

ЗАДАНИЕ ПО КУРСУ
«ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КОНЦЕПЦИЙ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ»

Автор: Хоружий Кирилл

От: 23 марта 2022 г.

Задача №1. Частота Раби

Рассмотрим переменное поле, вида

$$\mathbf{B}(t) = B_0 \mathbf{z}_0 + B_\perp x_0 \cos(\omega t) + B_\perp \mathbf{y}_0 \sin \omega t,$$

тогда гамильтониан взаимодействия

$$\hat{V} = -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{B} = \left/ \hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{g|e|\hbar}{2m_e c} \hat{\mathbf{s}} \right/ \Rightarrow \gamma = -\frac{g}{2} \frac{e B_\perp}{m_e c}.$$

Задача №2. Время жизни

Рассмотрим состояние $|\psi_{210}\rangle$. Время жизни можем найти через Γ :

$$\Gamma = |\mathbf{d}_{\text{eg}}|^2 \frac{\omega^3}{\hbar c^3} \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \frac{\alpha E_{\text{eg}}^3}{\hbar^3 c^2} a^2 |\kappa|^2, \quad \kappa = \langle \psi_{100} | \frac{z}{a} | \psi_{210} \rangle.$$

так как для x и для y соответствующие матричные элементы равны нулю.

Знаем волновые функции состояний, тогда

$$\psi_{100} = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{a}}}{\sqrt{\pi}}, \quad \psi_{210} = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{2a}} \cos(\theta)}{4\sqrt{2\pi}}, \quad \Rightarrow \quad \kappa = \iiint \frac{r^3 e^{-\frac{3r}{2a}} \sin(\theta) \cos^2(\theta)}{4\sqrt{2\pi} a^4} dr d\theta d\varphi = \frac{16\sqrt{2}}{81}.$$

Так как рассматриваем переход с $n = 2$ к $n = 1$, то $E_{\text{eg}} = -Ry \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \hbar\omega = 10.2 \text{ эВ}$, что и определяет длину волны перехода $\lambda = 121.6 \text{ нм}$, серия Лаймана.

Собирая всё вместе, находим

$$\frac{1}{2\pi\Gamma} = 1.5 \text{ нс},$$

что и является временем жизни уровня.