

Основные понятия минимизации булевых функций (БФ)

Задача: найти аналитическое выражение заданной булевой функции в форме, содержащей минимально возможное число букв.

Элементарная конъюнкция (ЭК)

Элементарная дизъюнкция (ЭД)

ДНФ, КНФ

, СДНФ, СКНФ

$a \cdot \bar{b} \cdot c, n=3$

$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$

МДНФ (минимальная ДНФ) – ДНФ, содержащая наименьшее число букв. ✓

МКНФ (минимальная КНФ)

БФ $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называется **импликантой** БФ $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, если для любого набора переменных, на котором $g=1$, справедливо $f=1$.

Пример.

a	b	c	f	g ₁	g ₂	g ₃	g ₄	g ₅	g ₆	g ₇
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1

Записываем функцию f и её импликанты в СДНФ:

$$f = g_7 = \bar{a}bc \vee a\bar{b}c \vee abc$$

$$g_4 = \bar{a}bc$$

$$g_1 = abc$$

$$g_5 = \bar{a}bc \vee abc$$

$$g_2 = abc$$

$$g_6 = \bar{a}bc \vee abc$$

$$g_3 = \bar{a}bc \vee abc$$

Пример (продолжение).

Импликанта g БФ f , являющаяся ЭК, называется **простой**, если никакая часть импликанты g не является импликантой функции f .

a	b	c	f	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1



Записываем функцию f и её импликанты в СДНФ:

$$f = g_7 = \bar{a}bc \vee a\bar{b}c \vee abc$$

$$g_4 = \bar{a}bc$$

$$g_1 = abc$$

$$g_5 = \bar{a}bc \vee abc = bc$$

$$g_2 = a\bar{b}c$$

$$g_6 = \bar{a}bc \vee abc$$

$\underbrace{\qquad}_{g_4} \quad \underbrace{\qquad}_{g_2}$

$$g_3 = \bar{a}bc \vee abc = ab$$

Простые импликанты f : ??? g_3, g_5

Не простые импликанты f : ??? g_1, g_2, \dots

Полезные утверждения для получения МДНФ:

1. Дизъюнкция любого числа импликант булевой функции f также является импликантой этой функции.

$$g_6 = g_4 + g_2$$

2. Любая БФ f эквивалентна дизъюнкции всех своих простых импликант.

$$f = g_3 \vee g_5 = ab \vee bc$$

a	b	c	f	g_3	g_5
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

СкДНФ – дизъюнкции всех простых импликант функции:

$$\text{СкДНФ} = ab \vee bc \Rightarrow f$$

Первый этап минимизации – построение СкДНФ.

Второй этап минимизации – исключение *лишних* простых импликант из СкДНФ.

ТДНФ (тупиковая ДНФ) – СкДНФ функции без лишних простых импликант.

МДНФ – ТДНФ функции с минимальным числом букв