Билеты по курсу «Нелинейная оптика»

Авторы заметок: Егоров Митя
Волкова Саша
Федотова Катя
Хоружий Кирилл

От: *22 декабря 2021 г.*

Содержание

Оптические нелинейности

1. Что нелинейно в нелинейной оптике? Принцип суперпозиции для поляризации среды. Материальные уравнения и их связь с уравнениями Максвелла. Механизмы нелинейного взаимодействия излучения со средами: классификация, особенности.

2. Электронные нерезонансные нелинейности. Общий вид материального уравнения. Квадратичные нелинейные явления. Простейший осциллятор как модель нелинейности: два сопутствующих процесса.

Квадратичная нелинейность

3. Генерация второй оптической гармоники. Понятие фазового синхронизма. Способ выполнения условия фазового синхронизма. Расчет угла фазового синхронизма при ГВГ.

4. Переход от волнового уравнения к уравнениям для медленных амплитуд; разделение уравнений для волн. Решение уравнений генерации второй оптической гармоники в случае точного синхронизма.

4. Генерация второй гармоники в случае слабого преобразования; роль расстройки. Факторы, ограничивающие эффективность преобразования, связь с расстройкой. Роль длины среды.

5. Генерация суммарной и разностной частот. Типы синхронизмов. Вторая гармоника как генерация суммарной частоты. Типы синхронизмов. Периодически поляризованные кристаллы.

6. Оптическое детектирование. Генерация терагерцового излучения; Терагерцовое излучение как процесс генерации разностных частот.

7. Параметрическая генерация света. Основные свойства спонтанного параметрического излучения. Уравнения генерации параметрического излучения. Особенности бигармонического поля.

8. Нерезонансные электронные нелинейности: явления третьего порядка. Простейший осциллятор как модель нелинейности: два сопутствующих процесса.

Кубическая нелинейность

9. Генерация третьей оптической гармоники. Условие фазового синхронизма. Способ выполнения условия фазового синхронизма. Расчет угла фазового синхронизма при генерации третьей гармоники.

10. Решение уравнений генерации третьей оптической гармоники в случае точного синхронизма. Факторы, ограничивающие эффективность преобразования.

11. Нелинейный показатель преломления среды; связь с кубичной нелинейностью среды. Роль стрикционного и ориентационного механизмов нелинейности.

12. Самофокусировка излучения. Самофокусировка простейшего гауссова пучка света. Критическая мощность при самофокусировке излучения. Фокусировка импульсного излучения.

Другое

13. Фазовая самомодуляция излучения. Основной результат взаимодействия. Практические применения: сокращение длительности световых импульсов, генерация гребенки частот.

14. Поляризационные эффекты нелинейного показателя преломления. Нелинейность показателя преломления для линейно поляризованного и кругополяризованного света. Слабая волна в среде под действием сильного излучения.

14. Группы кубичных нелинейных явлений. Двухпучковые нелинейные явления. Самодифракция излучения. Самодифракция излучения при различных поляризациях падающих пучков света.

15. Четырех-волновые смешения в нелинейной оптике: Обращение волны и обращение волнового фронта.

16. Электронные нелинейности, резонансное взаимодействие. Полуклассическая модель. Балансные уравнения. Понятие об интенсивности просветления среды. Задача о просветлении среды и изменении показателя преломления.

17. Методы измерения констант нелинейного взаимодействия: метод z-сканирования.

18. «Ядерные» нелинейности. Роль стрикционного и ориентационного механизмов нелинейности.

19. Вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР). Роль спонтанного рассеяния. Основные характеристики излучения ВКР. Особенности энергообмена между волнами при ВКР.

20. Вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюена (ВРМБ). Роль спонтанного рассеяния. Основные характеристики излучения ВРМБ. Особенности энергообмена между волнами при ВРМБ.

Билет №1

> Что нелинейно в нелинейной оптике? Принцип суперпозиции для поляризации среды. Материальные уравнения и их связь с уравнениями Максвелла. Механизмы нелинейного взаимодействия излучения со средами: классификация, особенности.

Вектор поляризованности $\boldsymbol{P}$ в линейной оптике

$$P_i = \sum_{k=1}^{3} \alpha_{ik} E_k, \qquad \text{при } \alpha_{ik} = \alpha \mathbb{1} \qquad \boldsymbol{P} = \alpha \boldsymbol{E},$$

при том же векторе для эдектрической индукции $\boldsymbol{D}$:

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E} + 4\pi \boldsymbol{P}.$$

В случае квадратичной нелинейности переходим к зависимости, вида

$$P_i = \sum_{k=1}^{3} \alpha_{ik}[E] E_k, \qquad \alpha_{ik}[E] = \alpha_{ik} + \sum_{j=1}^{3} \chi_{ikj} E_j + \sum_{j=1}^{3}\sum_{m=1}^{3} \theta_{ikjm} E_j E_m + \ldots,$$

где α_{ik} – линейная восприимчивость, χ_{ikj} – квадратичная нелинейная восприимчивость, θ_{ikjm} – кубическая нелинейная восприимчивость.

Итого, получаем материальное уравнение, вида

$$P_i = \underbrace{\alpha_{ik} E_k}_{P_i^{\text{лин}}} + \underbrace{\chi_{ikj} E_k E_j}_{P_i^{\text{кв}}} + \underbrace{\theta_{ikjm} E_k E_j E_m}_{P_i^{\text{куб}}} + \ldots$$

Билет №3

> Генерация второй оптической гармоники. Понятие фазового синхронизма. Способ выполнения условия фазового синхронизма. Расчет угла фазового синхронизма при ГВГ.

Генерация второй гармоники. Пусть в квадратично-нелинейный диэлектрик входит световая волна на частоте ω. Тогда

$$\boldsymbol{P}^{\text{кв}} = \frac{1}{4}\chi[\boldsymbol{e}, \boldsymbol{e}](Ae^{i(\omega t - \boldsymbol{kr})} + \text{c.c.})^2 = \frac{1}{4}\chi[\boldsymbol{e}, \boldsymbol{e}]\left(A^2 e^{i(2\omega t - 2\boldsymbol{kr})} + \bar{A}^2 e^{i(2\boldsymbol{kr} - 2\omega t)} + 2A\bar{A}\right).$$

Intro. Представим исходную волну и волну второй гармоники в виде

$$E_\omega = A_\omega \cos(\omega t - kz),$$
$$E_{2\omega} = A_{2\omega} \cos(2\omega t - Kz).$$

Считая $n[\omega] = \sqrt{\varepsilon[\omega]}$ и $n[2\omega] = \sqrt{\varepsilon[2\omega]}$, находим

$$v_\omega = \frac{c}{n[\omega]} = \frac{\omega}{k_\omega}, \qquad v_{2\omega} = \frac{c}{n[2\omega]} = \frac{2\omega}{k_{2\omega}}, \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{k_{2\omega} - 2k_\omega = \Delta k},$$

где Δk – *волновая расстройка*.

Интерференция. Исходная волна вызовет волну квадратичной поляризованности

$$P_{2\omega} = \frac{1}{2}\chi[\boldsymbol{e}, \boldsymbol{e}] A_\omega^2 \cos(2\omega t - 2kz).$$

Рассмотрим две точки: z и z', пусть фаза волны в z':

$$\Phi(z') = 2\omega t - 2k_\omega z'.$$

Тогда в точке z фаза переизлученной световой волны будет

$$\varphi(z') = \Phi(z) - k_{2\omega}(z - z') = 2\omega t - k_{2\omega} z + \Delta k z'.$$

Результирующая волна второй гармони есть результат интерференции волн, переизлученных в различных точках z' на промежутку от $z' = 0$ дл $z' = z$:

$$E_{2\omega} = A \int_0^z \cos(\varphi[z'])\, dz' = A \int_0^z \cos(2\omega t - Kz + \Delta k z')\, dz'.$$

Откуда находим, что

$$E_{2\omega} = \frac{A}{\Delta k}\left(\sin(2\omega t - k_{2\omega} z + \Delta k z) - \sin(2\omega t - k_{2\omega} z)\right) = \frac{2A}{\Delta k} \sin\left(\frac{\Delta k z}{2}\right) \cos\left(2\omega t - k_{2\omega} z + \frac{\Delta k z}{2}\right),$$

а значит амплитуда второй гармоники в точке z:

$$A_{2\omega}(z) = \frac{2A}{\Delta k} \sin\frac{\Delta k z}{2}, \qquad \Rightarrow \qquad A_{2\omega}^{\max} \Leftrightarrow \boxed{k_{2\omega} = 2k_\omega},$$

так и приходим к условию *фазового синхронизма*.

Достижение фазового синхронизма. Для отрицательного одноосного кристалла

$$\frac{n_z^2}{n_o^2} + \frac{n_x^2}{n_e^2} = 1, \quad \Rightarrow \quad n_e[\theta] = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 - (n_o^2 - n_e^2)\cos^2\theta}},$$

так что можем добиться $n_o[\omega] = n_e[2\omega]$, для некоторого θ:

$$\frac{1}{n_e^2[2\omega,\theta]} = \frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2[2\omega]} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2[2\omega]} = \frac{1}{n_0^2[\omega]},$$

что прекрасно видно на графике.

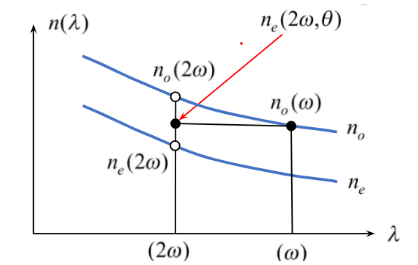

Рис. 1: Достижение фазового синхронизма

Билет №4

> Переход от волнового уравнения к уравнениям для медленных амплитуд; разделение уравнений для волн. Решение уравнений генерации второй оптической гармоники в случае точного синхронизма.
> *лекция 2, слайды 13-23.*

Def 4.1. *Бездифракционное приближение* – приближение, в котором принебрегается поперечным направлению распространения расплыванием светового пучка, что влечет обнуление вторых производных по двум координатам, нормальным к координате распространения в лапласиане волнового уравнения[1] .

Def 4.2. *Медленная амплитуда* – случай, когда волна представима произведением множителей, один из которых отвечает за быстро осциллирующую фазу, а второй за медленно изменяющуюся амплитуду.

Запищем волновое уравнение

$$\left(\cancel{\partial_x^2} + \cancel{\partial_y^2} + \partial_z^2\right)\boldsymbol{E} - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\boldsymbol{E} = \frac{4\pi}{c^2}\partial_t^2\boldsymbol{P}.$$

Подставляя $\boldsymbol{E}[t,z] = \boldsymbol{A}[t,z]e^{-i\omega t + ikz}$ и $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_{\text{лин}} + \boldsymbol{P}_{\text{кв}}$, находим[2] *уравнение для медленных амплитуд*:

$$2ik\left(\partial_z\boldsymbol{A} + \frac{1}{v_{\text{gr}}}\partial_t\boldsymbol{A}\right)e^{-i\omega t + ikz} = \frac{4\pi}{c^2}\partial_t^2\boldsymbol{P}_{\text{кв}}.$$

Использование бездифракционного приближения для медленных амплитуд позволяется убрать в волновом уравнении вторые производных по двум координатам, а оставшиеся вторых производные по координате распространения и времени свести к первым, что переводит волновое уравнение в уравнение для медленных амплитуд.

Разделение уравнений для волн: удобно в уравнении для медленных амплитуд представить поле в видел суммы полей двух гармоник:

$$A = \frac{1}{2}(A_\omega e^{-i\omega t + ik_\omega x} + A_\omega^* e^{2i\omega t - ik_\omega x}) + \frac{1}{2}(A_{2\omega}e^{-i\omega t + ik_{2\omega}x} + A_{2\omega}^* e^{2i\omega t - ik_{2\omega}x}),$$

после чего разделить уравнение на 2 для каждой из гармоник[3]. В некотором приближении находим, что

$$\partial_z A \gg \frac{1}{v_{\text{gr}}}\partial_t A, \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \partial_z A_\omega = \dfrac{2\pi i\omega}{cn_\omega}\chi_2 A_{2\omega}A_\omega^* e^{i\Delta kz} \\ \partial_z A_{2\omega} = \dfrac{2\pi i\omega}{cn_{2\omega}}\chi_2 A_\omega^2 e^{-i\Delta kz} \end{cases}$$

[1]Обусловленно мили/сантиметровочными длинами рабочих нелинейных сред, а на таких длинах дифракционные эффекты мизерны

[2]см. лекция 2, 14 слайд

[3]Можно в виду тонкости спектров гармоник, которые друг друга не перекрывают, если импульсы достаточно не коротки (нано-/пикосекндные лазеры)) (слагаемые с групповой скоростью можно тоже аккуратно вычеркнуть, так как для, например, наносекундныъ лазеров их расстройка << длительности импульсов

При точном синхронизме ($\Delta k = 0$) решение уравнения для медленных амплитуд:

$$G = \frac{2\pi\omega}{cn}\chi_2, \qquad \begin{cases} A_{2\omega}(z) = iA_\omega[0]\,\mathrm{th}\left(GA_\omega[0]\,z\right) \\ A_\omega(z) = \dfrac{A_\omega[0]}{\mathrm{ch}(GA_\omega[0]\,z)}, \end{cases}$$

таким образом на некотором расстоянии полностью переходим к $A_{2\omega}$.

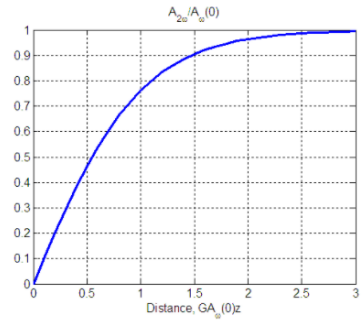

Рис. 2: Генерация второй гармоники при точном синхронизме