

ЗАДАНИЕ ПО КУРСУ

«ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КОНЦЕПЦИЙ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ»

Автор: Хоружий Кирилл

От: 30 марта 2022 г.

Задача №3,4. Электродипольный переход

Выбор состояния. Снова посмотрим на $\psi(\mathbf{r})$ атома водорода:

$$\psi_{100} = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{a}}}{\sqrt{\pi}}, \quad \psi_{21-1} = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{3/2} \sin(\theta) e^{-\frac{r}{2a} - i\varphi}}{8\sqrt{\pi}}, \quad \psi_{210} = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{2a}} \cos(\theta)}{4\sqrt{2\pi}}, \quad \psi_{211} = \psi_{21-1}^{\dagger}.$$

Найдём матричные элементы для возмущения $\hat{H}_I = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_+ E_0 e^{-i\omega t}$, где $\hat{\mathbf{d}} = -|e|\hat{\mathbf{r}}$ и $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}}(1, i, 0)$. Также воспользовались электродипольным приближением, считая $\mathbf{E}(z) \approx \mathbf{E}(0)$. Тогда

$$\begin{aligned} \langle \psi_{100} | \hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_+ | \psi_{211} \rangle &= \int_0^\infty dr \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{r^3 e^{-\frac{3r}{2a}} \sin^3(\theta)}{8\sqrt{2}\pi a^3} = \frac{16\sqrt{2}}{81} a |e|, \\ \langle \psi_{100} | \hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_+ | \psi_{210} \rangle &= \int_0^\infty dr \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{r^3 \sin^2(\theta) \cos(\theta) e^{-\frac{3r}{2a} + i\varphi}}{8\pi a^3} = 0, \\ \langle \psi_{100} | \hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_+ | \psi_{21-1} \rangle &= \int_0^\infty dr \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi -\frac{r^3 \sin^3(\theta) e^{-\frac{3r}{2a} + 2i\varphi}}{8\sqrt{2}\pi a^3} = 0, \end{aligned}$$

Таким образом переход происходит в $l_z = 1$.

Частота Раби. Теперь можем рассмотреть двухуровневую систему с $|0\rangle = |\psi_{100}\rangle$ и $|1\rangle = |\psi_{211}\rangle$, гамильтониан которой можем переписать в виде

$$\hat{H} = \hbar\omega |1\rangle\langle 1| + \frac{\hbar\gamma}{2} |1\rangle\langle 0| e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$$

где перемешивание уровней как раз и обусловлено электродипольным переходом:

$$\hat{H}_I = \sum_{k,j=0,1} |k\rangle \langle k| \hat{H}_I |j\rangle \langle j|,$$

откуда находим частоту Раби:

$$\gamma = -\frac{2^{11/2}}{3^4} \frac{aeE_0}{\hbar},$$

где a – радиус Бора.