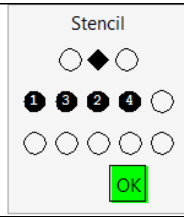
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА О РАБОТЕ

Шаблон № 0 – образец $0<\sigma<1$ α_{-2}^{0} – абсцисса, α_{0}^{0} – ордината	
Система:	$\begin{cases} \alpha_{-2}^{0}+\alpha_{-1}^{0}+\alpha_{0}^{0}+\alpha_{1}^{0}=1 \\ -2\alpha_{-2}^{0}-\alpha_{-1}^{0}+\alpha_{1}^{0}=-\sigma \\ 4\alpha_{-2}^{0}+\alpha_{-1}^{0}+\alpha_{1}^{0}=\sigma^{2} \\ -8\alpha_{-2}^{0}-\alpha_{-1}^{0}+\alpha_{1}^{0}=-\sigma^{3} \end{cases}$
1.1 Область монотонности положительных по Фридрихсу ($\alpha_{\mu}^{\nu}\geq 0$) схем: $u_{m}^{n+1}=\alpha_{-2}^{0}u_{m-2}^{n}+\frac{1}{2}\left(1+\sigma-3\alpha_{-2}^{0}-\alpha_{0}^{0}\right)u_{m-1}^{n}+\alpha_{0}^{0}u_{m}^{n}+\frac{1}{2}\left(1-\sigma+\alpha_{-2}^{0}-\alpha_{0}^{0}\right)u_{m+1}^{n},$ $0\leq\alpha_{-2}^{0},\ 0\leq\alpha_{0}^{0},\ \alpha_{0}^{0}\leq-3\alpha_{-2}^{0}+\sigma+1,\ \alpha_{0}^{0}\leq\alpha_{-2}^{0}+1-\sigma$	
1.2 Однопараметрическое множество схем 2-го порядка аппроксимации: $u_{m}^{n+1}=u_{m}^{n}+\frac{\sigma}{2}\left(u_{m-1}^{n}-u_{m+1}^{n}\right)+\frac{\sigma^{2}}{2}\left(u_{m-1}^{n}-2u_{m}^{n}+u_{m+1}^{n}\right)+\alpha_{-2}^{0}\left(u_{m-2}^{n}-3u_{m-1}^{n}+3u_{m}^{n}-u_{m+1}^{n}\right)$	
1.3 Единственная схема 3-го порядка аппроксимации: $C:\left(\alpha_{-2}^{0}=\frac{\sigma}{6}\left(\sigma^{2}-1\right),\ \alpha_{-1}^{0}=\frac{1}{2}\sigma\left(2+\sigma-\sigma^{2}\right),\ \alpha_{0}^{0}=\frac{1}{2}(2-\sigma)\left(1-\sigma^{2}\right),\ \alpha_{1}^{0}=\frac{1}{6}(2-\sigma)\left(\sigma^{2}-\sigma\right)\right),$ $u_{m}^{n+1}=u_{m}^{n}+\frac{\sigma}{2}\left(u_{m-1}^{n}-u_{m+1}^{n}\right)+\frac{\sigma^{2}}{2}\left(u_{m-1}^{n}-2u_{m}^{n}+u_{m+1}^{n}\right)+\frac{\sigma}{6}\left(\sigma^{2}-1\right)\left(u_{m-2}^{n}-3u_{m-1}^{n}+3u_{m}^{n}-u_{m+1}^{n}\right)$	
1.4 Вершины двухпараметрического множества монотонных схем: $A_{0}:\left(\alpha_{-2}^{0}=0,\ \alpha_{-1}^{0}=\frac{1}{2}(1+\sigma),\ \alpha_{0}^{0}=0,\ \alpha_{1}^{0}=\frac{1}{2}(1-\sigma)\right),\ u_{m}^{n+1}=\frac{1}{2}(1+\sigma)u_{m-1}^{n}+\frac{1}{2}(1-\sigma)u_{m+1}^{n}$ $A_{2}:\left(\alpha_{-2}^{0}=0,\ \alpha_{-1}^{0}=\sigma,\ \alpha_{0}^{0}=1-\sigma,\ \alpha_{1}^{0}=0\right),\ u_{m}^{n+1}=u_{m}^{n}+\sigma\left(u_{m-1}^{n}-u_{m}^{n}\right)$ $A_{5}:\left(\alpha_{-2}^{0}=\frac{\sigma}{2},\ \alpha_{-1}^{0}=0,\ \alpha_{0}^{0}=1-\frac{\sigma}{2},\ \alpha_{1}^{0}=0\right),\ u_{m}^{n+1}=u_{m}^{n}+\frac{\sigma}{2}\left(u_{m-2}^{n}-u_{m}^{n}\right)$ $A_{3}:\left(\alpha_{-2}^{0}=\frac{\sigma+1}{3},\ \alpha_{-1}^{0}=0,\ \alpha_{0}^{0}=0,\ \alpha_{1}^{0}=\frac{2-\sigma}{3}\right),\ u_{m}^{n+1}=\frac{1}{3}\left(u_{m-2}^{n}+2u_{m+1}^{n}\right)+\frac{\sigma}{3}\left(u_{m-2}^{n}-u_{m+1}^{n}\right)$	

1.5 Схема 2-го порядка аппроксимации наиболее близкая к множеству положительных по Фридрихсу схем:

$$B_2:\left(\alpha_{-2}^0=\frac{3}{10}\left(\sigma^2-\sigma\right),\ \alpha_{-1}^0=\frac{1}{5}\left(7\sigma-2\sigma^2\right),\ \alpha_0^0=\frac{1}{10}(1-\sigma)(10+\sigma),\ \alpha_1^0=\frac{1}{5}\left(\sigma^2-\sigma\right)\right),$$

$$u_m^{n+1}=\frac{1}{5}\left(7\sigma-2\sigma^2\right)u_{m-1}^n+\frac{(\sigma-1)}{10}\left(3\sigma u_{m-2}^n-(10+\sigma)u_m^n+2\sigma u_{m+1}^n\right)$$

1.6 Оптимальный диапазон значений числа Куранта:

$$0<\sigma<1$$

1.7 Две схемы 2-го порядка аппроксимации с ортогональными областями монотонности:

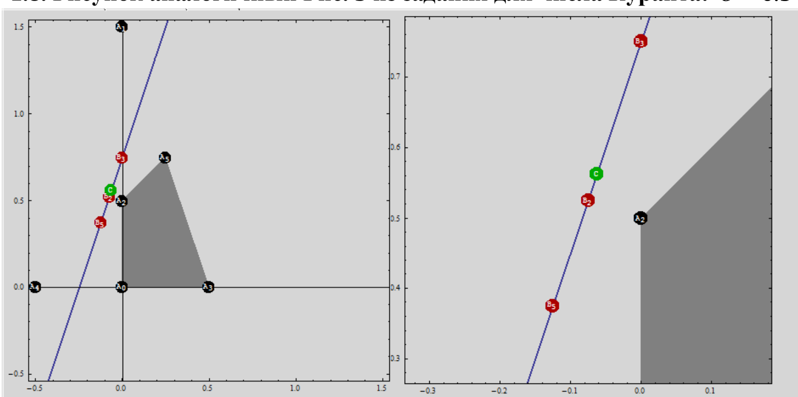
$$B_3:\left(\alpha_{-2}^0=0,\ \alpha_{-1}^0=\frac{1}{2}\left(\sigma+\sigma^2\right),\ \alpha_0^0=1-\sigma^2,\ \alpha_1^0=\frac{1}{2}\left(\sigma^2-\sigma\right)\right),$$

$$u_m^{n+1}=u_m^n+\frac{\sigma}{2}\left(u_{m-1}^n-u_{m+1}^n\right)+\frac{\sigma^2}{2}\left(u_{m-1}^n-2u_m^n+u_{m+1}^n\right)$$

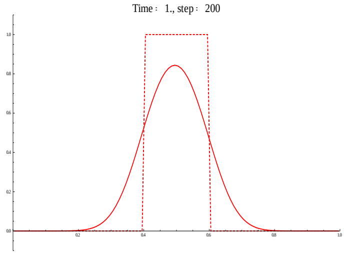
$$B_5:\left(\alpha_{-2}^0=\frac{1}{2}\left(\sigma^2-\sigma\right),\ \alpha_{-1}^0=\left(2\sigma-\sigma^2\right),\ \alpha_0^0=\frac{1}{2}\left(2-3\sigma+\sigma^2\right),\ \alpha_1^0=0\right),$$

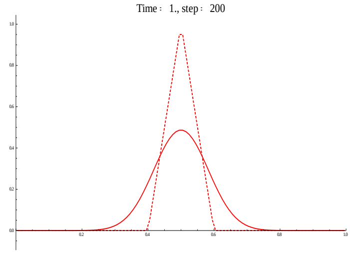
$$u_m^{n+1}=u_m^n+\frac{\sigma}{2}\left(4u_{m-1}^n-3u_m^n-u_{m-2}^n\right)+\frac{\sigma^2}{2}\left(u_{m-2}^n-2u_{m-1}^n+u_m^n\right)$$

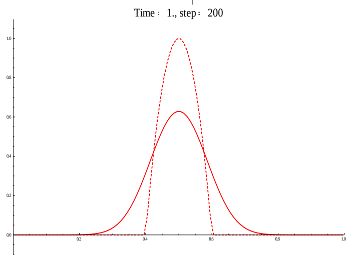
1.8. Рисунок аналогичный Рис. 3 из задания для числа Куранта: $\sigma=0.5$



2. Для всех схем количество узлов $M = 100$, $\sigma = 0.5$, 200 шагов по времени.

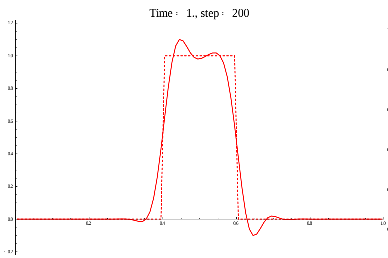


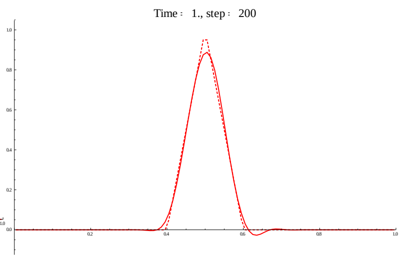


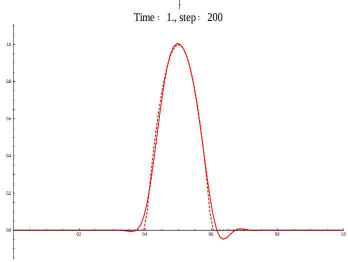


2.1 Схема A_2 «Левый уголок» 1 порядка аппроксимации: $u_m^{n+1} = 0.5\left(u_{m-1}^n + u_m^n\right)$.

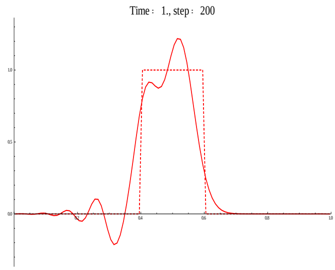
Далее здесь должны быть результаты для схем A_0, A_5 и A_3!

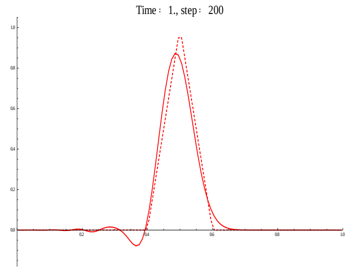


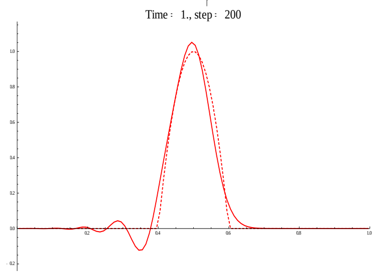




2.2 Схема B_2 (наименее осциллирующая на разрывах схема 2 порядка аппроксимации): $u_m^{n+1} \cong -0.075u_{m-2}^n + 0.6u_{m-1}^n + 0.525u_m^n - 0.05u_{m+1}^n$.

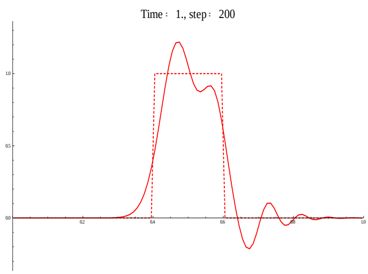


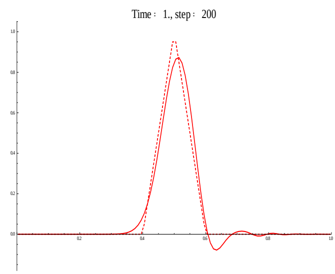


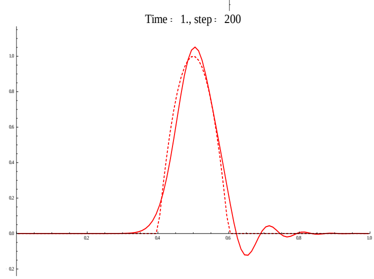


2.3 Схема B_3 «Лакса-Вендроффа» (2 порядок аппроксимации):

$$u_m^{n+1} \cong 0.375u_{m-1}^n + 0.75u_m^n - 0.125u_{m+1}^n .$$

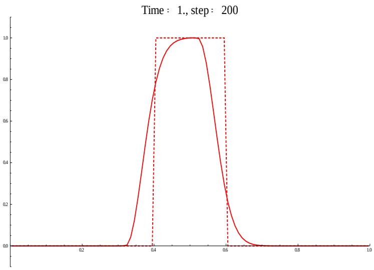


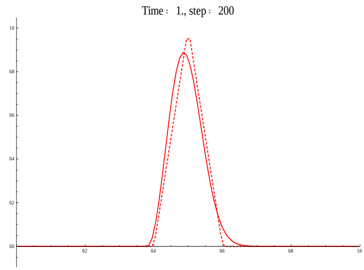


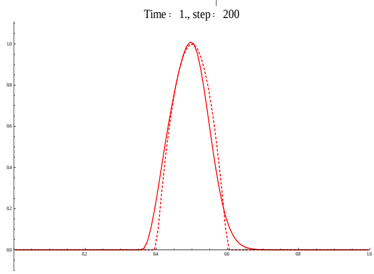


2.4 Схема B_5 «Бима-Уорминга» (2 порядок аппроксимации):

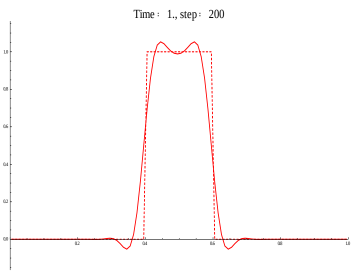
$$u_m^{n+1} \cong -0.125u_{m-2}^n + 0.75u_{m-1}^n + 0.375u_m^n .$$

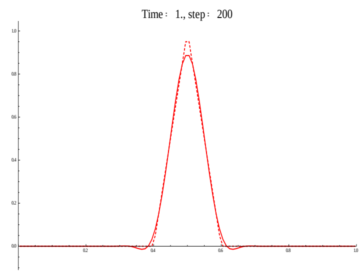


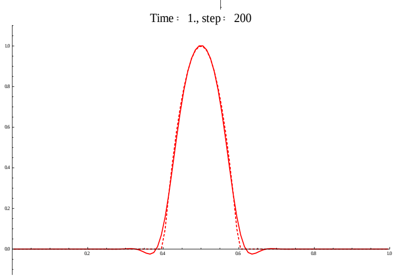




2.5 Монотонная комбинация схем B$_3$ и B$_5$ (2 порядок аппроксимации).

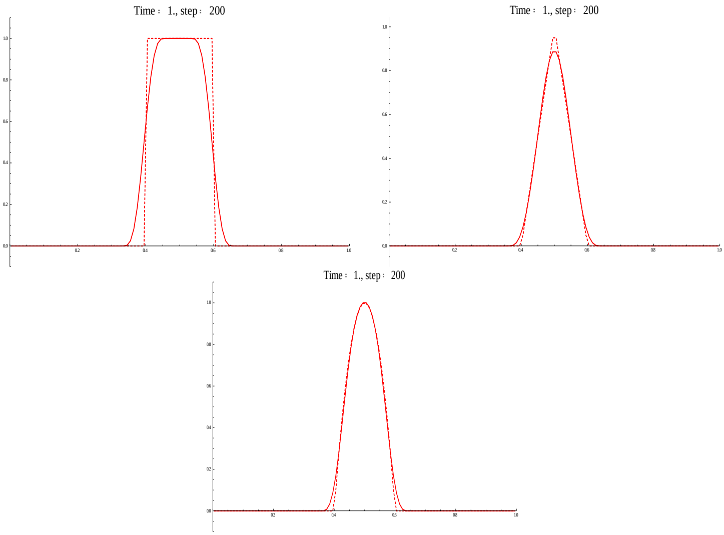






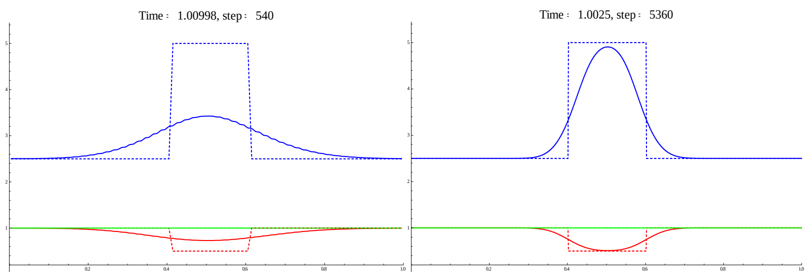
2.6 Схема C «Русанова» (3 порядок аппроксимации):

$$u_m^{n+1} \cong -0.0625u_{m-2}^n + 0.5625u_{m-1}^n + 0.5625u_m^n - 0.0625u_{m+1}^n .$$

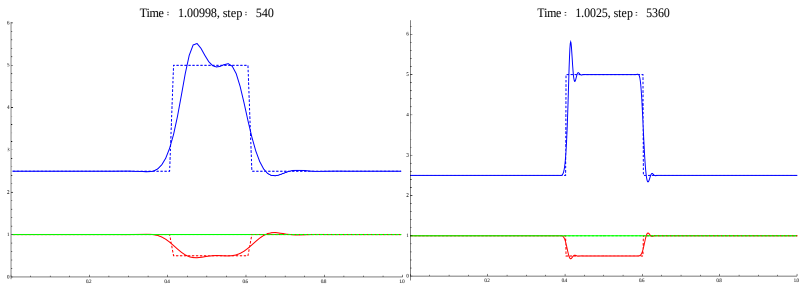


2.7 Монотонная комбинация схем C, B_3 и B_5 и (2-3 порядок аппроксимации).

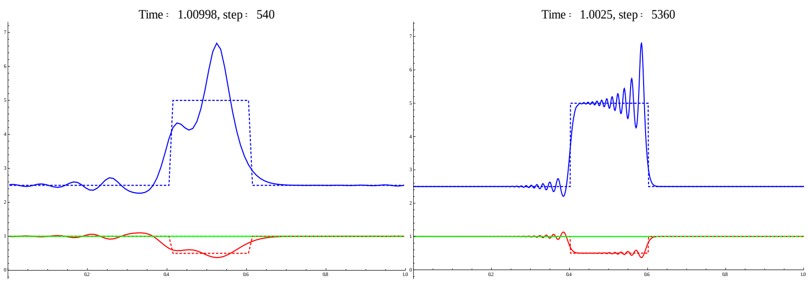
3.2 Тестовый расчет автомодельной задачи Римана при начальных значениях переменных $V_{in} = \{\rho = 0.5,\ u = 1,\ \varepsilon = 5\}^T$ и $V_{out} = \{\rho = 1,\ u = 1,\ \varepsilon = 2.5\}^T$, обеспечивающих существование двух КР-ов в центре области интегрирования:



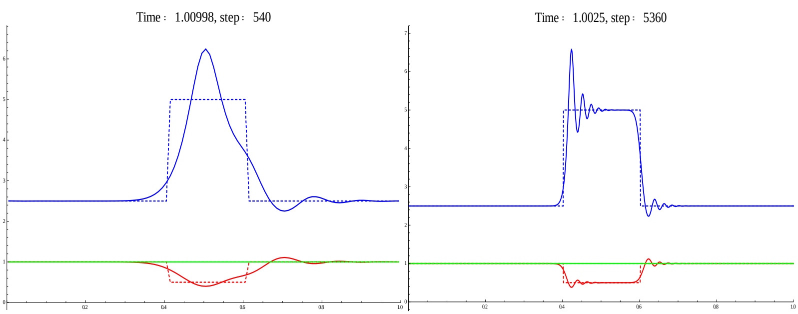
По наиболее точной монотонной схеме 1-го порядка аппроксимации, соответствующей точке A_1 на Рис. 3, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$, на время $T \simeq 1$ и $\sigma = 0.5$.



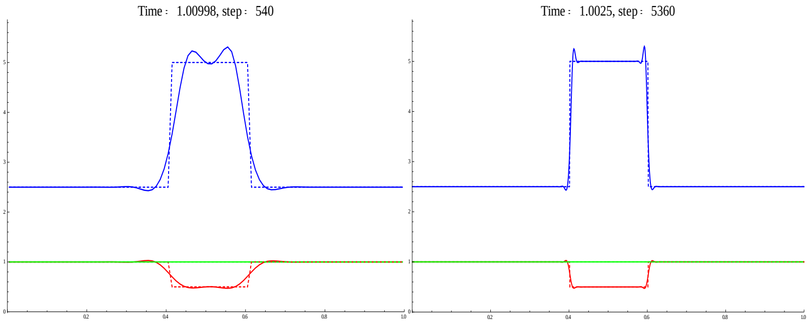
По наименее осциллирующей схеме 2-го порядка аппроксимации, соответствующей точке B_2 на Рис. 3, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$, на время $T \simeq 1$ и $\sigma = 0.5$.



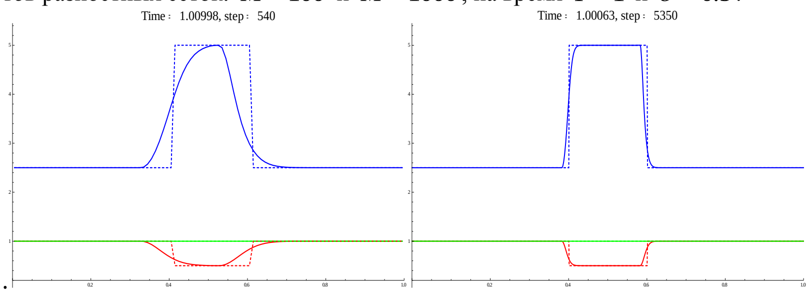
По схеме 2-го порядка, соответствующей точке B_3 на Рис. 3, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$, на время $T \simeq 1$ и $\sigma = 0.5$.



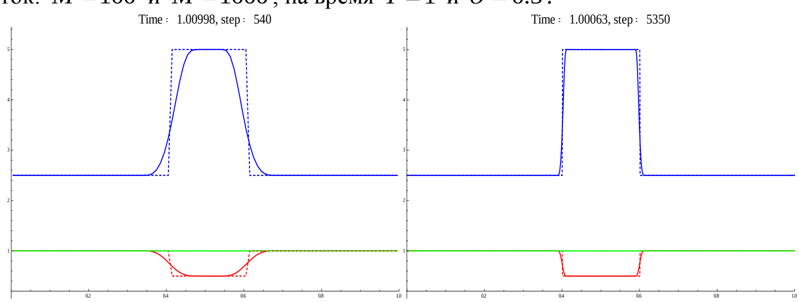
По схеме 2-го порядка, соответствующей точке B_5 на Рис. 3, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$, на время $T \simeq 1$ и $\sigma = 0.5$.



По схеме 3-го порядка, соответствующей точке C на Рис. 3, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$, на время $T \simeq 1$ и $\sigma = 0.5$.

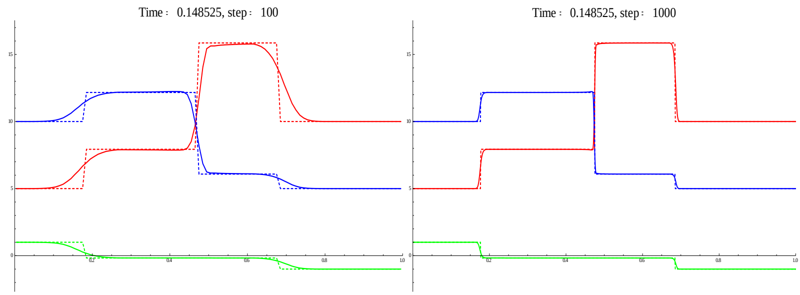


По монотонной схеме 2-го порядка аппроксимации, заданной в виде линейной комбинации двух схем, с ортогональными областями монотонности, соответствующим точкам B_3 и B_5 на Рис. 3, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$, на время $T \simeq 1$ и $\sigma = 0.5$.

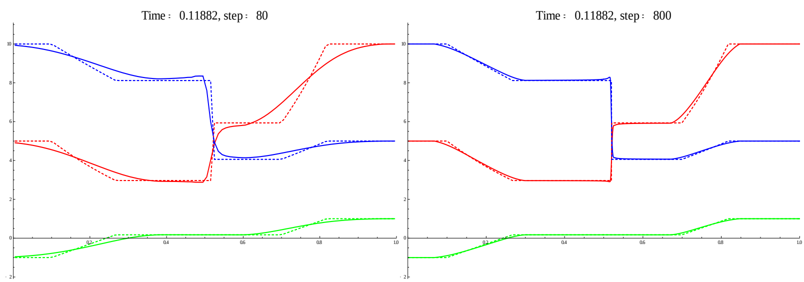


По монотонной схеме 2–3-го порядка аппроксимации, заданной в виде линейной комбинации трех опорных схем – одной схемы 3-го порядка аппроксимации, соответствующей точке C и двух схем 2-го порядка аппроксимации, соответствующим точкам B_3 и B_5 на Рис. 3, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$, на время $T \simeq 1$ и $\sigma = 0.5$.

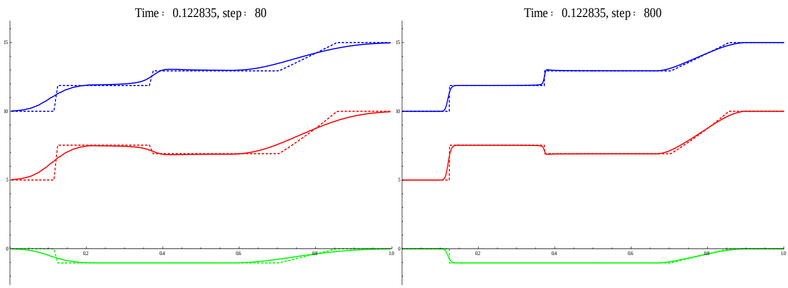
Тестовый расчет автомодельной задачи Римана по монотонной схеме 2–3-го порядка аппроксимации, заданной в виде линейной комбинации трех опорных схем – одной схемы 3-го порядка аппроксимации, соответствующей точке C и двух схем 2-го порядка аппроксимации, соответствующим точкам B_3 и B_5 на Рис. 3, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$:



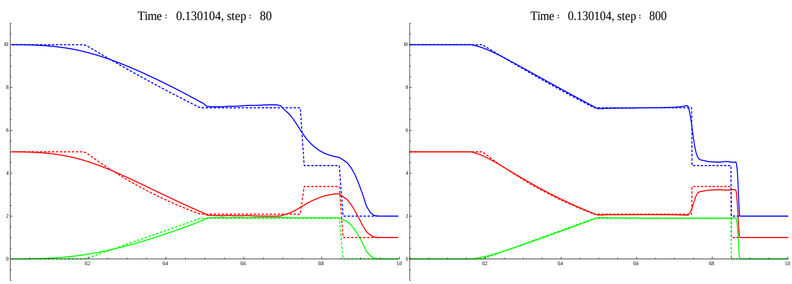
3.3 На время $T \simeq 0.15$ и $\sigma = 0.5$ при начальных значениях переменных, обеспечивающих существование (УВ, КР, УВ) в центре области интегрирования.



3.4 На время $T \simeq 0.12$ и $\sigma = 0.5$ при начальных значениях переменных, обеспечивающих существование (ВР, КР, ВР) в центре области интегрирования.



3.5 На время $T \simeq 0.12$ и $\sigma = 0.5$ при начальных значениях переменных, обеспечивающих существование (УВ, КР, ВР) в центре области интегрирования.



3.6 На время $T \simeq 0.13$ и $\sigma = 0.5$ при начальных значениях переменных, обеспечивающих существование (ВР, КР, УВ) в центре области интегрирования.