Universidade da Beira Interior
Departamento de Matemática

ÁLGEBRA LINEAR

Cursos: Química Industrial e Engenharia Informática.

Prova Modelo 22/10/2018 Duração: 75 min

Nome:____ Nº: __________

- **Não é permitido** o uso de **calculadora gráfica** ou **simbólica**;
- Resolva os problemas em folhas de teste, apresentando todos os cálculos e as justificações necessárias;
- No final da prova, **entregue a folha de enunciado** juntamente com as folhas de teste utilizadas.

---

1. Assinale a ÚNICA opção VERDADEIRA com $\boxed{\checkmark}$ ou, caso prefira, assinale com $\boxed{\text{X}}$ as opções FALSAS. Neste último caso, a classificação será proporcional às opções falsas assinaladas ou zero se a verdadeira for assinalada! NÃO é preciso justificar!

- ☐ A escalonada reduzida de uma matriz não é única.
- ☐ Um sistema homogéneo de equações tem grau de indeterminação zero.
- ☐ Uma matriz não-nula pode ter zero pivots.
- ☐ Se a forma escalonada reduzida da matriz ampliada de um sistema linear tem uma linha nula, então o sistema de equações tem uma infinidade de soluções.
- ☐ Um sistema homogéneo com um grau de indeterminação positivo admite uma solução não-nula.

2. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$. O elemento a_{21} é:

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6

3. Sejam A e B matrizes do tipo 2×5 e 2×4, respectivamente. Dado a equação matricial, $AX = B$, determine:

a) o número de equações do sistema:

☐ 2 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8

b) o número de incógnitas:

☐ 2 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 8 ☐ 10 ☐ 20

4. Assinale as matrizes que estão na forma escalonada reduzida.

$\square \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ $\quad\square \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ $\quad\square \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

5. Sabendo que $A = E_{12}(-4)M_2(-3)P_{12}M_1(2)E_{21}(5)$, a inversa de A pode ser:

$\square \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{13}{3} & \frac{5}{6} \end{bmatrix}$ $\quad\square \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{13}{3} & \frac{5}{6} \end{bmatrix}$ $\quad\square \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{13}{3} & \frac{5}{6} \end{bmatrix}$ $\quad\square \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{13}{3} & -\frac{5}{6} \end{bmatrix}$ $\quad\square$ NRA

6. Classifique cada um dos seguintes sistemas de equações.

$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -7 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$ ☐ SPD ☐ SPI ☐ SI

$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right]$ ☐ SPD ☐ SPI ☐ SI

$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -6 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ ☐ SPD ☐ SPI ☐ SI

$\left[\begin{array}{ccccc|c} 0 & 7 & 0 & 0 & -8 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right]$ ☐ SPD ☐ SPI ☐ SI

7. Considere o sistema

$$\begin{cases} x + y - z & = & 1 \\ -x - \alpha y + z & = & -1 \\ -x - y + (\alpha+1)z & = & \beta - 2 \end{cases},$$

onde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(a) Discuta o sistema em função dos parâmetros α e β.

(b) Seja A a matriz dos coeficientes do sistema anterior com $\alpha = \beta = 2$. Determine a solução do sistema.

8. Prove que se existe a inversa de A, então o sistema $A^2X = BA$ é SPD (Sistema Possível Determinado).