$$\hat{H} = \sum_{\boldsymbol{k}} \varepsilon_{\boldsymbol{k}} \left(\hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\uparrow} + \hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\downarrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\downarrow} \right) + \sum_{\boldsymbol{k},\, \boldsymbol{k}'} V_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'} c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}^{\dagger}_{-\boldsymbol{k}'\downarrow} \hat{c}_{-\boldsymbol{k}'\downarrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}'\uparrow}.$$

$$\hat{N} = \sum_{\boldsymbol{k}} \hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\uparrow} + \hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\downarrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\downarrow}.$$

$$|\text{БКШ}\rangle = \prod_{\boldsymbol{k}} \left(u_{\boldsymbol{k}} + v_{\boldsymbol{k}} \hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}^{\dagger}_{-\boldsymbol{k}\downarrow} \right) |0\rangle\,,$$

$$|u_{\boldsymbol{k}}|^2 + |v_{\boldsymbol{k}}|^2 = 1.$$

$$\mathbb{E} = \langle\text{БКШ}|\, \hat{H} - \mu \hat{N} \,|\text{БКШ}\rangle\,,$$

Рассмотрим основное состояние «спаренных» электронов в терминах вторичного квантования:
$$|\psi_G\rangle = \prod_{\boldsymbol{k}} \left(u_{\boldsymbol{k}} + v_{\boldsymbol{k}} \hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}^\dagger_{-\boldsymbol{k}\downarrow}\right) |\psi_0\rangle \,,$$
где ψ_0 – вакуумное состояние.

Количество спаренных частиц может быть найдено через оператор полного числа частиц
$$\hat{N} = \sum_{\boldsymbol{k}} \hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\uparrow} + \hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\downarrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\downarrow}.$$
Прямым вычислением, находим
$$\langle N \rangle = \langle \psi_G | \hat{N} | \psi_G \rangle = 2 \langle \textstyle\sum_{\boldsymbol{k}} \hat{N}_{\boldsymbol{k}\uparrow} \rangle = 2 \sum_{\boldsymbol{k}} \langle \psi_0 | \left(u_{\boldsymbol{k}} + v^*_{\boldsymbol{k}} \hat{c}_{-\boldsymbol{k}\downarrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\uparrow}\right) \hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\uparrow} (u_k + v_k \hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}^\dagger_{-\boldsymbol{k}\downarrow}) |\psi_0\rangle = 2 \sum_{\boldsymbol{k}} |v_{\boldsymbol{k}}|^2,$$
как и ожидалось.

$$\hat{H} = \sum_{\boldsymbol{k}} \varepsilon_{\boldsymbol{k}} \left(\hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\uparrow} + \hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\downarrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\downarrow}\right) + \sum_{\boldsymbol{k},\, \boldsymbol{k}'} V_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'} c^\dagger_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}^\dagger_{-\boldsymbol{k}'\downarrow} \hat{c}_{-\boldsymbol{k}'\downarrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}'\uparrow}.$$

$$\hat{N} = \sum_{\boldsymbol{k}} \hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\uparrow} + \hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\downarrow} \hat{c}_{\boldsymbol{k}\downarrow}.$$

$$|\text{БКШ}\rangle = \prod_{\boldsymbol{k}} \left(u_{\boldsymbol{k}} + v_{\boldsymbol{k}} \hat{c}^\dagger_{\boldsymbol{k}\uparrow} \hat{c}^\dagger_{-\boldsymbol{k}\downarrow}\right) |0\rangle \,,$$

$$|u_{\boldsymbol{k}}|^2 + |v_{\boldsymbol{k}}|^2 = 1.$$

$$\mathbb{E} = \langle \text{БКШ} | \, \hat{H} - \mu \hat{N} \, | \text{БКШ} \rangle \,,$$