

НАЗВАНИЕ

Лектор: Андрей Вадимович Турлапов

Стенография: Хоружий Кирилл

От: 17 февраля 2022 г.

Содержание

2	Лекция №2	2
2.1	Сверхтонкое расщепление	2
2.2	Эффекты Зеемана	2

2 Лекция №2

2.1 Сверхтонкое расщепление

Уровень 1S , 4 вырожденных состояния: $|S_z, I_z\rangle$:

$$|--\rangle, |-+\rangle, |+-\rangle, |++\rangle.$$

Знаем поле диполя:

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = -\frac{\boldsymbol{\mu}}{r^3} + \frac{3\mathbf{x}(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{x})}{r^5} + \frac{8\pi}{3}\boldsymbol{\mu}\delta(\mathbf{x}).$$

Так вот, есть магнитный момент ядра $\boldsymbol{\mu}_I$ и $\boldsymbol{\mu}_S$, которые взаимодействуют:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{g_S|e|\hbar}{2m_e c}\hat{\mathbf{S}}, \quad g_S = -2.0023, \quad \hat{\boldsymbol{\mu}}_I = \frac{g_I|e|\hbar}{2m_p c}\hat{\mathbf{I}}, \quad g_I = 5.58.$$

Так строим слагаемое для возмущения гамильтониана

$$V(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{x}}) = \frac{\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_I}{\hat{r}^3} - \frac{3(\hat{\boldsymbol{\mu}}_S \cdot \hat{\mathbf{x}})\hat{\boldsymbol{\mu}}_I \cdot \hat{\mathbf{x}}}{\hat{r}^5} + \frac{8\pi}{3}\hat{\boldsymbol{\mu}}_S \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_I \delta(\hat{\mathbf{x}}).$$

Сам гамильтониан помним:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{e}{\hat{r}} + \hat{V}.$$

Можем посчитать

$$\hat{H}_{SI} = \langle 100|V|100\rangle = \hbar\nu_{\text{hf}}\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{I}}, \quad \frac{\nu_{\text{hf}}}{2\pi} = 1.4 \text{ ГГц},$$

где

$$\langle \mathbf{x}|100\rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{2}{a_B^{3/2}} e^{-r/a_B}.$$

Вводим оператор

$$\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{S}} + \hat{\mathbf{I}}, \quad \Rightarrow \quad \hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{I}} = \frac{1}{2}(F(F+1)) - \frac{3}{4}.$$

Подставляя, находим

$$\hat{H}_{SI} = \hbar\nu_{\text{hf}} \left(\frac{F(F+1)}{2} - \frac{3}{4} \right).$$

Получается отступление от невозмущенного уровня на $\frac{1}{4}\hbar\nu_{\text{hf}}$ и на $-\frac{3}{4}\hbar\nu_{\text{hf}}$ для $F=0$, $F_z=0$.

Можем найти путь из старого базиса в новый:

$$|F, F_z\rangle = \sum |S_z, I_z\rangle \langle S_z, I_z | F, F_z\rangle.$$

Знаем, что

$$|11\rangle_F = |++\rangle_S |++\rangle_I = |S_z = \frac{1}{2}, I_z = \frac{1}{2}\rangle.$$

Теперь действуем на $|11\rangle_F$ понижающим оператором $\hat{F}_- = \hat{S}_- + \hat{I}_-$. Помним, что

$$\hat{J}_- |j, j_z\rangle = \sqrt{(j+j_z)(j-j_z+1)} |j, j_z-1\rangle.$$

Так находим ответ

$$|10\rangle_F = \frac{1}{\sqrt{2}} |+-\rangle_{SI} - \frac{1}{\sqrt{2}} |-+\rangle,$$

а вообще это коэффициенты Клебша-Гордана.

2.2 Эффекты Зеемана

Вспомним добавку к энергии в магнитном поле:

$$\hat{H} = -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{B} = -\mu_z B = \hbar\omega_L \hat{S}_z, \quad \omega_L = \frac{|e|B}{m_e c}.$$

1s-орбиталь. Теперь работаем в гамильтониане

$$\hat{H} = \hbar\nu_{\text{hf}}\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{I}} - \hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{B}.$$

Теперь при $B \approx 0$ можем найти свиг по энергиям:

$$\Delta E \approx \langle 11|_F \hat{H} |11\rangle = \hbar\omega_L \langle \hat{S}_z \rangle = \frac{\hbar\omega_L}{2}.$$

Знаем, что при $B \rightarrow \infty$:

$$\hat{H} \approx \hbar\omega_L \hat{S}_z, \quad \Rightarrow \quad E_{\pm} = \pm \frac{\hbar\omega_L}{2}.$$