

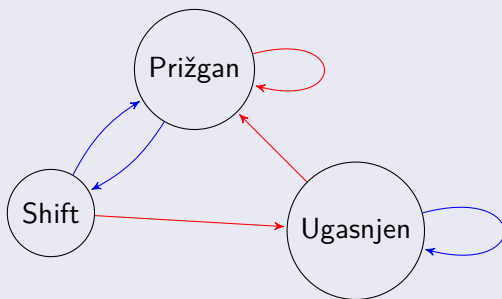
# Uporaba grup v sinhronizaciji

Patrik Žnidaršič

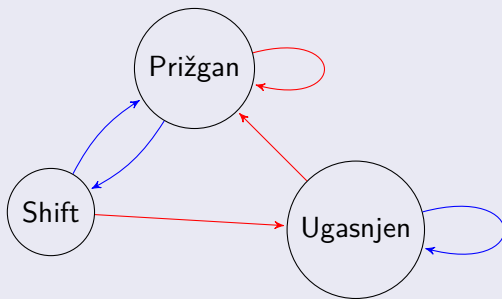
Mentor: Ganna Kudryavtseva

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko

4. december 2023



Rdeče – Tipka On, Modro – Tipka Shift



**Rdeče** – Tipka On, **Modro** – Tipka Shift

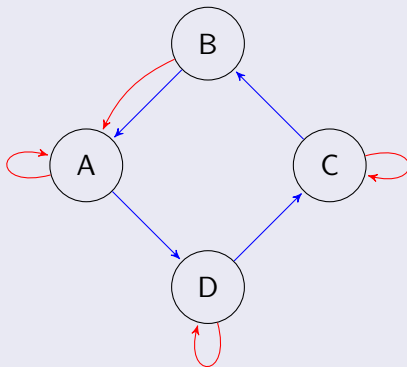
## Definicija

*Avtomat* je končna množica stanj  $\Omega$  in prehodov med njimi. Avtomat *sinhronizira*, če obstaja zaporedje prehodov (*beseda*), po uporabi katerega je avtomat v nekem fiksnem stanju.

### Izrek (Izrek o barvanju cest)

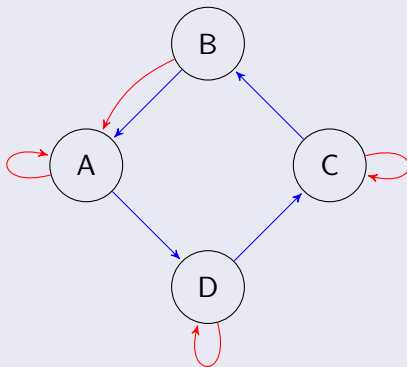
*Naj bo  $G$  končen močno povezan digraf, kjer imajo vsa vozlišča enako izhodno stopnjo. Če je največji skupni delitelj dolžin vseh ciklov v  $G$  enak 1, lahko pobarvamo povezave tako, da nastali avtomat sinhronizira.*

*Če avtomat z  $n$  stanji sinhronizira, sinhronizira tudi z neko besedo dolžine največ  $(n - 1)^2$ .*



Domneva (Černý, 1969)

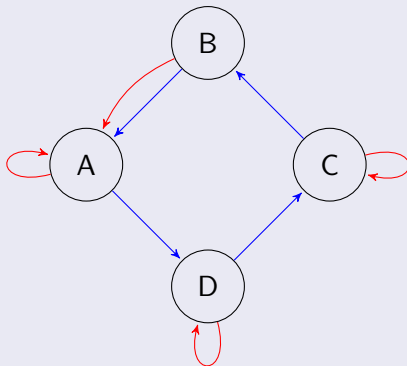
Če avtomat z  $n$  stanji sinhronizira, sinhronizira tudi z neko besedo dolžine največ  $(n - 1)^2$ .



Najkrajša beseda, ki sinhronizira avtomat: **R** **M** **M** **M** **R** **M** **M** **M** **R**

## Definicija

*Transformacijski monoid*  $T(\Omega)$  je monoid preslikav  $\Omega \rightarrow \Omega$ , generiran s preslikavami, ki določajo avtomat. Transformacijski monoid *sinhronizira*, če vsebuje preslikavo, katere slika vsebuje le en element.



Najkrajša beseda, ki sinhronizira avtomat: **R** **M** **M** **M** **R** **M** **M** **M** **R**

## Definicija

*Transformacijski monoid*  $T(\Omega)$  je monoid preslikav  $\Omega \rightarrow \Omega$ , generiran s preslikavami, ki določajo avtomat. Transformacijski monoid *sinhronizira*, če vsebuje preslikavo, katere slika vsebuje le en element.

## Definicija

*Permutacijska grupa* na množici  $\Omega$  je podgrupa  $\text{Sym } \Omega$ . Permutacijska grupa je *sinhronizabilna*, če za vsako singularno preslikavo  $f : \Omega \rightarrow \Omega$  monoid  $\langle G, f \rangle$  sinhronizira.



## Lastnosti

2-tranzitivnost  $\implies$  2-homogenost  $\implies$  sinhronizabilnost  
 $\implies$  osnovnost  $\implies$  primitivnost  $\implies$  tranzitivnost

## Lastnosti

2-tranzitivnost  $\implies$  2-homogenost  $\implies$  sinhronizabilnost  
 $\implies$  osnovnost  $\implies$  primitivnost  $\implies$  tranzitivnost

## Trditev

*Naj bo  $G$  tranzitivna permutacijska grupa na  $\Omega$ . Potem je  $G$  sinhronizabilna natanko tedaj, ko za vsak netrivialen  $G$ -invarianten graf  $\Gamma$  z vozlišči  $\Omega$  velja  $\omega(\Gamma) \neq \chi(\Gamma)$ .*