка ненулевая (вообще говоря, любая), но амплитуда второй гармоники мала и не особо ослабляет амплитуду накачки (аппроксимируемо постоянной).

При заданном поле накачки решение ур-я для медленных амплитуд:

$$G = \frac{2\pi\omega}{cn}\chi_2, \quad \begin{cases} A_{2\omega}(z)/A_\omega = iGA_\omega z \operatorname{sinc}(\Delta kz/2)e^{-i\Delta kz/2} \\ A_\omega(z) = \operatorname{const} \end{cases}$$

где наблюдается периодическое изменение интенсивности второй гармоники по длине среды (из-за sinc) между нулем и тем большим значением, чем меньше расстройка. При фиксированной длине среды интереснее подобрать меньшую расстройку. Половина интенсивности теряется уже при $\Delta kL \simeq 2.8$ (L - длина среды).

Среди причин ограничения эффективности:

1. Пространственная неоднородность пучка: пучок накачки в лучшем случае гауссовый, так что на его крыльях $A_\omega(0)$ падает, из-за чего падает и th , что влечет на выходе наложение $\simeq 100\%$ эфф-ти от центра пучка и плохой эфф-ти от крыльев, что понижает общую эфф-ть;
2. Временная неоднородность пучка: проблема аналогична п. 1;
3. Нарушение частотного синхронизма: нулевая расстройка для частоты накачки влечет ненулевую расстройку для спектральных крыльев накачки, что понижает эфф-ть:

$$\Delta k \simeq [k_{2\omega}(2\omega_0) + 2\frac{dk_{2\omega}}{d\omega}(\omega - \omega_0)] + [2k_\omega(\omega_0) + 2\frac{dk_\omega}{d\omega}(\omega - \omega_0)] = 2(\omega - \omega_0)(v_{gh}^{-1}(2\omega) - v_{gr}^{-1}(\omega))$$

, так что решение - ограничение спектра накачки: $\Delta\omega < \frac{2.8}{\tau(2\omega) - \tau(\omega)}$, где τ - групповое время запаздывания
 \Rightarrow время импульса лазера $\tau > \tau(2\omega) - \tau(\omega)$;

4. Нарушение углового синхронизма: например, в одноосном кристалле дифракционное уширение пучка влечет уширение пучка второй гармоники, которая является в одноосном кристалле необыкновенной волной, а значит ее показатель преломления зависит от угла, и это все приводит к нарушению фазового синхронизма: $\Delta k = \frac{2\omega n_{2\omega}}{c}\alpha(\theta - \theta_0)$, где $\alpha = \frac{1}{n}\theta'$ - угол сноса, в стандартных лазерах на стандартных кристаллах равный единицам градусов (не мало). Короче, условие на ширину пучка: $D \leq 2L\alpha$ (l - длина среды).

Решение проблем ограничения эфф-ти: **1)** 90-тиградусный синхронизм: угол сноса в таком случае нулевой; **2)** периодически поляризованный кристалл: кристалл состоит чередующихся доменов с двумя разными направлениями нелинейной полярной оси, что компенсирует расстройку фазового синхронизма; **3)** резонатор: накачку вносят в резонатор Фабри-Перо, который на порядка 2-3 увеличивает ее, как и вторую гармонику.

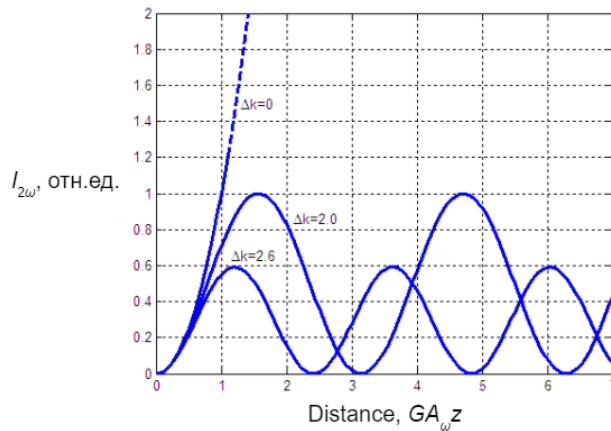


Рис. 3: Постоянная волна накачки

Билет №5

Генерация суммарной и разностной частот. Типы синхронизмов. Вторая гармоника как генерация суммарной частоты. Типы синхронизмов. **Периодически поляризованные кристаллы.**

Def 4.9. Генерация суммарной//разностной частоты - явление, при котором при просвете среды двумя частотами на выходе появляются частота, равная сумме // разности исходных.

Появляются частоты как слагаемые, получаемые при возведении в квадрат суммарной амплитуды

$$A = \frac{1}{2}(A_1 e^{-i\omega_1 t + ik_1 x} + A_1^* e^{i\omega_1 t - ik_1 x}) + \frac{1}{2}(A_2 e^{-i\omega_2 t + ik_2 x} + A_2^* e^{2i\omega_2 t - ik_2 x}).$$

Условие фазового синхронизма: вдали от среды видно $E_{\omega_1+\omega_2} \propto \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3)$, что дает условие "существенности" суммарной гармоники: $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3$, что уже допускает неколлинеарность этих векторов, хоть выгоднее и коллинеарность (большая область пересечения). В последнем случае условие влечет $\frac{n_1}{\lambda_1} + \frac{n_2}{\lambda_2} = \frac{n_3}{\lambda_3}$.

Среди типов синхронизмов:

1) 1-ый: исходные волны обыкновенные, суммарная - необыкновенная;

2) 2-ой: исходные волны обыкновенная и необыкновенная, суммарная - необыкновенная

Генерация второй гармоники как суммарной: при неколлинеарной ГСЧ от равных частот получился вторая гармоника, но только лишь в области пересечения импульсов двух неколлинеарных волн, которая геометрически пропорциональна длительности импульса. Так с помощью неколлинеарной ГВГ можно судить о длительности импульсов лазера.

Билет №6

Оптическое детектирование. Генерация терагерцового излучения; Терагерцовое излучение как процесс генерации разностных частот.

Оптическое детектирование:

1) свет детектируется при прохождении через просветленную (то есть без поглощения) квадратично нелинейную среду, по "бокам" которой приложены электроды, которые фиксируют напряжение при постоянной поляризации из-за оптического выпрямления;

2) фиксируется положение зеркала (например, с помощью пружинки за ним), на которое падает свет, оказывающий на него давление;

все это очень вкусно, но сигналы с электродов или деформация пружины столь слабы, что тонут в тепловых шумах электроники, потому не так распространено.

Терагерцовое излучение: в качестве источника терагерцового излучения можно использовать квадратично нелинейную среду, на которую светят лазером, генерирующим постоянную поляризацию, пропорциональную интенсивности импульса, которая тем скорее меняется, чем короче импульс. Излучение диполей среды (поляризация) \propto второй производной интенсивности, что и дает терагерцовый диапазон от фемтосекундных импульсов

сов. Это востребовано для исследования молекулярного состава различных веществ, так как их линии переходов часто лежат в терагерцовой области. Также исходный импульс лазера можно рассматривать как спектр, для каждой пары частот из которого будет генерироваться своя разностная частота, что дает широкий спектр.

Терагерцовое излучение как генерация разностных частот: также исходный импульс лазера можно рассматривать как спектр, для каждой пары частот из которого будет генерироваться своя разностная частота, что дает широкий спектр.

Билет №7

Параметрическая генерация света. Основные свойства спонтанного параметрического излучения. Уравнения генерации параметрического излучения. Особенности бигармонического поля.

лекция 5

Билет №8

Нерезонансные электронные нелинейности: явления третьего порядка. Простейший осциллятор как модель нелинейности: два сопутствующих процесса.

Среди кубических:

- 1) генерация третьей гармоники;
- 2) нелинейность показателя преломления:
 - 2.1) самофокусировка;
 - 2.2) фазовая самомодуляция;
 - 2.3) самовращение эллипса поляризации;
 - 2.4) образование солитонов;
 - 2.5) другие;
- 3) четырехволновое смещение:
 - 3.1) самодифракция излучения;
 - 3.2) обращение волнового фронта;
 - 3.3) другие;

4) генерация параметрических волн;

5) другие.

2 сопутствующих процесса: электрон в атоме рассматривается как осциллятор с пот. эн. $U(x) = \alpha x^2 + \gamma x^4$, что в уравнении $\ddot{x} + \omega_0^2 x + \frac{4\gamma}{m} x^3 = A \cos(\omega t)$ дает нелинейное смещение $x_{LN} = \frac{3\gamma e}{2m} \left(\frac{eA}{m(\omega^2 - \omega_0^2)} \right)^2 \left(\frac{\cos(\omega t)}{\omega^2 - \omega_0^2} + \frac{\cos(3\omega t)}{9\omega^2 - \omega_0^2} \right)$, где слагаемое $-\frac{\cos(\omega t)}{\omega^2 - \omega_0^2}$ дает первую гармонику (изменение показателя преломл. среды = самовоздействие), а $\frac{\cos(2\omega t)}{4\omega^2 - \omega_0^2}$ дает излучение третьей гармоники: $P \propto (a \cos(\omega t) + b \cos(3\omega t))$.

Билет №9

Генерация третьей оптической гармоники. Условие фазового синхронизма. Способ выполнения условия фазового синхронизма. Расчет угла фазового синхронизма при генерации третьей гармоники.

Условие фазового синхронизма: вдали от среды видно $E_{2\omega} \propto \delta(\mathbf{k}_{3\omega} - 3\mathbf{k}_\omega)$, что дает условие "существенности" третьей гармоники: $\mathbf{k}_{3\omega} = 3\mathbf{k}_\omega$, что влечет $n_{3\omega} = n_\omega$, что едва ли выполняется в кубически нелинейных средах, однако этого можно достигнуть, например, в отрицательном одноосном кристалле, в котором показатель преломл. для накачки можно настроить равным показателю преломл. для третьей гармоники, если последний лежит между обычным и необыкновенными показателями для накачки.

Выбор угла для выполнения условия синхронизма: условие на угол в отрицательном одноосном кристалле: $\frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2(3\omega)} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2(3\omega)} = \frac{1}{n_o^2(\omega)}$.

Билет №10

Решение уравнений генерации третьей оптической гармоники в случае точного синхронизма. Факторы, ограничивающие эффективность преобразования.

Разделение уравнений для волн: удобно в уравнении для медленных амплитуд представить поле в виде суммы полей двух гармоник: $A = \frac{1}{2}(A_\omega e^{-2i\omega t + ik_\omega x} + A_\omega^* e^{i\omega t - ik_\omega x}) + \frac{1}{2}(A_{3\omega} e^{-i\omega t + ik_{3\omega} x} + A_{3\omega}^* e^{3i\omega t - ik_{3\omega} x})$, после чего разделить уравнение на 2 для каждой из гармоник (можно в виду тонкости спектров гармоник, которые друг друга не перекрывают, если импульсы достаточно не коротки (нано-/пикосекундные лазеры)) (слагаемые с групповой скоростью можно тоже аккуратно вычеркнуть, так как для, например, наносекундных лазеров их расстройка «длительности импульсов»):
$$\begin{cases} (A_\omega)'_z = \frac{3\pi i \omega}{2cn_\omega} \chi_3 A_{3\omega} A_\omega^2 e^{i\Delta k z} \\ (A_{3\omega})'_z = \frac{3\pi i \omega}{2cn_{3\omega}} \chi_3 A_\omega^3 e^{-i\Delta k z} \end{cases}$$

При точном синхронизме ($\Delta k = 0$) решение ур-я для медленных амплитуд:
$$\begin{cases} A_{3\omega}(z) = iA_\omega(0) \frac{GA_\omega^2(0)z}{\sqrt{1+(GA_\omega^2(0)z)^2}} \\ A_\omega(z) = \frac{A(0)}{\sqrt{1+(GA_\omega^2(0)z)^2}} \end{cases}, \text{ где } G = \frac{3\pi\omega}{2cn} \chi_3, \text{ где интересно, отношение амплитуд (и, ввиду } n_\omega = n_{3\omega}, \text{ интенсивностей) третьей гармоники к накачке имеет скорую единичную асимптотику (из-за корня).}$$

Среди причин ограничения эффективности:

1) пространственная неоднородность пучка: пучок накачки в лучшем случае гауссовый, так что на его крыльях $A_\omega(0)$ падает, из-за чего падает и th , что влечет на выходе наложение $\simeq 100\%$ эфф-ти от центра пучка и плохой эфф-ти от крыльев, что понижает общую эфф-ть;

2) временная неоднородность пучка: проблема аналогична п. 1;

3) нарушение частотного синхронизма: нулевая расстройка для частоты накачки влечет ненулевую расстройку для спектральных крыльев накачки, что понижает эфф-ть: $\Delta k \simeq [k_{3\omega}(3\omega_0) + 3\frac{dk_{3\omega}}{d\omega}(\omega - \omega_0)] + [3k_\omega(\omega_0) + 3\frac{dk_\omega}{d\omega}(\omega - \omega_0)] = 3(\omega - \omega_0)(v_{gh}^{-1}(3\omega) - v_{gr}^{-1}(\omega))$, так что решение - ограничение спектра накачки: $\Delta\omega < \frac{2.8}{\tau(3\omega) - \tau(\omega)}$, где τ - групповое время запаздывания \Rightarrow время импульса лазера $\tau > \tau(3\omega) - \tau(\omega)$;

4) нарушение углового синхронизма: например, в одноосном кристалле дифракционное уширение пучка влечет уширение пучка второй гармоники, которая является в одноосном кристалле необыкновенной волной, а значит ее показатель преломл. зависит от угла, и это все приводит к нарушению фазового синхронизма: $\Delta k = \frac{3\omega n_{3\omega}}{c} \alpha(\theta - \theta_0)$, где $\alpha = \frac{1}{n} n'_\theta$ - угол сноса, в стандартных лазерах на стандартных кристаллах равный единицам градусов (не мало). Короче, условие на ширину пучка: $D \leq 3L\alpha$ (l - длина среды).

Билет №11

Нелинейный показатель преломления среды; связь с кубичной нелинейностью среды. Роль стрикционного и ориентационного механизмов нелинейности.

Среди явлений изменения показателя преломл.:

1) стрикционная нелинейность: втягивание вещества в область повышенной интенсивности излучения (что влечет изменение показателя преломл.); свойственно любому веществу;

2) ориентационная нелинейность: свойственна анизотропным средам (в основном, жидкостям); следствие вытянутости молекул: один из их электронов становится свободным, так что световое поле легко возбудит его движение вдоль остова молекул, но с трудом поперек, что приведет к моменту силы, и остовы повернутся по полю излучения - среда станет двулучепреломляющей;

3) тепловая нелинейность: не комментируется;

4) плазменная нелинейность: не комментируется.

Билет №12

Самофокусировка излучения. Самофокусировка простейшего гауссова пучка света. Критическая мощность при самофокусировке излучения. Фокусировка импульсного излучения.

Нелинейный показатель преломления: кубическая нелинейность порождает нелинейность показателя преломления: $P = \chi_3 |E|^2 E \rightarrow n = n_0 + n_2 I$, где $n_2 = \frac{12\pi^2 \chi_3}{cn_0^2}$ (I - интенсивность света).

Гауссов пучок: описывается

$$E(x, y, z, t) = e^{-i\omega t + ikz} \underbrace{\sqrt{\frac{P}{\pi r_0^2 (1 + (z/z_r)^2)}}}_{\text{нормировка}} \underbrace{\exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2r_0^2 (1 + (z/z_r)^2)}\right)}_{\text{Гаусс}} \underbrace{\exp\left(-i\frac{x^2 + y^2}{2r_0^2 (z/z_r + z_r/z)}\right)}_{\text{сферич. волн. фронты}} \underbrace{\exp\left(-i \arctg(z/z_r)\right)}_{\text{фаза Гуи}},$$

где r_0 - радиус перетяжки, z_r - релеевская длина перетяжки. Четвертый множитель отвечает за кривизну фазовых фронтов. Фаза Гуи отвечает за периодичность фронтов: ближе к перетяжке они реже.

Критическая мощность: при расписывании интенсивности и поля гауссова пучка получится в некоторых приближениях получится множитель $\exp(i\frac{r^2 z}{2r_0^2}(\frac{1}{z_r} - \frac{4\pi n_2 I_0}{\lambda}))$, отвечающий за кривизну, который влечет самофокусировку лишь при $I_0 = \frac{\lambda}{4\pi z_r n_2} \Rightarrow$ критическая мощность для самофокусировки $P_{cr} = \frac{\lambda}{8\pi n_0 n_2}$, в которой нет характеристик гауссова пучка.

Фокус: пучок самофокусируется на расстоянии $z_f = \frac{2,5r_0^2}{\lambda} \frac{\sqrt{P_{cr}}}{\sqrt{P - 0,85\sqrt{P_{cr}}}}$.

Импульсное излучение: в виду "гауссовости" импульсов, от больших интенсивностей фокус ближе, от крыльев дальше, что порождает "бегущий" фокус.

Билет №13

Фазовая самомодуляция излучения. Основной результат взаимодействия. Практические применения: сокращение длительности световых импульсов, генерация гребенки частот.

Фазовая самомодуляция: уравнение для медленных амплитуд $\tilde{A}'_z = i\frac{\omega}{c} n_2 |\tilde{A}|^2 \tilde{A}$ влечет изменение лишь фазы (из-за i в правой части): $\tilde{A}(z) = \tilde{A}(0) \exp(i\frac{2\pi z}{\lambda} n_2 I)$.

Def 4.10. Чирп импульса - производная фазы импульса по времени (фактически, мгновенная частота).

При фазовой самомодуляции наблюдается чирп импульса: со временем импульса частота увеличивается, а также уширяется спектр излучения. При втором воздействии на импульс средой с отрицательной дисперсией после самомодуляции крайние частоты уширенного спектра съезжаются - метод укорочения лазерных импульсов. В качестве сред с отриц. дисперсией используются искусственные, например, пара параллельных дифф. решеток, на которых разные частоты отражаются под разными углами, что в частности задерживает красный по отношению к синему - отриц. дисп.

Среди всех шумовых импульсов титан-сапфирового лазера можно выделить сильнейший, подавив остальные, путем самофокусировки и расположения дифф. решетки на расстоянии фокуса. На выходе редкие импульсы - гребенка. В случае, когда у нас есть эталонный лазер (про него все знаем) и исследуемый, можно свести излучения каждого по отдельности с титан-сапфировым и по разностным частотам определить и разность частот эталонного и исследуемого.

Билет №14.1

Рассматривая поляризацию излучения в кубично нелинейной среде, придется рассматривать тензорную взаимосвязь: $P_i = \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l^*$.

Ввиду распространения света вдоль одной координаты, то поля ей нормальны и эта координата может не рассматриваться (только иксы и игрики). Ввиду изотропности среды (таковую рассматриваем) элементы тензора должны быть инвариантны к изменению знаков осей (\Rightarrow рассматриваем только элементы с четным числом иксов и игриков). Тогда взаимосвязь упрощается:

$$\begin{cases} P_x = \chi_{xxxx}^{(3)} E_x E_x E_x^* + \chi_{xyxy}^{(3)} E_x E_y E_y^* + \chi_{yxyx}^{(3)} E_y E_x E_x^* + \chi_{yyxx}^{(3)} E_y E_y E_y^* \\ P_y = \chi_{yyyy}^{(3)} E_y E_y E_y^* + \chi_{yxyx}^{(3)} E_y E_x E_x^* + \chi_{xyxy}^{(3)} E_x E_y E_y^* + \chi_{yyxx}^{(3)} E_x E_x E_x^* \end{cases},$$

где соответствующие элементы для тензора $\chi^{(3)}$ в выражениях для P_x и P_y равны ввиду изотропии, а также элементы вторых и третьих слагаемых. Итого можно записать: $\begin{cases} P_x = \kappa_1 E_x E_x E_x^* + 2\kappa_2 E_x E_y E_y^* + \kappa_3 E_y E_y E_y^* \\ P_y = \kappa_1 E_y E_y E_y^* + 2\kappa_2 E_y E_x E_x^* + \kappa_3 E_x E_x E_x^* \end{cases}$, где ввиду инвариантности поворота $\hookrightarrow \kappa_1 = 2\kappa_2 + \kappa_3$.

Нелинейный показатель преломления $n_2 = \frac{12\pi^2}{cn_0^2} \begin{cases} \kappa_1 = 2\kappa_2 + \kappa_3, & \text{линейная поляризация} \\ 2\kappa_2 =, & \text{круговая поляризация} \end{cases}$, где ввиду положительности всех κ показатель для линейной поляризации больше, чем для круговой.

Слабая волна в поле сильной: в процессе взаимодействия слабой и сильной волн близких частот ω и ω_0 в среде появляется волна частоты $2\omega_0 - \omega$. Слабая волна в поле сильной чувствует преломление не как от κ_1 (лин. поляр.), а как от $2\kappa_1$ в случае параллельной поляризации сильной и слабой волн, и $2\kappa_2$ в случае противоположной поляризации. Характер среды - наведенное двулучепреломление.

Билет №14.2

Группы кубических нелинейных явлений. Двухпучковые нелинейные явления. Самодифракция излучения. Самодифракция излучения при различных поляризациях падающих пучков света.

Билет №15

Четырех-волновые смешения в нелинейной оптике: Обращение волны и обращение волнового фронта.

Билет №16

Нелинейный показатель преломления среды; связь с кубической нелинейностью среды. Роль стрикционного и ориентационного механизмов нелинейности.

лекция 10

Полуклассическое описание резонансной нелинейности: излучение – классическое, атом – квантовый.

Рассматриваем двухуровневую систему, решаем уравнение Шредингера.

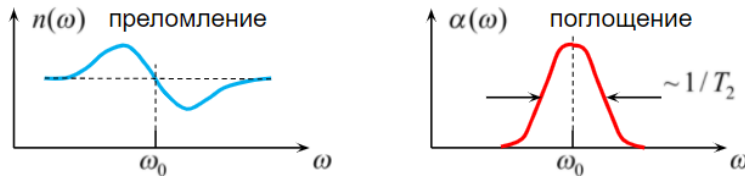
Поляризация $P = \frac{1}{2}(Be^{-i\omega t} + C')$

$$\frac{dB}{dt} = i\frac{d^2}{\hbar}(N_1 - N_2) - i(\omega_0 - \omega) - \frac{B}{T_2} \quad (4.1)$$

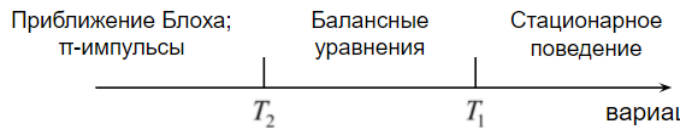
$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{i}{4\hbar}(BA^* - B^*A) - \frac{N_2}{T_1} \quad (4.2)$$

Искусственно добавляем времена продольной и поперечной релаксации T_1 и T_2 .

Стационарное решение $\frac{dB}{dt} = 0$ даёт коэффициенты преломления и поглощения



В зависимости от длительности светового импульса возможны режимы



Балансные уравнения дают сечение поглощения $\sigma(\omega)$ и

$$\frac{dI}{dt} = \sigma(N_2 - N_1)I \quad (4.3)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \sigma(N_1 - N_2)\frac{I}{\hbar\omega} - \frac{N_2}{T_1} \quad (4.4)$$

В стационарном режиме $\frac{dN_2}{dt} = 0$ возникает величина интенсивности насыщения I_{sat} и

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\sigma N}{1 + \frac{I}{I_{sat}}}I \quad (4.5)$$

Эффект просветления – увеличение прозрачности при возрастании интенсивности падающего света

Билет №17

Методы измерения констант нелинейного взаимодействия: метод z-сканирования.

лекция 8

Метод измерения нелинейного показателя преломления, использующий эффект самофокусировки.

Измеряется зависимость энергии лазерного излучения, прошедшего через диафрагму, то есть коэффициент пропускания, в зависимости от положения образца относительно фокуса линзы. Затем из этой зависимости можно получить n_2 и $\text{Re } \chi^{(3)}$.

Для измерения мнимой части $\chi^{(3)}$ диафрагму убирают и измеряют коэффициент поглощения.

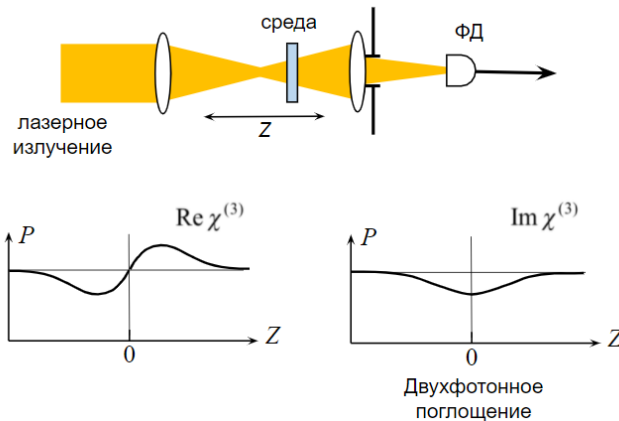


Рис. 4: z-сканирование

Билет №18

«Ядерные» нелинейности. Роль стрикционного и ориентационного механизмов нелинейности.

лекция 6, слайды 17-19

- Стрикционная нелинейность

Втягивание вещества в область повышенного поля (втягивание диэлектрической жидкости в конденсатор). Наблюдается во всех средах

- Ориентационная нелинейность. Поворот анизотропных молекул вдоль электрического поля волны, наблюдается в жидкостях и газах
- тепловая нелинейность
- плазменная нелинейность

Стрикционная и ориентационная нелинейности возникают с запаздыванием, у них есть характерные времена релаксации, значительно превышающие период световой волны.

Ядерные нелинейности вызывают кубичные нелинейные явления $\chi^{(3)}$.

Билет №19

Вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР). Роль спонтанного рассеяния. Основные характеристики излучения ВКР. Особенности энергообмена между волнами при ВКР.

лекция 11

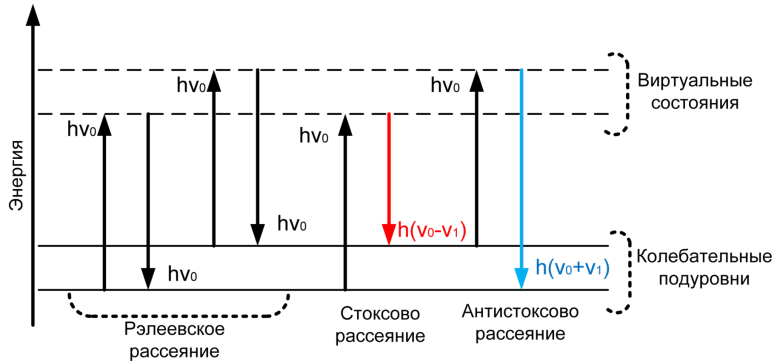
ВКР вызвано колебаниями молекул, то есть переменной поляризуемостью среды.

Возникают две новые линии излучения, отстоящие по частоте от основной на $\hbar\omega = E_{\text{кол}}$

Интенсивность не зависит от угла рассеяния, зависит от температуры.

$$\frac{I_{\text{стокс}}}{I_{\text{антистокс}}} \gg \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{kT}\right) \quad (4.6)$$

Основная и рассеянная волны складываются, итоговая интенсивность осциллирует на частоте молекулярных колебаний, что поддерживает возбуждение новых колебаний.



Способ описания – система с двумя уровнями энергии, для которой решается уравнение Шредингера. Волна на стоксовой частоте усиливается, на антистоксовой ослабевает.

Билет №20

Вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюена (ВРМБ). Роль спонтанного рассеяния. Основные характеристики излучения ВРМБ. Особенности энергообмена между волнами при ВРМБ.

лекция 12

Звуковые волны в среде создают периодические неоднородности плотности, которые можно считать объёмными дифракционными решетками.

ВРМБ вызвано дифракцией световых волн на таких неоднородностях среды.

Условия дифракции Брегга:

1. фронты звуковых волн служат отражающими поверхностями для световых волн
2. $\Lambda \sin \frac{\Theta}{2} = \lambda$, где Λ – длина звуковой волны

ВРМБ – кубичная нелинейность.

Смещение по частоте рассеянных волн зависит от угла и максимально для обратного рассеяния $\Delta\nu = \frac{2v_{\text{зв}}}{\lambda}$.

Основная и рассеянная волны складываются, итоговая интенсивность осциллирует на частоте звуковой волны, что поддерживает возбуждение новых колебаний среды.

Способ описания – система с двумя уровнями энергии, для которой решается уравнение Шредингера.

Волна на стоксовой частоте усиливается, на антистоксовой ослабевает.