ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ЭВМ

Основные понятия

Алгебра логики (АЛ) – это формальный аппарат описания логической стороны процессов в цифровых устройствах.

Создатель АЛ – Дж. Буль (1815-1864г.г)

Логические переменные: `true/false`, 1/0, ВКЛ/ВЫКЛ, ДА/НЕТ x y

Логическое высказывание – некоторое предложение, о котором можно утверждать, что оно истинно или ложно. p w

Логическая функция – функция $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, аргументы которой x_i и сама функция y, могут принимать значения false (ложь) или true (истина).

x_i – это простые высказывания

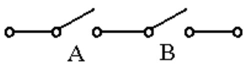
y – сложное высказывание, истинность которого зависит от значения аргументов

связь посредством логических операций: И, ИЛИ, НЕ.

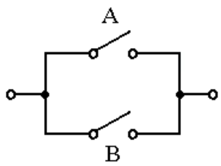
XX век, Клод Шеннон формализовал описание и преобразования релейных (переключательных) схем.

Переключательная функция (ПФ) $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – функция аргументы которой x_i и сама функция y, могут принимать значения 0 (выключено) или 1 (включено).

И – конъюнкция,
последовательное включение реле A и B



ИЛИ – дизъюнкция,
параллельное включение реле A и B



Применение ПФ в ВТ: формальное описание, анализ и синтез цифровых схем.

И ИЛИ НЕ

Способы представления ПФ
Табличный способ

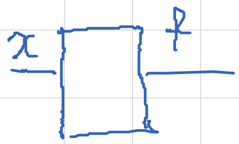
N-местная ПФ - ПФ $\underline{f(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)}$, значение которой зависит от значений n аргументов.

010

Двоичный набор значений аргументов (комбинация) – упорядоченная совокупность значений аргументов.

Логическая функция <u>одной</u> переменной f(x) $N=1$

x	0	1		
f_1	0	0	–	$f=0$
f_2	0	1	–	$f=x$
f_3	1	0	–	$f=\overline{x}=\neg x$ НЕ
f_4	1	1	–	$f=1$



Логическая функция двух переменных f(x1, x2)

	x1	x2	
00	01	10	11

Логическая функция двух переменных f(x1, x2)

	x1 x2				
	00	01	10	11	
f1	0	0	0	0	- f=0
f2	0	0	0	1	
f3					
f4					
f5					
f6					
f7					
f8					
f9					
f10					
f11					
f12					
f13					
f14					
f15					
f16					

Логическая функция двух переменных f(x1, x2)

	x1 x2				
	00	01	10	11	И, или, не
f1	0	0	0	0	$f=0$
f2	0	0	0	1	
f3	0	0	1	0	
f4	0	0	1	1	
f5	0	1	0	0	
f6	0	1	0	1	
f7	0	1	1	0	
f8	0	1	1	1	
f9	1	0	0	0	
f10	1	0	0	1	
f11	1	0	1	0	
f12	1	0	1	1	
f13	1	1	0	0	
f14	1	1	0	1	
f15	1	1	1	0	
f16	1	1	1	1	

Логическая функция двух переменных f(x1, x2)

	x1 x2					
	00	01	10	11		
f1	0	0	0	0	f1 = 0	константа нуля
f2	0	0	0	1	f2= $x_1 \wedge x_2 = x_1 \cdot x_2 = x_1 x_2$	конъюнкция
f3	0	0	1	0	f3= $x_1 \wedge \overline{x_2} = x_1 \not\to x_2$	запрет x2
f4	0	0	1	1	f4= x_1	повтор x1
f5	0	1	0	0	f5= $\overline{x_1} \wedge x_2 = x_1 \not\leftarrow x_2$	запрет x1
f6	0	1	0	1	f6= x_2	повтор x2
f7	0	1	1	0	f7= $x_1 \oplus x_2 = \overline{x_1} \cdot x_2 + x_1 \cdot \overline{x_2}$	сумма по модулю 2
f8	0	1	1	1	f8= $x_1 + x_2 = x_1 \vee x_2$	дизъюнкция
f9	1	0	0	0	f9= $x_1 \uparrow x_2 = \overline{x_1 \vee x_2}$	функция Пирса
f10	1	0	0	1	f10= $x_1 \sim x_2 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} + x_1 \cdot x_2 = \overline{x_1 \oplus x_2}$	эквивалентность
f11	1	0	1	0	f11= $\overline{x_2}$	отрицание x2
f12	1	0	1	1	f12= $x_1 \leftarrow x_2 = x_1 \vee \overline{x_2}$	обратная импликация
f13	1	1	0	0	f13= $\overline{x_1}$	отрицание x1
f14	1	1	0	1	f14= $x_1 \to x_2 = \overline{x_1} \vee x_2$	импликация
f15	1	1	1	0	f15= $x_1 \mid x_2 = \overline{x_1 \cdot x_2}$	штрих Шеффера
f16	1	1	1	1	f16 = 1	константа единицы

Полностью определённая ПФ $f_1 - f_{16}$

Частично определённая (частичная) ПФ —

Единичный набор ПФ $x_1, x_2, \ldots, x_n$: $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1$

$f_9: 00$

Неединичный набор ПФ $x_1, x_2, \ldots, x_n$: $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$

f_9: 01, 10, 11

Запрещённый набор ПФ $x_1, x_2, \ldots, x_n$: $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = ?$ —

Константа 0(1): полностью определённая ПФ f=0 (1) $f_1 = 0$ $f_{16} = 1$

Конституэнта 0(1): полностью определённая ПФ f=0 (1) только на одном наборе

$f_{14}, 15, 12, 8$ f_5

Логическая функция N переменных f(x1, x2, …, xn)

N-местная ПФ – это ПФ, значение которой зависит от значений n аргументов.

Двоичный набор значений аргументов (комбинация) – упорядоченная совокупность значений аргументов.

Кол-во комбинаций N-местной ПФ = ?

$n = 1 \to 2$
$n = 2 \to 4$
$n = 3 \to 8$
$n \to 2^n$

Кол-во строк таблицы истинности N-местной ПФ = ?

2^{2^n}

$n=1 - 4$
$n=2 - 16$
n

$$\left.\begin{matrix}000\\001\\\dots\\111\end{matrix}\right\} 8$$

$n=4$: $$\left.\begin{matrix}0000\\\dots\\1111\end{matrix}\right\} 16$$

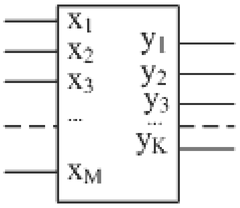
Пример. Описать с помощью таблицы истинности (ТИ) работу комбинационной схемы (КС), которая управляет работой 7-сегментным индикатором, отображающим одну из десятичных цифр в зависимости от значения на входе.

Все цифровые устройства разделяются на:

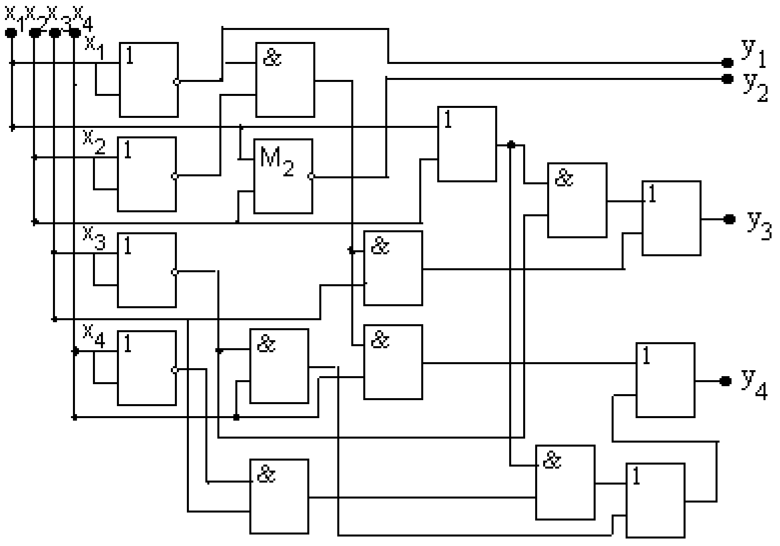
- комбинационные схемы
- последовательностные схемы

Комбинационные схемы — это устройства без памяти. Выходные сигналы зависят только от текущей комбинации входных логических сигналов и не зависят от их предыдущих значений.

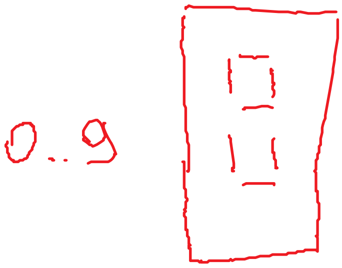
Функциональная схема:

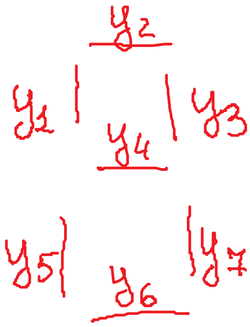


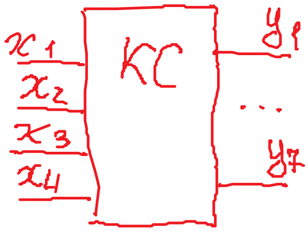
Пример реализации КС на логических элементах:



Пример. Описать с помощью таблицы истинности (ТИ) работу комбинационной схемы (КС), которая управляет работой 7-сегментным индикатором, отображающим одну из десятичных цифр в зависимости от значения на входе.







x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1							
0	1	0	0							
0	1	0	1			.	. .	.		
0	1	1	0							
0	1	1	1							
1	0	0	0							
1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	–	–	–	–	–	–	–
. . . . .										
1	1	1	1	–	–	–	–	–	–	–

Пример. Пусть есть система кондиционирования воздуха, состоящая из 2х кондиционеров малой (К1) и большой (К2) мощности и работающая при таких условиях:

- К1 включается, если t достигает 19ºС;
- К2 включается, если t достигает 22ºС, К1 - выключается;
- К1 и К2 включаются, если t достигает 30ºС.

Описать работу системы с помощью таблицы истинности.