|  |  |
| --- | --- |
| **Gerb-BMSTU_01** | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  Калужский филиал  федерального государственного бюджетного  образовательного учреждения высшего образования  ***«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»***  ***(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)*** |

|  |  |
| --- | --- |
| **ФАКУЛЬТЕТ** | **ИУК «Информатика и управление»** |
| **КАФЕДРА** | **ИУК4 «Программное обеспечение ЭВМ,** |
| **информационные технологии»** | |

**Домашняя работа**

**«Задача линейного целочисленного программирования с булевыми переменными»**

**ДИСЦИПЛИНА: «Моделирование»**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Выполнил: студент гр. ИУК4-72Б | |  |  | ( | Сафронов Н.С. | ) |
|  |  |  | (подпись) |  | (Ф.И.О.) |  |
| Проверил: | |  |  | ( | Никитенко У.В. | ) |
|  |  |  | (подпись) |  | (Ф.И.О.) |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Дата сдачи (защиты):  Результаты сдачи (защиты): | |
|  | - Балльная оценка:  - Оценка: |

Калуга, 2023

**Цель работы:** овладеть навыками выделения наиболее важных свойств объектов моделей для моделирования; навыками решения задач целочисленного программирования с булевыми переменными.

**Постановка задачи**

Решить задачу линейного целочисленного программирования с булевыми переменными. Использовать алгоритмы плотного заполнения, Фора-Мальгранжа, Балаша. Привести для каждого алгоритма иллюстрацию решения. **Вариант 3**

**Ход выполнения работы**

**Алгоритм плотного заполнения**

Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все .

Таким образом, получаем следующее решение задачи:

Проиллюстрируем ход решения задачи:



**Рисунок 1 –** Решение задачи алгоритмом плотного заполнения

**Алгоритм Фора-Мальгранжа**

**Шаг 1**

Попытаемся найти любое допустимое решение задачи, воспользовавшись алгоритмом плотного заполнения. Таким образом, получаем решение из предыдущего пункта. К ограничениям задачи добавим новое ограничение:

**Шаг 2**

Получаем следующую задачу:

Решим задачу, воспользовавшись алгоритмом плотного заполнения:

Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение - .

Припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все .

Таким образом, получаем следующее решение задачи:

Проиллюстрируем ход решения задачи:



**Рисунок 2 –** Решение задачи 2 метода Фора-Мальгранжа алгоритмом плотного заполнения

К ограничениям задачи добавим новое ограничение:

**Шаг 3**

Получаем следующую задачу:

Решим задачу, воспользовавшись алгоритмом плотного заполнения:

Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Примем переменную из первого ограничения, тогда система примет вид:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение - .

Припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение - .

Припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение - .

Припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Одно из , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение - .

Припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Одно из , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Таким образом, получаем следующее решение задачи:

Проиллюстрируем ход решения задачи:



**Рисунок 3 –** Решение задачи 3 метода Фора-Мальгранжа алгоритмом плотного заполнения

К ограничениям задачи добавим новое ограничение:

**Шаг 4**

Получаем следующую задачу:

Решим задачу, воспользовавшись алгоритмом плотного заполнения:

Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Примем переменную из первого ограничения, тогда система примет вид:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение - .

Припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение - .

Припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Все , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Одно из , выполняем следующий шаг. Припишем переменной единичное значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение - .

Припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение - .

Припишем переменной нулевое значение. Для этого подставим в ограничения, учитывая вхождение этой переменной в каждое ограничение:

Одно из , последовательно (в обратном порядке) просматриваем переменные до тех пор, пока не обнаружим переменную, которой приписано единичное значение – таких переменных нет. Таким образом, полученная система противоречива и не имеет допустимых решений.

Проиллюстрируем ход решения задачи:



**Рисунок 4 –** Решение задачи 4 метода Фора-Мальгранжа алгоритмом плотного заполнения

Очевидно, что решение предыдущей задачи – оптимальное решение исходной задачи, а – оптимальное значение целевой функции.

**Алгоритм Балаша**

Попытаемся найти любое допустимое решение задачи, воспользовавшись алгоритмом плотного заполнения. Таким образом, получаем решение из первого пункта.

Дополним исходную систему ограничением:

Получаем следующую задачу:

Исключение переменных невозможно. Вносим задачи 1 () и 2 () в список.

**Задача 1**

Имеется возможность расширить частичное решение. Из 2-го неравенства и :

Поставленная задача противоречива: любое значение приводит к неверной системе неравенств.

**Задача 2**

Исключить переменную не можем. Внесем задачу 3 () и задачу 4 () в список.

**Задача 3**

Имеется возможность расширить частичное решение. Из 2-го неравенства :

Имеется возможность расширить частичное решение. Из 2-го неравенства :

Имеется возможность расширить частичное решение. Из 2-го неравенства

Получаем – новый рекорд.

**Задача 4**

Имеется возможность расширить частичное решение. Из 2-го неравенства

Имеется возможность расширить частичное решение. Из 2-го неравенства

Исключить переменную не можем. Внесем задачу 5 () и задачу 6 () в список.

**Задача 5**

Получаем – новый рекорд.

**Задача 6**

Получаем .

Список задач пуст, следовательно, оптимальное решение задачи – последний зафиксированный рекорд. Оптимальное значение функции получено при .

Проиллюстрируем ход решения задачи:



**Рисунок 5 –** Решение задачи алгоритмом Балаша

**Вывод:** в ходе выполнения домашней работы были приобретены навыки выделения наиболее важных свойств объектов моделей для моделирования, решения задач целочисленного программирования с булевыми переменными.