

МЕТОД МИНИМИЗИРУЮЩИХ КАРТ. КАРТЫ КАРНО

Карты Карно

Прямоугольная таблица истинности, каждая строка и каждый столбец которой отмечены частью двоичного набора так, что каждая клетка карты соответствует одному двоичному набору.

Соседние по вертикали, горизонтали и симметрично расположенные на карте отличаются значением лишь одной переменной.

$$y(a,b,c,d) = \bigwedge_0(4,5,11,14,15)$$

	cd				
ab		00	01	11	10
00	1	1	1	1	
01	0	0	1	1	
11	1	1	0	0	
10	1	1	0	1	

4 = 2²
 $n=4$
 $n-k=4-2=2$

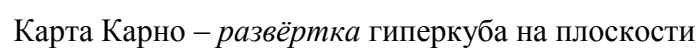
Область смежных клеток: область из 2^k клеток ($k=0, \dots, n$), каждая из которых имеет k смежных (соседних) клеток из этой области.

Правило покрытия 1: Любую области из 2^k клеток можно поставить в соответствие («покрыть») ЭК $(n-k)$ -ранга, состоящую из переменных, которые имеют постоянное значение во всех двоичных наборах, соответствующих клеткам области:

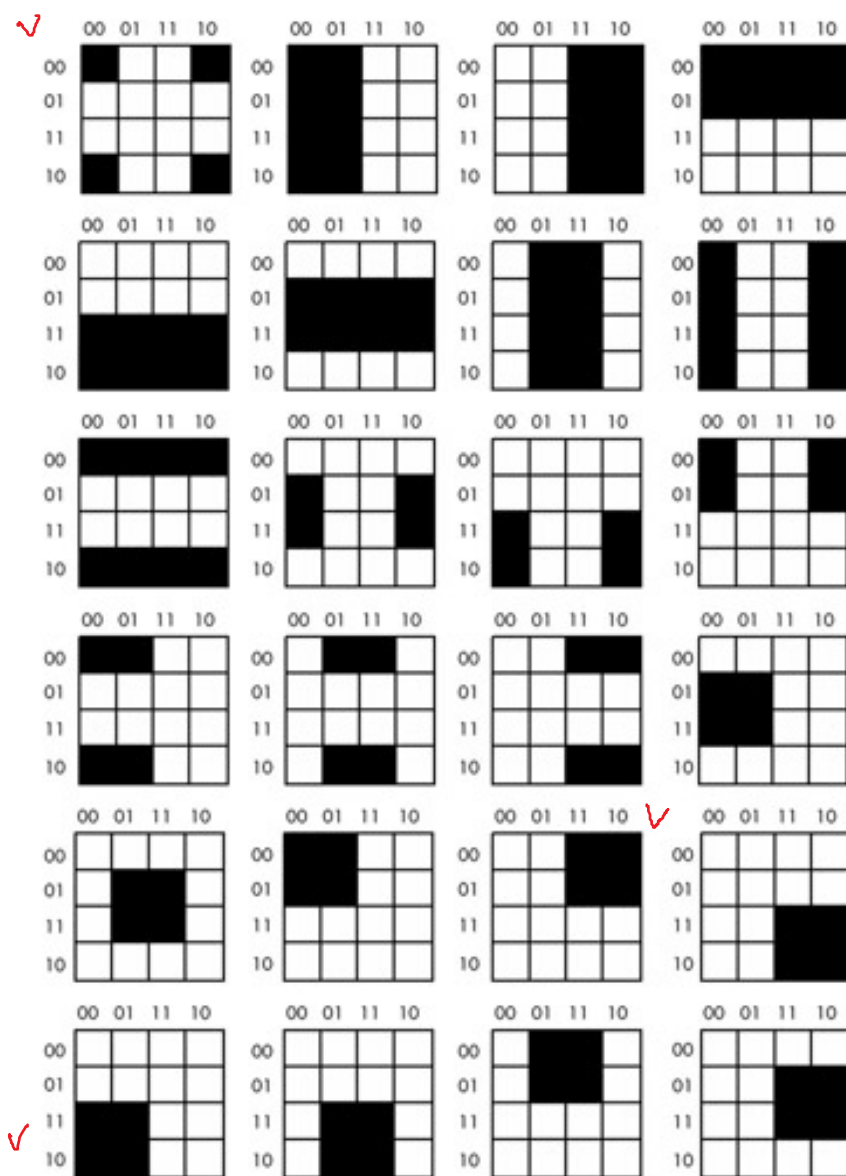
Переменная $x = 0$ во всех клетках области $\rightarrow \bar{x}$
 Переменная $x = 1$ во всех клетках области $\rightarrow x$
 Переменная $x = 1$ или $0 \rightarrow \cancel{x}$

Переменная $x = 0$ во всех клетках области $\rightarrow \overline{x}$
 Переменная $x = 1$ во всех клетках области $\rightarrow x$
 Переменная $x = 1$ или $0 \rightarrow \cancel{x}$

1 2 4 8 16

$$b \cdot d + \bar{a} \cdot b + \bar{a} \cdot c + a \cdot \bar{c} = 1249$$


Карты Карно на 4 переменные



ТДНФ и БФ может быть **несколько**

②

	cd																		
ab		00	01	11	10														
	00	1	1	1	1														
	01	0	0	1	1														
	11	1	1	0	0														
	10	1	1	0	1														

$\overline{b} \cdot \overline{c}$

Выбираем МДНФ:

$$M \vee H \vee \varphi = T \vee D \vee H \vee \varphi_1 = T \vee D \vee H \vee \varphi_2$$

Правило покрытия 2 (по нулям)

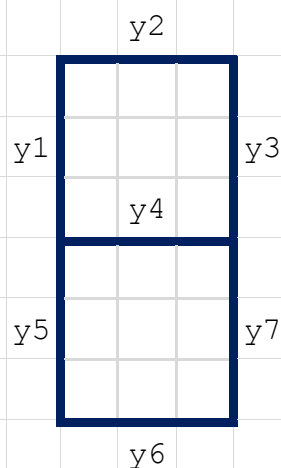
Переменная $x = 0$ во всех клетках области $\rightarrow x$

Переменная $x = 1$ или $0 \rightarrow \cancel{x}$

		cd			
ab		00	01	11	10
00		1	1	1	1
01		0	0	1	1
11		1	1	0	0
10		1	1	0	1

$$TKM\varphi = MKM\varphi = (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{c} + d) \cdot (a + b + d)$$

Особенности минимизации формул частичных переключательных функций



abcd	y1	y5
0000	1	1
0001	0	0
0010	0	1
0011	0	0
0100	1	0
0101	1	0
0110	1	1
0111	0	0
1000	1	1
1001	1	0
* 1010	-	-
...	-	-
1111	-	-

y1	cd				
ab		00	01	11	10
	00	1	0	0	0
	01	1	1	0	1
	11	-	-	-	-
	10	1	1	-	-

$$\pi \Sigma H \Phi_3 = \bar{c} \cdot d + b \cdot \bar{c} + b \cdot d + a$$

$$n - k \\ 4 - 3 = 1$$

⇓
MOMΦ

$$\pi K H \Phi = (b + c) \cdot d$$

y5	cd				
ab		00	01	11	10
	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	1
	11	-	-	-	-
	10	1	0	-	-

Карта Карно на 5 переменных.

		$x_3 \backslash x_4$		x_5	000	001	011	010	110	111	101	100
x_1	x_2	00	01	11	10							
	00	1			1	1	1	1				
	01	1			1							
	11			1			1					
	10	1		1					1			1

Неверный вариант покрытия!

S2 и S3 – не верные покрытия

		$x_3 \backslash x_4$		x_5	000	001	011	010	110	111	101	100
x_1	x_2	00	01	11	10							
	00	1						1	1	1	1	
	01	1						1				
	11			1			1			1		
	10	1		1						1		1

Diagram illustrating a non-optimal cover with groups S1, S2, S3, S4, S5, and S6. S2 and S3 are marked as incorrect.

Верный, но не оптимальный

		$x_3 \backslash x_4$		x_5	000	001	011	010	110	111	101	100
x_1	x_2	00	01	11	10							
	00	1			1			1	1	1	1	
	01	1			1			1				
	11			1			1			1		
	10	1		1						1		1

Diagram illustrating a correct but non-optimal cover with groups S1, S2, S3, S4, S5, and S6.

НЕ оптимальное покрытие (для построения МДНФ).

x_3
 x_4
 x_5

x_1 x_2	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	s_2	s_5	1	1	1	1	s_7
01	1			1		s_6		
11	s_3		1	s_1		1		
10	1		1			1		1

s_4

Карта Карно для функции 8 переменных.

X5 X6 X7 X8 X1 X2 X3 X4	0000	0001	0011	0010	0110	0111	0101	0100	1100	1101	1111	1110	1010	1011	1001	1000
0000							1									
0001							1									
0011							1									
0010							1									
0110							1									
0111							1									
0101							1									
0100							1									
1100	1	1		1		1					1		1		1	1
1101	1	1		1		1					1		1		1	1
1111	1	1		1		1					1		1		1	1
1110	1	1		1		1					1		1		1	1
1010	1	1		1		1					1		1		1	1
1011	1	1		1		1					1		1		1	1
1001	1	1		1		1					1		1		1	1
1000	1	1		1		1					1		1		1	1

Покрывтие для получения МДНФ.

X5 X6 X7 X8 X1 X2 X3 X4	0000	0001	0011	0010	0110	0111	0101	0100	1100	1101	1111	1110	1010	1011	1001	1000
0000							1									
0001							1									
0011							1									
0010							1									
0110							1									
0111							1									
0101							1									
0100							1									
1100	1	1		1		1					1		1		1	1
1101	1	1		1		1					1		1		1	1
1111	1	1		1		1					1		1		1	1
1110	1	1		1		1					1		1		1	1
1010	1	1		1		1					1		1		1	1
1011	1	1		1		1					1		1		1	1
1001	1	1		1		1					1		1		1	1
1000	1	1		1		1					1		1		1	1

Покрытие для получения МКНФ.

X5 X6 X7 X8																
X1 X2 X3 X4	0000	0001	0011	0010	0110	0111	0101	0100	1100	1101	1111	1110	1010	1011	1001	1000
0000							1									
0001							1									
0011							1									
0010							1									
0110							1									
0111							1									
0101	S4				S5		1		S6		S5				S4	
0100							1									
1100	1	1		1		1					1		1		1	1
1101	1	1		1		1					1		1		1	1
1111	1	1		1		1					1		1		1	1
1110	1	1		1		1					1		1		1	1
1010	1	1		1		1					1		1		1	1
1011	1	1	S2	1	S3	1		S3			1	S3	1	S2	1	1
1001	1	1		1		1	S1				1		1		1	1
1000	1	1		1		1					1		1		1	1

