1 Сильные корреляции

Рассмотрим электроны в решётке
$$\hat{H} = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k c^\dagger_{k\sigma} c_{k\sigma}, \qquad \Rightarrow \qquad \hat{H} = \sum_{ij\sigma} t_{ij} c^\dagger_{ij} c_{j\sigma}$$
Разделим спины $\uparrow,\downarrow$ на $\hat{a}$ и $\hat{b}$ и учитываем только ближайших соседей
$$\hat{H}_{\text{Hubbard}} \overset{\text{def}}{=} H_{\text{H}} = t \sum_{\langle ij\rangle} \left(a^\dagger_i a_j + b^\dagger_i b_j\right) + U \sum_i a^\dagger_i a_i b^\dagger_i b_i, \tag{1.1}$$
где добавили взаимодействие электронов находящихся в одном узле.

Собственно, при $U = 0$ – металл, при $t = 0$ – диэлектрик на $n = 1$, где-то посередине происходит переход. Введём X-операторы
$$X_i^{pq} = |p\rangle\langle q|, \qquad |p\rangle = |0\rangle\,, \, |\sigma\rangle\,, \, |\bar{\sigma}\rangle\,, \, |2\rangle\,.$$
Условие, что кто-то должен в узле быть
$$X_i^{00} + \sum_\sigma X_i^{\sigma\sigma} + X_i^{22} = \mathbb{1}.$$
Есть выражение X-операторов через c и $c^\dagger$. В пределе $t \ll U$ и $n = 1$
$$H_{\text{H}} \sim H_{\text{Heis}} = J \sum_{\langle ij\rangle} \hat{\boldsymbol{S}}_i \hat{\boldsymbol{S}}_j, \qquad J \sim -t^2/U.$$