

Задание к лабораторным работам D.5-D.6

D.5 Для простейшего уравнения переноса

$$u_t + \lambda u_x = 0, \quad \lambda = \text{const} \neq 0 \quad (1)$$

($dx = \lambda dt$ – характеристика уравнения (1)), все множество явных линейных схем $u_m^{n+1} = \sum_{\mu, \nu} \alpha_\mu^\nu(\tau, h) u_{m+\mu}^{n+\nu}$ на 5-точечном сеточном шаблоне (t^{n+1}, x_m) , (t^n, x_{m-2}) , (t^n, x_{m-1}) , (t^n, x_m) , (t^n, x_{m+1}) , (t^n, x_{m+2}) (рис. 1):

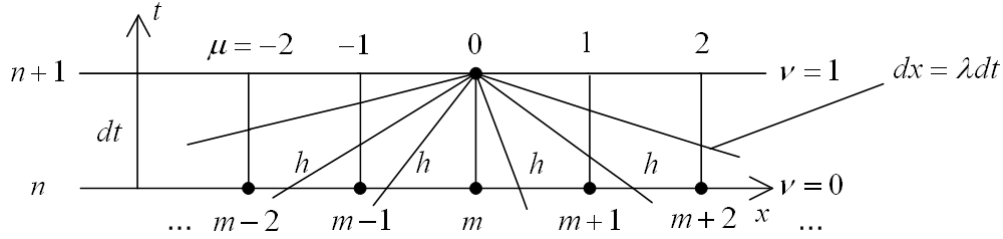


Рис. 1

с 5-ю неопределенными коэффициентами $\{\alpha_{-2}^0, \alpha_{-1}^0, \alpha_0^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0\}$ имеет вид:

$$u_m^{n+1} = \alpha_{-2}^0 u_{m-2}^n + \alpha_{-1}^0 u_{m-1}^n + \alpha_0^0 u_m^n + \alpha_1^0 u_{m+1}^n + \alpha_2^0 u_{m+2}^n. \quad (2)$$

После удовлетворения условий аппроксимации первого порядка:

$$\delta_0 = -1 + \sum_{\mu, \nu} \alpha_\mu^\nu = 0, \quad \delta_1 = \sigma + \sum_{\mu, \nu} (\mu - \sigma \nu) \alpha_\mu^\nu = 0 \quad (3)$$

($\sigma = \lambda \tau / h$ – число Куранта) три коэффициента, например, α_{-2}^0 , α_0^0 и α_2^0 , остаются свободными, а два других, например, α_{-1}^0 , α_1^0 и, выражаются через эти свободные коэффициенты. Принимая α_{-2}^0 , α_0^0 и α_2^0 за координаты линейного пространства с евклидовой метрикой, в котором каждой точке соответствует некоторая схема 1-го порядка аппроксимации, можно найти все множество устойчивых схем (при $0 < \sigma < 1$ и $\alpha_2^0 = 0$ – область $B_1, B_2, C, B_3, B_4, A_3, A_4, A_0$ на рис. 2), все монотонные схемы, у которых все коэффициенты $\alpha_\mu^\nu \geq 0$, (при $0 < \sigma < 1$ и $\alpha_2^0 = 0$ – четырехугольник A_0, A_1, A_3, A_4 на рис. 2), двухпараметрическое семейство схем 2-го порядка аппроксимации

$$\delta_2 = -\sigma^2 + \sum_{\mu, \nu} (\mu - \sigma \nu)^2 \alpha_\mu^\nu = 0 \quad (4)$$

(отрезок $B_1 - B_4$ на рис. 2 – устойчивые при $0 < \sigma < 1$ и $\alpha_2^0 = 0$ схемы с порядком аппроксимации выше первого), однопараметрическое семейство схем 3-го порядка аппроксимации:

$$\delta_3 = \sigma^3 + \sum_{\mu, \nu} (\mu - \sigma \nu)^3 \alpha_\mu^\nu = 0 \quad (5)$$

(при $0 < \sigma < 1$ и $\alpha_2^0 = 0$ точка C на рис. 2) и единственную на этом шаблоне схему 4-го порядка:

$$\delta_4 = -\sigma^4 + \sum_{\mu, \nu} (\mu - \sigma \nu)^4 \alpha_\mu^\nu = 0. \quad (6)$$

Также можно получать оптимальные в том или ином смысле схемы, например, «наиболее точную из монотонных схем» – точка A_1 , «наименее осциллирующую на разрывных решениях

схему 2-го порядка аппроксимации» – точка B_2 на рис. 2, или монотонные схемы с переменным порядком аппроксимации – вторым или третьим в зависимости от поведения решения и т.д.

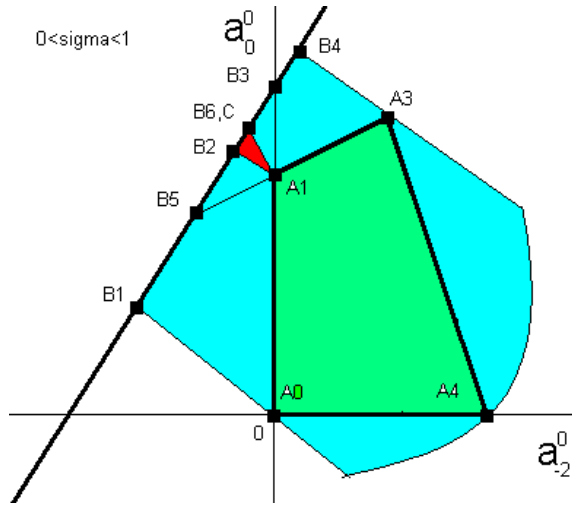


Рис. 2

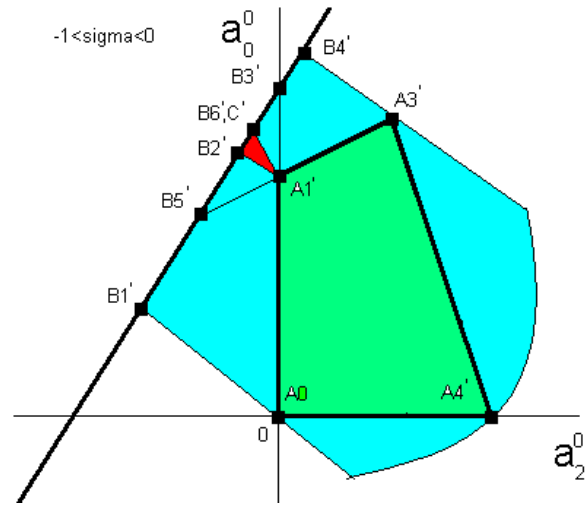


Рис. 2а

При $-1 < \sigma < 0$ и $\alpha_{-2}^0 = 0$ аналогичные точкам $A_0 - C$ на рис. 2 разностные схемы (т.е. точки $A_0, A_1' - A_4', B_1' - B_6', C$ на рис. 2а) получаются заменой σ на $-\sigma$ и коэффициентов α_μ^ν на $\alpha_{-\mu}^\nu$. Например, если для т. A_1 (при $\sigma > 0$) имеем:

$$\alpha_{-2}^0 = \alpha_2^0 = \alpha_1^0 = 0, \alpha_{-1}^0 = \sigma, \alpha_0^0 = 1 - \sigma,$$

то для т. A_1' (при $\sigma < 0$):

$$\alpha_{-2}^0 = \alpha_2^0 = \alpha_{-1}^0 = 0, \alpha_1^0 = -\sigma, \alpha_0^0 = 1 + \sigma.$$

Для построения монотонной схемы со вторым-третьим порядком аппроксимации каждый из коэффициентов α_μ^ν вектора $\vec{\alpha} = \{\alpha_{-2}^0, \dots, \alpha_2^0\}$ можно задавать в виде линейной комбинации трех опорных схем – точек в пространстве неопределенных коэффициентов (т.е. одной схемы 3-го порядка т. $C - C'$ и двух схем 2-го порядка аппроксимации т. $B_3, B_5 - B_3', B_5'$ с ортогональными областями монотонности). Выбор между схемами при этом делать так, чтобы удовлетворялся характеристический критерий монотонности:

$$\begin{cases} u_{m-1}^n < u_m^{n+1} = u_* < u_m^n, & \text{если } \Delta_0 = u_{m-1}^n - u_m^n < 0 \\ u_{m-1}^n > u_m^{n+1} = u_* > u_m^n, & \text{если } \Delta_0 = u_{m-1}^n - u_m^n > 0 \end{cases}, \quad \sigma > 0$$

$$\begin{cases} u_m^n < u_m^{n+1} = u_* < u_{m+1}^n, & \text{если } \Delta_0 = u_{m+1}^n - u_m^n > 0 \\ u_m^n > u_m^{n+1} = u_* > u_{m+1}^n, & \text{если } \Delta_0 = u_{m+1}^n - u_m^n < 0 \end{cases}, \quad \sigma < 0$$
(7)

который может быть записан с учетом условий аппроксимации второго порядка (4) в следующем виде:

$$\begin{cases}
\Delta_0 < \sigma(\Delta_0 + \Delta_1)/2 + \sigma^2(\Delta_0 - \Delta_1)/2 + \alpha_{-2}^0(\Delta_{-1} - 2\Delta_0 + \Delta_1) < 0, & \text{если } \Delta_0 < 0 \\
\Delta_0 > \sigma(\Delta_0 + \Delta_1)/2 + \sigma^2(\Delta_0 - \Delta_1)/2 + \alpha_{-2}^0(\Delta_{-1} - 2\Delta_0 + \Delta_1) > 0, & \text{если } \Delta_0 > 0 \\
\sigma > 0, \quad \alpha_2^0 = 0, \quad \Delta_{-1} = u_{m-2}^n - u_{m-1}^n, \quad \Delta_0 = u_{m-1}^n - u_m^n, \quad \Delta_1 = u_m^n - u_{m+1}^n \\
0 < \sigma(\Delta_0 + \Delta_1)/2 + \sigma^2(\Delta_0 - \Delta_1)/2 + \alpha_2^0(\Delta_{-1} - 2\Delta_0 + \Delta_1) < \Delta_0, & \text{если } \Delta_0 > 0 \\
0 > \sigma(\Delta_0 + \Delta_1)/2 + \sigma^2(\Delta_0 - \Delta_1)/2 + \alpha_2^0(\Delta_{-1} - 2\Delta_0 + \Delta_1) > \Delta_0, & \text{если } \Delta_0 < 0 \\
\sigma < 0, \quad \alpha_{-2}^0 = 0, \quad \Delta_{-1} = u_{m+2}^n - u_{m+1}^n, \quad \Delta_0 = u_{m+1}^n - u_m^n, \quad \Delta_1 = u_m^n - u_{m-1}^n
\end{cases} \quad (8)$$

Разделив затем оба неравенства на Δ_0 , получаем характеристическое условие монотонности в свернутом виде:

$$\begin{cases}
0 \leq \sigma(1 + \delta_1)/2 + \sigma^2(1 - \delta_1)/2 + \alpha_{-2}^0(\delta_{-1} - 2 + \delta_1) \leq 1 \\
\sigma > 0, \quad \alpha_2^0 = 0, \quad \delta_{-1} = \Delta_{-1}/\Delta_0, \quad \delta_1 = \Delta_1/\Delta_0, \quad \Delta_0 \neq 0 \\
0 \leq |\sigma|(1 + \delta_1)/2 + \sigma^2(1 - \delta_1)/2 + \alpha_2^0(\delta_{-1} - 2 + \delta_1) \leq 1 \\
\sigma < 0, \quad \alpha_{-2}^0 = 0, \quad \delta_{-1} = \Delta_{-1}/\Delta_0, \quad \delta_1 = \Delta_1/\Delta_0, \quad \Delta_0 \neq 0
\end{cases} \quad (9)$$

Схемы 2-го порядка аппроксимации с ортогональными областями монотонности (точки $B_3, B_5 - B'_3, B'_5$ для демонстрационного шаблона) можно легко найти, подбирая так значения α_{-2}^0 (при $\sigma > 0$), α_2^0 (при $\sigma < 0$) в неравенствах (9), чтобы в них оставалась зависимость только от одного из параметров δ_{-1} или δ_1 . В нашем случае это легко увидеть, подставив координаты точек $B_3 \rightarrow \{\alpha_{-2}^0 = 0\}$, $B_5 \rightarrow \{\alpha_{-2}^0 = \sigma(\sigma - 1)/2\}$ (при $\sigma > 0$) или $B'_3 \rightarrow \{\alpha_2^0 = 0\}$, $B'_5 \rightarrow \{\alpha_2^0 = (\sigma^2 - |\sigma|)/2\}$ (при $\sigma < 0$) в (9).

2. Решить задачу, заменив приведенный на рис. 1 демонстрационный шаблон на шаблон из рис. 3 в соответствии со своим номером.

Для уравнения (1) всё множество разностных схем $u_m^{n+1} = \sum_{\mu, \nu} \alpha_\mu^\nu(\tau, h) u_{m+\mu}^{n+\nu}$ (в суммирование не входит точка $\mu = 0, \nu = 1$), исследовать на заданном сеточном шаблоне (отмеченном точками на рисунке), для различных значений числа Куранта $\sigma = \lambda\tau/h$, найдя коэффициенты схемы как функции от σ , как это сделано в файле «Hyperbolic.nb» для демонстрационного шаблона с рис. 1.

2.1. Для заданного сеточного шаблона получить аналитический вид (2) для двухпараметрического множества положительных по Фридрихсу ($\alpha_\mu^\nu \geq 0$) схем первого порядка аппроксимации относительно двух выбранных коэффициентов α_μ^ν (см. рис. 2).

2.2. Для заданного сеточного шаблона получить аналитический вид (2) для однопараметрического множества схем второго порядка аппроксимации относительно выбранного коэффициента α_μ^ν (см. рис. 2).

2.3. Для заданного сеточного шаблона получить аналитический вид (2) для единственной схемы третьего порядка аппроксимации (аналог точки C для заданного сеточного шаблона).

2.4. Среди положительных по Фридрихсу (монотонных, мажорантных) схем найти аналитический вид (2) для наиболее точной схемы с минимальной «аппроксимационной вязкостью» (аналог точки A_1 на рис. 2 для заданного сеточного шаблона), также как и для остальных вершин двухпараметрического множества монотонности.

2.5. Среди схем второго порядка аппроксимации найти аналитический вид (2) для наиболее близкой к множеству положительных по Фридрихсу схем (аналог точки B_2 на рис. 2 для заданного сеточного шаблона).

2.6. Для заданного сеточного шаблона найти такой диапазон значений числа Куранта $\sigma > 0$, при котором множество положительных по Фридрихсу схем 1-го порядка аппроксимации будет иметь максимальное количество вершин.

2.7. Среди всех устойчивых схем второго порядка аппроксимации найти две схемы 2-го порядка аппроксимации в аналитическом виде (2) с ортогональными областями монотонности (аналоги точек B_3 и B_5 на рис. 2 для заданного сеточного шаблона).

2.8. Для заданного сеточного шаблона получить рисунок аналогичный рис. 2 для выбранного из пункта 2.6 значения числа Куранта: $\sigma > 0$.

3. Для заданного сеточного шаблона (рис. 3), пользуясь программой «Hyperbolic.nb», провести расчеты для выбранного в 2.8 значения числа Куранта $\sigma > 0$.

3.1. По всем монотонным схемам с порядком аппроксимации $O(\tau)$, находящимся в углах многоугольника, ограничивающего двухпараметрическое множество положительных по Фридрихсу схем – точки A_0, A_1, A_3, A_4 на рис. 2.

3.2. По наименее осциллирующей на разрывных решениях схеме 2-го порядка аппроксимации $O(\tau^2)$ – точка B_2 на рис. 2.

3.3. По схеме 2-го порядка аппроксимации $O(\tau^2)$ – точка B_5 на рис. 2.

3.4. По схеме 2-го порядка аппроксимации $O(\tau^2)$ – точка B_3 на рис. 2.

3.5. По монотонной схеме второго порядка аппроксимации, каждый из коэффициентов α_μ^ν которой нужно задавать в виде линейной комбинации двух опорных схем – схем 2-го порядка аппроксимации, с ортогональными областями монотонности – точки B_3 и B_5 на рис. 2.

3.6. По схеме 3-го порядка аппроксимации $O(\tau^3)$ – точка C на рис. 2.

3.7. По монотонной схеме второго-третьего порядка аппроксимации, каждый из коэффициентов α_μ^ν которой нужно задавать в виде линейной комбинации трех опорных схем – одной схемы 3-го порядка аппроксимации – точка C и двух схем 2-го порядка аппроксимации, с ортогональными областями монотонности – точки B_3 и B_5 на рис. 2.

3.8. Сопоставить и проанализировать результаты расчетов, полученных в пунктах 3.1-3.8.

D.6 Для нелинейной одномерной системы гиперболического типа $\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = 0$

Воспользуемся известным нам пятиточечным сеточным шаблоном, представленным на рис.1 – (t^{n+1}, x_m) , (t^n, x_{m-2}) , (t^n, x_{m-1}) , (t^n, x_m) , (t^n, x_{m+1}) , (t^n, x_{m+2}) и запишем двухпараметрическое семейство всех возможных схем первого порядка аппроксимации $O(\tau, h)$ на этом шаблоне в следующем виде:

$$\begin{cases} \tilde{U}_m = U_m^n - \frac{\tau}{h}(F_{m+1/2} - F_{m-1/2}) \\ U_m^{n+1} = \tilde{U}_m + (\Omega^{-1}B\Omega)_{m+1/2}^{n+1/2}(U_{m+1}^n - U_m^n) - (\Omega^{-1}B\Omega)_{m-1/2}^{n+1/2}(U_m^n - U_{m-1}^n) + \\ + (\Omega^{-1}C\Omega)_{m+1/2}^{n+1/2}(\tilde{U}_{m+1} - \tilde{U}_m) - (\Omega^{-1}C\Omega)_{m-1/2}^{n+1/2}(\tilde{U}_m - \tilde{U}_{m-1}) \end{cases} \quad (10)$$

В выражении (10), $\Omega = [\omega_i]$ – матрица, строками которой являются левые собственные векторы матрицы Якоби $A = \partial F / \partial U$, с точностью до их длины, определяемые из однородных систем уравнений $\omega_i(A - \lambda_i E) = 0$, $i = 1, 2, \dots, I$, I – размерность системы, $B = \text{diag}[b_i]$ и $C = \text{diag}[c_i]$ – матрицы, на диагоналях которых находятся произвольные коэффициенты b_i и c_i , $i = 1, \dots, I$. Выбор предиктора в схеме (10) не является принципиальным, в случае разрывов большой интенсивности он может быть взят, например, из схемы Годунова [3] (для уравнений газовой динамики), или это может быть консервативный вариант сеточно-характеристического метода [2].

Полученное семейство схем (10) будет иметь первый порядок аппроксимации $O(\tau, h)$ при любых значениях коэффициентов b_i и c_i , $i = 1, \dots, I$, если же диагональные матрицы B и C связать следующим соотношением: $B = \left(\frac{\tau^2}{2h^2} \Lambda^2 - \frac{\tau}{2h} |\Lambda| \right) - C$, то (10) станет однопараметрическим семейством схем второго порядка аппроксимации $O(\tau^2, h^2)$ аналогичным (9) в линейном случае.

При выборе свободных параметров $b_i = c_i = 0$, (10) станет наиболее точной среди монотонных схем 1-го порядка аппроксимации – соответствующей точке A_1 . При выборе $b_i = \sigma_i^2 / 2 + (3 - 8|\sigma_i|) / 10$ и $c_i = 3(|\sigma_i| - 1) / 10$ получим наименее осциллирующую на разрывных решениях схему 2-го порядка аппроксимации – соответствующую точке B_2 . При выборе $b_i = (\sigma_i^2 - |\sigma_i|) / 2$ и $c_i = 0$ получим также схему 2-го порядка, соответствующую точке B_3 . При выборе $b_i = (1 - |\sigma|)^2 / 2$ и $c_i = (|\sigma| - 1) / 2$ получим схему 2-го порядка, соответствующую точке B_5 . При выборе $b_i = (|\sigma| - 1)(2|\sigma| - 1) / 6$ и $c_i = (\sigma_i^2 - 1) / 6$ получим единственную схему 3-го порядка аппроксимации $O(\tau^3, h^3)$, соответствующую точке C .

Таким образом, для каждого из нелинейных уравнений исходной системы существует свое уравнение типа (1), разностный аналог которого (10) может быть исследован на монотонность в точке (t^{n+1}, x_m) с помощью характеристического критерия (7) – (9), после чего те коэффициенты c_i , которые дают монотонное поведение решения, подставляются в схему (10). Данный подход не ограничивается в использовании выбранным нами сеточным шаблоном $(t^n, x_{m-2}), (t^n, x_{m-1}), (t^n, x_m), (t^n, x_{m+1}), (t^n, x_{m+2})$ и может быть легко перенесен на другие заданные сеточные шаблоны.

4.1. Для одномерных нелинейных уравнений газовой динамики:

$$\begin{cases} U_t + F_x = 0 \\ V = \{\rho, u, \varepsilon\}^T \\ U = U(V) = \{\rho, \rho u, e\}^T \\ F = F(V) = \{\rho u, \rho u^2 + p, u(e + p)\}^T \end{cases}$$

ρ – плотность, u – скорость вдоль оси x , ε – удельная внутренняя энергия, $e = \rho\varepsilon + \frac{1}{2}\rho u^2$ – полная энергия единицы объёма, $p = \rho(\gamma - 1)\varepsilon$ – давление, $\gamma = 1.4$ – показатель адиабаты, в области: $0 \leq t \leq T$, $0 \leq x \leq 1$. С начальными условиями:

$$V(0, x) = \begin{cases} V_L = \{\rho_L, u_L, \varepsilon_L\}^T, & 0 \leq x \leq 0.5 \\ V_R = \{\rho_R, u_R, \varepsilon_R\}^T, & 0.5 < x \leq 1 \end{cases}$$

и граничными условиями: $\partial V(t, x=0)/\partial t = 0$, $\partial V(t, x=1)/\partial t = 0$. Шаг по оси x задается равномерным: $h = 1/(M-1)$, M – число сеточных узлов на оси, шаг по t на каждом временном слое $t^n = \text{constant}$, выбирается из условия устойчивости Куранта: $\tau \max_m \{\max_i (\lambda_i)_m^n\} / h \leq 1$.

Используя анализ на фазовой плоскости состояний (u, p) , при заданных начальных значениях переменных $\{\rho_L, u_L, \varepsilon_L\}^T$ слева от точки разрыва для вашего номера в Таблице 1, найти такие значения $\{\rho_R, u_R, \varepsilon_R\}^T$ справа от точки разрыва, чтобы получились следующие конфигурации распада произвольного разрыва:

- а) только контактный разрыв (КР).
- б) ударная волна, контактный разрыв, ударная волна (УВ, КР, УВ);
- в) волна разрежения, контактный разрыв, волна разрежения (ВР, КР, ВР);
- г) ударная волна, контактный разрыв, волна разрежения (УВ, КР, ВР);
- д) волна разрежения, контактный разрыв, ударная волна (ВР, КР, УВ);

4.2. Для заданного вам номера сеточного шаблона (рис. 3), выбранного в п. 2.8 значения числа Куранта $\sigma > 0$ и заданных начальных значений переменных, обеспечивающих существование ступеньки из двух контактных разрывов в центре области интегрирования (см. образец выполнения работы), пользуясь программой «**Hyperbolic.nb**», выполнить тестовый расчет автомодельной задачи Римана [4] для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$, на время $T \simeq 1$.

- по наиболее точной монотонной схеме 1-го порядка аппроксимации, соответствующей точке A_1 на рис. 2;
- по наименее осциллирующей схеме 2-го порядка аппроксимации, соответствующей точке B_2 на рис. 2;
- по схеме 2-го порядка, соответствующей точке B_3 на рис. 2;
- по схеме 2-го порядка, соответствующей точке B_5 на рис. 2;
- по схеме 3-го порядка, соответствующей точке C на рис. 2;
- **(в случае неустойчивости какой либо из схем B_2, B_3, B_5, C - разрешается использовать её в комбинации с любой другой схемой!)**

- по монотонной схеме 2-го порядка аппроксимации, заданной в виде линейной комбинации двух схем 2-го порядка аппроксимации, с ортогональными областями монотонности, соответствующим точкам B_3 и B_5 на рис. 2;
- по монотонной схеме 2–3-го порядка аппроксимации, заданной в виде линейной комбинации трех опорных схем – одной схемы 3-го порядка аппроксимации, соответствующей точке C и двух схем 2-го порядка аппроксимации, с ортогональными областями монотонности, соответствующим точкам B_3 и B_5 на рис. 2.

Для заданного сеточного шаблона (рис. 3) и выбранного в 2.8 значения числа Куранта $\sigma > 0$, пользуясь программой «Hyperbolic.nb», на основе сравнительного анализа результатов расчетов, полученных для разных схем в 5.2., выполнить:

4.3. Расчет автомодельной задачи Римана [4] при заданных начальных значениях переменных **5.1-b)** (УВ, КР, УВ) по одной из схем B_2, B_3, B_5, C которая будет наиболее оптимальной (наименее осциллирующей) для данной конфигурации начальных данных, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$.

4.4. Расчет автомодельной задачи Римана [4] при заданных начальных значениях переменных **5.1-c)** (ВР, КР, ВР) по одной из схем B_2, B_3, B_5, C которая будет наиболее оптимальной (наименее осциллирующей) для данной конфигурации начальных данных, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$.

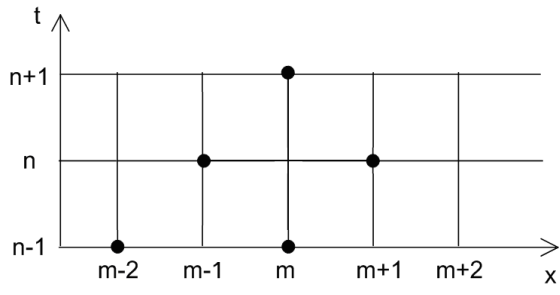
4.5. Расчет автомодельной задачи Римана [4] при заданных начальных значениях переменных **5.1-d)** (УВ, КР, ВР) по одной из схем B_2, B_3, B_5, C которая будет наиболее оптимальной (наименее осциллирующей) для данной конфигурации начальных данных, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$.

4.6. Расчет автомодельной задачи Римана [4] при заданных начальных значениях переменных **5.1-e)** (ВР, КР, УВ) по одной из схем B_2, B_3, B_5, C которая будет наиболее оптимальной (наименее осциллирующей) для данной конфигурации начальных данных, для двух вариантов разностных сеток: $M = 100$ и $M = 1000$.

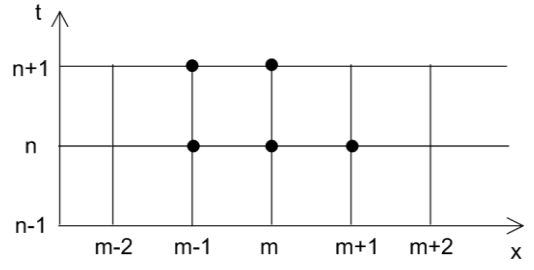
В расчетах 4.3 – 4.6 каждая из схем – B_2, B_3, B_5, C должна использоваться не более одного раза, в случае неустойчивости какой либо из схем - разрешается использовать её в комбинации с любой другой схемой!

Литература

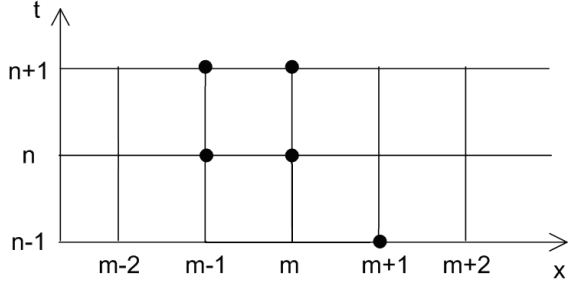
- [1] К.М. Магомедов, А.С. Холодов. Сеточно-характеристические численные методы. М., Наука, 1988, главы 3,4.
- [2] Холодов А.С., Холодов Я.А. О критериях монотонности разностных схем для уравнений гиперболического типа. // Журнал выч. математики и мат. физики, 2006, т. 46, № 9, 1560-1588.
- [3] Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. // Мат. сб., 1959, т. 47(89), № 3, 271-306.
- [4] Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. // М., Наука, 1994, глава 1.



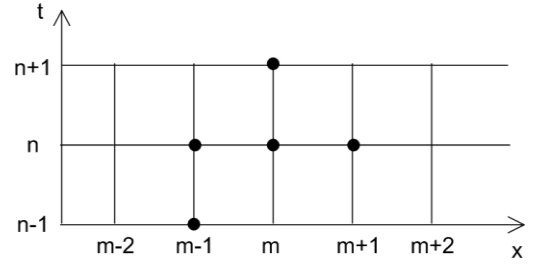
1: $\lambda > 0$



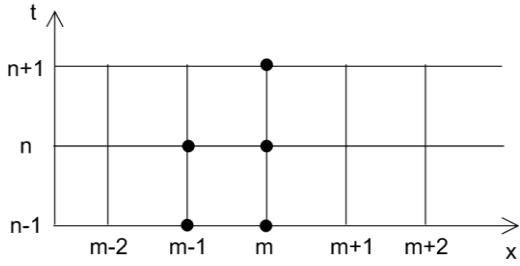
2: $\lambda > 0$



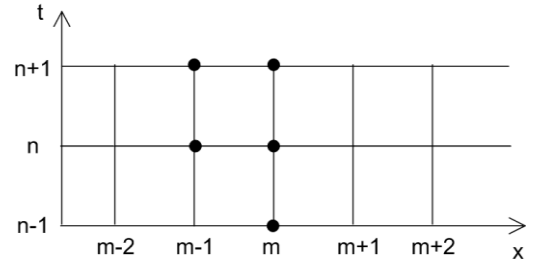
3: $\lambda > 0$



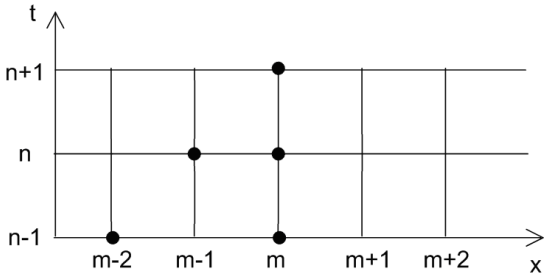
4: $\lambda > 0$



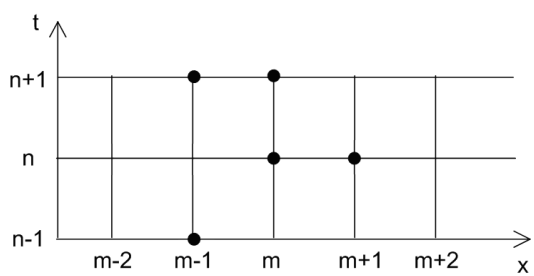
5: $\lambda > 0$



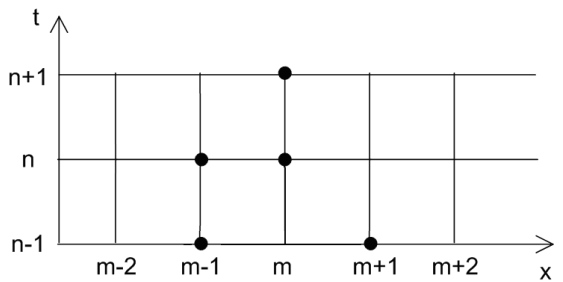
6: $\lambda > 0$



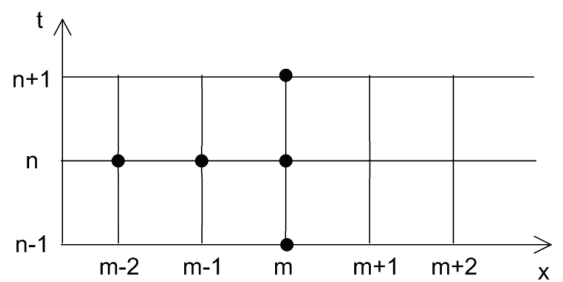
7: $\lambda > 0$



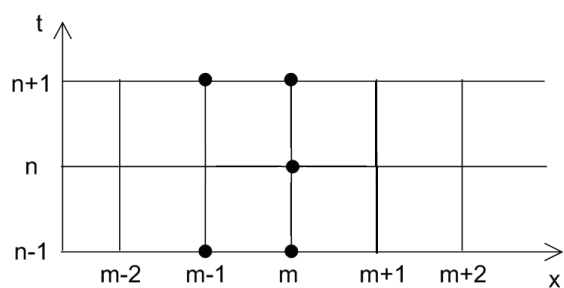
8: $\lambda > 0$



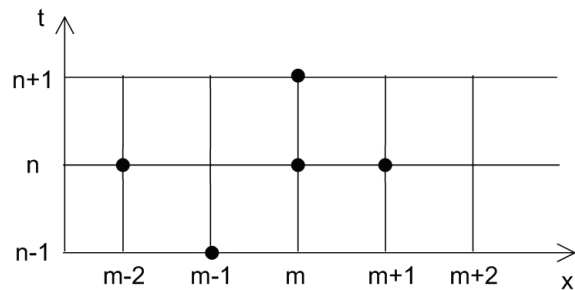
9: $\lambda > 0$



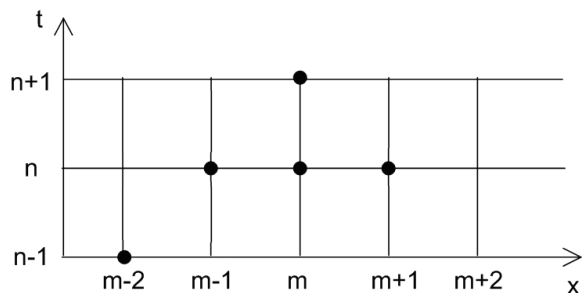
10: $\lambda > 0$



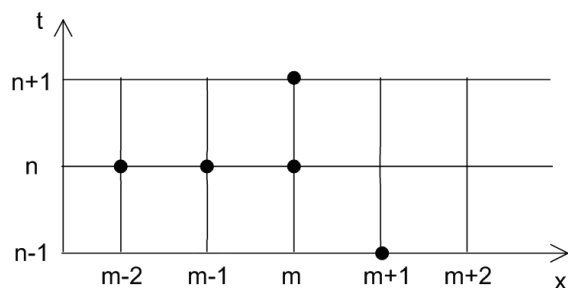
11: $\lambda > 0$



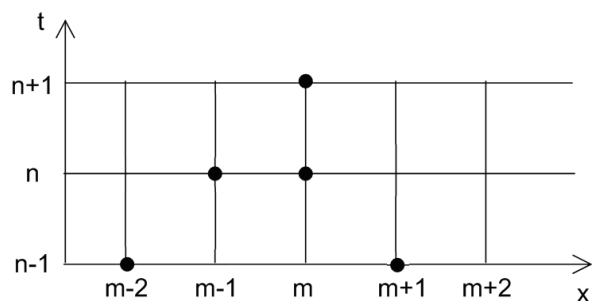
12: $\lambda > 0$



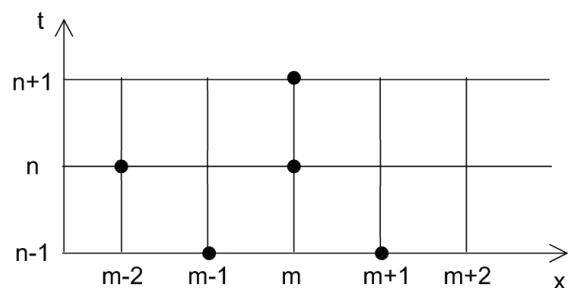
13: $\lambda > 0$



14: $\lambda > 0$



15: $\lambda > 0$



16: $\lambda > 0$

Рис.3

№	1	2	3	4	5	6	7	8
$\{\rho_L, u_L, \varepsilon_L\}$	$\{1, 1, 1\}$	$\{1, 1, 2\}$	$\{2, 1, 1\}$	$\{2, 0.5, 2\}$	$\{1, 0.5, 2\}$	$\{1, -0.5, 2\}$	$\{1, -1, 1\}$	$\{1, -1, 2\}$
№	9	10	11	12	13	14	15	16
$\{\rho_L, u_L, \varepsilon_L\}$	$\{2, -1, 0.5\}$	$\{0.5, 1, 2\}$	$\{2, -0.5, 1\}$	$\{0.5, 0.5, 4\}$	$\{4, 0.5, 1\}$	$\{1, 0.5, 4\}$	$\{4, -0.5, 1\}$	$\{1, -0.5, 4\}$
№	17	18	19	20				
$\{\rho_L, u_L, \varepsilon_L\}$	$\{2, -1.5, 1\}$	$\{1.5, 1, 2\}$	$\{2, -0.5, 2\}$	$\{0.5, -1, 4\}$				

Таблица