



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Калужский филиал
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИУК «Информатика и управление»

КАФЕДРА ИУК4 «Программное обеспечение ЭВМ,

информационные технологии»

Лабораторная работа №3

«Задачи линейного программирования»

ДИСЦИПЛИНА: «Моделирование»

Выполнил: студент гр. ИУК4-72Б

_____ (_____)
(подпись) (Ф.И.О.)

Проверил:

_____ (_____)
(подпись) (Ф.И.О.)

Дата сдачи (защиты):

Результаты сдачи (защиты):

- Балльная оценка:

- Оценка:

Калуга, 2023

Цель работы: сформировать практические навыки анализа возможностей построения и выделения наиболее важных свойств объектов моделей для моделирования и использования специализированных программных пакетов и библиотек для стандартных вычислений и визуализации результатов задач линейного программирования.

Постановка задачи

Построить математическую модель задачи. Выбрать среду для проведения расчетов и вычислительного эксперимента. Оценить результаты расчетов.

Вариант 14

Производственная компания "Шпунтик" заключила контракт с сетью магазинов автотоваров на поставку 1500 гаечных ключей и 1200 специальных отверток еженедельно. Работая в одну смену, компания "Шпунтик" не может выполнить этот контракт, поэтому вынуждена ввести сверхурочные и воспользоваться услугами субподрядчиков, в результате чего возрастет себестоимость ее инструментов, как показано в следующей таблице. Отметим также, что рыночная цена гаечных ключей более чем в два раза выше рыночной цены отверток

Инструмент	Тип производства	Еженедельные производственные возможности (шт.)	Себестоимость единицы продукции (д. е.)
Гаечный ключ	Обычный	0-550	143,97
	Использование сверхурочных	551 -800	201,56
	Использование субподрядчиков	801 -∞	215,95
Отвертка	Обычный	0-620	151,17
	Использование сверхурочных	621 -900	230,35
	Использование субподрядчиков	901 - ∞	302,34

Сформулируйте задачу линейного программирования и найдите оптимальную схему производства каждого инструмента.

Ход выполнения работы

Введём переменные:

x_{11} – еженедельное количество произведённых гаечных ключей типа производства “Обычный” (шт.),

x_{12} – еженедельное количество произведённых гаечных ключей типа производства “Сверхурочные” (шт.),

x_{13} – еженедельное количество произведённых гаечных ключей типа производства “Субподрядчики” (шт.),

x_{21} – еженедельное количество произведённых отвёрток типа производства “Обычный” (шт.),

x_{22} – еженедельное количество произведённых гаечных отвёрток типа производства “Сверхурочные” (шт.),

x_{23} – еженедельное количество произведённых гаечных отвёрток типа производства “Субподрядчики” (шт.).

z_1 – итоговая себестоимость произведённого гаечного ключа (д.е.),

z_2 – итоговая себестоимость произведённой отвёртки (д.е.).

Составим систему уравнений, соответствующую задаче:

$$143.97x_{11} + 201.56x_{12} + 215.95x_{13} = 1500z_1$$

$$151.17x_{21} + 340.45x_{22} + 302.34x_{23} = 1200z_2$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1500$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1200$$

$$x_{11} \leq 550$$

$$x_{11} + x_{12} \leq 800$$

$$x_{12} \leq 800 - 550$$

$$x_{11} \leq 620$$

$$x_{21} + x_{22} \leq 900$$

$$x_{22} \leq 900 - 620$$

$$x_{ij} \geq 0$$

$z_1 \geq 143.97, z_2 \geq 151.17$ (итоговая себестоимость производства должна не быть меньше себестоимости самого дешёвого типа производства)

$$z_1 + z_2 \rightarrow \min$$

Воспользовавшись составленной программой с использованием библиотеки `pulp`, решим задачу линейного программирования.

Получаем следующие значения (см. рис. 1).

Результат:	
Обычный тип производства гаечных ключей	550.00
Тип производства гаечных ключей 'Сверхурочные'	250.00
Тип производства гаечных ключей 'Субподрядчики'	700.00
Обычный тип производства отвёрток	620.00
Тип производства отвёрток 'Сверхурочные'	0.00
Тип производства отвёрток 'Субподрядчики'	580.00
Стоимость гаечного ключа	187.16
Стоимость отвёртки	224.33

Рисунок 1 – Результат выполнения программы

Таким образом, получаем, что оптимальный план производства гаечных ключей с себестоимостью 187.16 д.е. достигается при уровне использования типов производства: обычный – 550 шт., сверхурочные – 250 шт., субподрядчики – 700 шт.; для отвёрток с себестоимостью 224.33 д.е.: обычный – 620 шт., сверхурочные – 0 шт., субподрядчики – 580 шт.

Учитывая, что рыночная стоимость гаечных ключей более чем в два раза выше, чем у отвёрток, даже при продаже отвёрток по себестоимости общая прибыль – которая бы состояла лишь из прибыли от продаж гаечных ключей – составила бы $1500 \cdot (224.33 \cdot 2 - 187.16) = 392.2$ тыс. д.е.

Листинг программы

```
import pulp

x_11 = pulp.LpVariable("x_11", lowBound=0)
x_12 = pulp.LpVariable("x_12", lowBound=0)
x_13 = pulp.LpVariable("x_13", lowBound=0)
z_1 = pulp.LpVariable("z_1", lowBound=143.97)

x_21 = pulp.LpVariable("x_21", lowBound=0)
x_22 = pulp.LpVariable("x_22", lowBound=0)
x_23 = pulp.LpVariable("x_23", lowBound=0)
z_2 = pulp.LpVariable("z_2", lowBound=151.17)

problem = pulp.LpProblem('0', pulp.LpMinimize)
problem += z_1 + z_2
problem += 143.97 * x_11 + 201.56 * x_12 + 215.95 * x_13 == 1500 * z_1
problem += 151.17 * x_21 + 340.45 * x_22 + 302.54 * x_23 == 1200 * z_2
problem += x_11 + x_12 + x_13 == 1500
problem += x_21 + x_22 + x_23 == 1200
problem += x_11 <= 550
problem += x_12 <= (800 - 550)
problem += x_11 + x_12 <= 800
problem += x_21 <= 620
problem += x_22 <= (900 - 620)
problem += x_21 + x_22 <= 900
```

```

problem.solve()
print("Результат:")

variables = {
    'x_11': "Обычный тип производства гаечных ключей",
    'x_12': "Тип производства гаечных ключей 'Сверхурочные'",
    'x_13': "Тип производства гаечных ключей 'Субподрядчики'",
    'x_21': "Обычный тип производства отвёрток",
    'x_22': "Тип производства отвёрток 'Сверхурочные'",
    'x_23': "Тип производства отвёрток 'Субподрядчики'",
    'z_1': "Стоимость гаечного ключа",
    'z_2': "Стоимость отвёртки"
}

for variable in problem.variables():
    print(f"{variables[variable.name]:50} {variable.varValue:>7.2f}")

```

Вывод: в ходе выполнения лабораторной работы были сформированы практические навыки анализа возможностей построения и выделения наиболее важных свойств объектов моделей для моделирования и использования специализированных программных пакетов и библиотек для стандартных вычислений и визуализации результатов задач линейного программирования.