Пусть задана целевая функция f(x), производные которой могут быть разрывными либо не вычисляются явно. Такая ситуация возможна, например, если значения функции заданы в табличной форме. В этом случае рассматриваются два подхода: методы поиска и методы сопряжённых направлений.

**Метод поиска**

С помощью этой формулы можно получить диагональные элементы матрицы G, считая первые n направляющих векторов равными (1,0,…,0),…,(0,0,…,1).

– начальная точка, векторы

Для вычисления недиагональных элементов матрицы G

Недостатки градиентного метода:

1. При минимизации положительно определённой квадратичной формы этот метод бесконечен.
2. Каждая итерация выполняется независимо от других.
3. Скорость сходимости зависит от вида функции.

**Метод сопряженных направлений**

Пусть – начальная точка и , – точка минимума функции на луче, выходящем из в направлении вектора .

Положим

**Метод переменной метрики**

Пусть – начальная точка, – приближённая положительно определённая матрица, – ненулевой направляющий вектор, полученнный на итерации.

**Каноническая задача линейного программирования**

**Базисом опорного плана** называется система из m линейно независимых условий, которая включает все векторы, отвечающие положительным компонентам опорного плана.

**Опорный план** называется невырожденным, если он содержит ровно m положительных компонент.

Следовательно, невырожденный опорный план имеет единственный базис, а у вырожденного их может быть несколько.

Задача невырождена, если все её опорные планы невырождены.

Теорема 1. Множество всех планов задачи ЛП выпукло.

Доказательство. Пусть и планы задачи.

Возьмём число , и умножим первое равенство на , а второе :

Теорема 2. Если множество планов задачи не пусто, то оно имеет хотя бы одну угловую точку.

Теорема 3. Если задача ЛП разрешима, то оптимальное значение целевой функции достигается в вершине многогранника планов. Если целевая функция принимает оптимальное значение более, чем в одной вершине, то оно принимает его в любой точке, являющейся выпуклой линейной комбинацией этих вершин.

Теорема 4. Вектор является опорным планом задачи тогда и только тогда, когда – вершина многогранника планов этой задачи.

**11.10.2023**

Симплекс-метод

Если задача разрешима, то существует вершина многогранника допустимых решений, в которой целевая функция достигает экстремума.

Каждой вершине соответствует опорный план.

**Условия оптимальности опорного плана**

**Теорема** (признак оптимальности). Если для некоторого опорного плана выполняются неравенства *,* то этот план является оптимальным для задачи.

Целевая функция ограничена снизу на многограннике решний, поэтому существует оптимальный план

1. Исходная задача не имеет ни одного плана, т.е. система ограничений несовместна (если бы существовал план являлся бы планом вспомогательной задачи, на котором .
2. .

– план исходной задачи

– сколь угодно большое положительное число соответствующее искусственным переменным, которые образую базис, который называется искусственным базисом.

Теорема. Если в оптимальном плане расширенной задачи все искусственные переменные равны нулю, то вектор является оптимальным планом задачи.

Доказательство.

План исходной задачи такой, что . Это противоречит условию, что - оптимальный план расширенной задачи.

**Двойственность в линейном программировании**

Несимметричные двойственные задачи

Введём -мерный вектор – строку и составим задачу:

В матричной форме

Целевая функция максимизируется:

Эта задача эквивалентна задаче минимизация функции

Двойственная задача

Она эквивалентна задаче:

Замена

Прямая задача

Двойственная задача