



課前  
導入

一、知識回顧：(約 5 分鐘)

老師以問一答形式與學生回顧上一節課的重點知識(定理 4 和定理 5)，為接下來的探究進行準備，也能讓學生更快進入課堂。

定理4:

如果行列式某兩行(或兩列)的對應元素成比例，那麼行列式等於零。

$$\begin{vmatrix} a_1 & ka_1 & c_1 \\ a_2 & ka_2 & c_2 \\ a_3 & ka_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

定理5:

如果行列式的某一行(或一列)的元素都是二項式，那麼這個行列式等於把這些二項式各取一項作成相應行(或列)而其餘行(或列)不變的兩個行列式的和。

$$\begin{vmatrix} a_1+a_1' & b_1+b_1' & c_1+c_1' \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1' & b_1' & c_1' \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

二、探究 (約 10 分鐘)

觀察及化簡下列行列式，然後探究行列式有甚麼性質：

$$(1) \begin{vmatrix} 2023 & 2024 \\ 2022 & 2023 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} a-2x^2 & b-2y^2 & c-2z^2 \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

先讓學生個人觀察行列式約 30 秒，然後進行 5-6 人的分組討論，組內互相分享各自的想法並嘗試進行化簡和探究其性質。在分組探究中，老師巡視並鼓勵學生相互交流、討論和合作，讓學生在小組內交流想法、分享進展，並解決遇到的問題。接著收取每小組的結果，鼓勵學生與全班分享他們的成果和發現，過程中，老師可提供引導問題和具體的回饋來肯定學生的表現。

兩個行列都能使用定理 4 和定理 5 去進行化簡，過程中可以發現進行減或加可以把行列式某一行的所有元素同乘以  $k$  倍，加到另一行的對應元素上，所得行列式與原行列式的值相等。老師應追問學生：「那麼列方面成立嗎？」，學生應回答：「通過行列互換值不變，所以該性質可以延伸到列也成立。」，從而得出定理 6。

教  
學  
過  
程

老師整理好討論內容後，就可以進行一般化，展示定理 6 及其證明過程

證明：

$$\begin{vmatrix} a_1+ka_2 & b_1+kb_2 & c_1+kc_2 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ka_2 & kb_2 & kc_2 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

行列式的性質

定理6: 把行列式某一行(或一列)的所有元素同乘以一個數  $k$ ，加到另一行(或另一列)的對應元素上，所得行列式與原行列式的值相等。

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1+ka_2 & b_1+kb_2 & c_1+kc_2 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

簡述成：某行(列)乘  $k$  加到另一行(列)，值不變

三、例子： (約 5 分鐘)

$$(1) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 7 \\ 4 & 11 & 8 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 4 & 10 & 9 \\ 8 & -2 & 21 \end{vmatrix}$$

第一題使用剛剛證明的定理 6，把第一行加至第二行，就會與第三行相等，就可以用推論 2 得到答案是 0。

第二題使用已學的推論 1，把第二、三列的因數抽出。讓學生觀察抽因數後的行列式，若行列式中能出現「1」和「0」這兩個元素就能較容易計算，發現使用兩次定理 6，把行列式內的數值變小和出現我們想要「1」跟「0」兩個元素，最後用行列式的對角線法則就能快速得到答案。



四. 練習： (約 15 分鐘)

$$(1) \begin{vmatrix} a & a & a \\ -a & a & x \\ -a & -a & x \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 3 & 49 & 4 \\ 2 & 28 & 4 \\ 4 & 35 & 8 \end{vmatrix}$$

第一部份的練習題型為計算題，先讓學生個人觀察行列式約 30 秒，然後進行 5-6 人的分組討論，組內互相分享各自的想法並嘗試進行化簡。在分組探究中，老師巡視並鼓勵學生相互交流、討論和合作，讓學生在小組內交流想法、分享進展，並解決遇到的問題，計算結束後應對答案進行檢查，以確保準確性，這可以培養學生自我審查和糾正錯誤的能力。接著老師收取每小組的結果，要求學生檢視其他組學生的成果，若計算過程中有錯誤，老師可把問題提出與全班討論，並即時更正。老師應注重正面鼓勵，及時表揚學生的努力和進步。這可以激發學生的學習動力，並增強他們的自信心。

練習(1)可用兩個方法去解決，方法 1 可先用推論 1，把第二、三列的因數抽出，接著用定理 6 將第一行加至第二、三行，就能把行列式化簡，最後發覺左下角出現三個 0，即可用特殊計法主對角線相乘得出答案。方法 2 不用推論 1，直接用定理 6 將第一行加至第二、三行，發覺左下角也會出現三個 0，都能用特殊計法主對角線相乘得出答案。一題多解是數學的一個有趣之處，也是數學的靈活性和多樣性的體現，有助於培養學生的綜合能力和數學素養。教師可以充分利用一題多解的特點，引導學生靈活應用數學知識，深入探索問題，提升解決問題的能力。

練習(2)使用已學的推論 1，把第二、三列的因數抽出，再使用兩次定理 6，把行列式內的數值變小和出現我們想要「1」跟「0」這兩個元素，最後用行列式的對角線法則就能快速得到答案。

$$(3) \begin{vmatrix} -a+b+c & a & -b \\ a-b+c & b & -c \\ a+b-c & c & -a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & a & c \\ c & b & a \\ a & c & b \end{vmatrix} \quad \text{提升題 解方程:}$$

$$(1) \begin{vmatrix} 1-x & 2 & 3 \\ 1 & 2-x & 3 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$$

第二部份的練習題型為證明題，先讓學生個人觀察行列式約 30 秒，然後進行 5-6 人的分組討論，組內互相分享各自的想法並嘗試進行化簡。在分組探究中，老師巡視並鼓勵學生相互交流、討論和合作，讓學生在小組內交流想法、分享進展，並解決遇到的問題，計算結束後應對答案進行檢查，以確保準確性，這可以培養學生自我審查和糾正錯誤的能力。

若時限內完成練習 3 的同學，可嘗試去完成提升題，提供不同層次的題目可以滿足不同學生的學習需求。對於一些學生，簡單的問題可以幫助他們建立基本的概念和技能；而對於一些學生，更具挑戰性的問題則可以激發他們的思維和求知欲。接著老師收取每小組的結果，要求學生檢視其他組學生的成果，若計算過程中有錯誤，老師可把問題提出與全班討論，並即時更正。

提升題不用於堂上即時評核，應以練習 3 為主，老師可於課後與有興趣研究的同學再進行討論。練習(3)為證明題，應由左式開始證明，用定理 6 把第二、三列加到第一列，接著用推論 1 把第三列提出公因式-1，最後用定理 2 把第一列與第三列互換，就可以證出右式式子。

六、總結：(約 5 分鐘)

## 總結

Code : 5538 0393  
<https://www.mentimeter.com/>

- 1、從本節課中，你學習到.....
- 2、從本節課中，你掌握了甚麼的數學學習方法?
- 3、從同儕交流中，有甚麼值得你學習的地方?

$$\begin{vmatrix} \text{數} & 0 & \text{生} \\ 0 & \text{學} & 0 \\ \text{習} & 0 & \text{要} \end{vmatrix} = \text{數學要一生學習}$$

先讓學生進行回顧本節課的知識和重點，接著利用電子網站把學生於本堂所學習的內容與全班分享，老師需要把學生的總結進行整理及梳理。最後老師會提出本節課最後一個行列式，加強學生對數學的學習態度。

七、作業

### 功課15A

一、計算下列行列式：

1、 $\begin{vmatrix} 10 & -2 & 7 \\ -15 & 3 & 2 \\ -5 & 4 & 9 \end{vmatrix}$

2、 $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix}$

3、 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+b \end{vmatrix}$

二、因式分解行列式(提高題)：

1、 $\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ (1+a)^2 & (1+b)^2 & (1+c)^2 \\ (2+a)^2 & (2+b)^2 & (2+c)^2 \end{vmatrix}$

佈置與本節課知識相關內容的作業，同時也佈置提高題，讓程度較好的學生嘗試完成。

教學  
反思