

Fundamental Laws

Calva Valencia Andrés, Buendía Mejía Marco I., Keller Schippner Siegfried P.
Instituto Tecnológico de Monterrey Campus Estado de México

Outline

The Utilization Law
Little's Law
The Response Time Law
The Forced Flow Law

The Utilization Law

La utilización de un recurso es la fracción de tiempo que el recurso está ocupado.
U siempre va a ser entre 0 y 1.

$$U = X S$$

U = utilización del recurso.
X = throughput del sistema.
S = servicio requerido por el recurso.

Ejemplo.

Considere un disco que sirve 40 req./sec., cada uno de los cuales requiere 0.0225sec de servicio de disco.
¿Cuál sería la utilización del recurso?
X = 40 req./sec.
S = 0.0225 sec.

$$U = \frac{40 \frac{\text{req.}}{\text{sec.}}}{0.0225 \text{ sec.}} - 15 \text{ sec.}$$

$$U = 0.9 = 90\%$$

The Little's Law

El número promedio de solicitudes en un sistema es igual al producto del rendimiento de ese sistema y el tiempo promedio empleado en ese sistema por una solicitud.

$$N = X \times W$$

N = población.
X = throughput del sistema.
W = Tiempo promedio por solicitud.

Ejemplo.

Considere un subsistema de disco, el disco sirve 60 req./sec. Y en promedio hay 5 req. En el subsistema ¿Cuál es el tiempo promedio de un requerimiento en el subsistema?
N = 5 req.
X = 60 req./sec.
Para encontrar W es necesario despegar de la fórmula de Little.

$$W = N/X$$
$$X = 5 \text{ req}/60 \frac{\text{req.}}{\text{sec.}}$$
$$W = 0.08 \text{ sec.}$$

The Response Time Law

El tiempo promedio que tarda el Sistema en atender una solicitud.

$$R = \frac{N}{X} - Z$$

R = tiempo de respuesta.
N = población.
X = throughput del sistema.
Z = tiempo promedio de reflexión.

Ejemplo.

Considere 64 usuarios activos con un tiempo promedio de reflexión de 15 sec. El throughput del sistema es de 4 req./sec.
¿Cuál es el tiempo de respuesta?
N = 64 usuarios
X = 4 req./sec.
Z = 15 sec.

$$R = \frac{64 \text{ usuarios}}{4 \frac{\text{req.}}{\text{sec.}}} - 15 \text{ sec.}$$

$$R = 1 \text{ sec.}$$

The Forced Flow Law

Esta ley relaciona el rendimiento del sistema con el rendimiento de los recursos.

$$X_k = V_k X$$

X_k = throughput del recurso.
 V_k = número de visitas.
X = throughput del sistema.

Ejemplo.

Considere el subsistema de un servidor que tiene un throughput de 10 req./seg y 2 accesos al subsistema primario. ¿Cuál es el throughput del sistema?
 V_k = 4 accesos al subsistema primario
 X_k = 10 req./sec.

Para encontrar X es necesario despegar.

$$X_k = V_k X$$
$$X = X_k / V_k$$
$$X = 20 \frac{\text{req.}}{\text{sec.}} / 4 \text{ accesos}$$
$$X = 5 \frac{\text{req.}}{\text{sec.}}$$

Ejercicio

Considerando los siguientes datos de medición para un sistema interactivo con una restricción de memoria:

| | |
|------------------------------------|-----------|
| Intervalo de medición | 3600 sec. |
| Número de usuarios | 80 |
| Tiempo de respuesta promedio | 1s |
| Promedio de solicitudes en memoria | 6 |
| Requerimientos completados | 36,000 |
| Utilización de: | |
| CPU | 75% |
| Disco 1 | 50% |
| Disco 2 | 50% |
| Disco 3 | 25% |

- A. ¿Cuál fue el rendimiento?
B. ¿Cuál fue el "tiempo de reflexión" promedio?
C. En promedio, ¿cuántos usuarios intentaban obtener servicio?

- D. En promedio, ¿cuánto tiempo pasa un usuario esperando la memoria?
E. ¿Cuál es la demanda promedio de servicio en el Disco 1?

Respuestas

- A. $X = \frac{C}{T} = \frac{36000}{3600} = 10 \frac{\text{req}}{\text{sec}}$
B. $Z = \frac{N}{X} - R = \frac{80}{10} - 1 = 7 \text{ sec}$
C. $N = X \times R = 10 \times 1 = 10 \text{ usuarios}$
D. $R = \frac{N}{X} - Z = R_{\text{mem}} = \frac{6}{10} = 0.6 \text{ sec.}$
E. $U_k = X \times D_k$
 $D_k = \frac{U_k}{X} = \frac{.5}{10} = .05 \frac{\text{req}}{\text{sec}}$

Vocabulario Útil

T Length of an observation interval (sec.)
 A_k Number of arrivals observed (req.)
 C_k Number of completions observed (req.)
 λ_k Arrival rate ($\frac{\text{req.}}{\text{sec.}}$)
 X_k Throughput ($\frac{\text{req.}}{\text{sec.}}$)
 B_k Busy time (sec.)
 U_k Utilization (%)
 S_k Service requirement per visit ($\frac{\text{sec.}}{\text{req.}}$)
N Customer population (users)
 R_k Response time (sec.)
 W_k Residence time (sec.)
Z Think time (sec.)
 V_k Number of visits ($\frac{\text{Diskop}}{\text{interac.}}$)
 D_k Service demand ($\frac{\text{sec.}}{\text{req.}}$)

Fórmulas Útiles

$$\lambda_k = \frac{A_k}{T}$$
$$X_k = \frac{C_k}{T}$$
$$U_k = \frac{B_k}{T}$$
$$S_k = \frac{B_k}{C_k} = \frac{U_k \times T}{C_k}$$
$$V_k = \frac{C_k}{C}$$
$$D_k = V_k \times S_k = \frac{B_k}{C} = \frac{U_k \times T}{C_k}$$

Referencias.

- https://homes.cs.washington.edu/~lazowska/qsp/Images/Chap_03.pdf
- https://www.cse.wustl.edu/~jain/iucet/ftp/k_33ol.pdf
- http://pages.cpsc.ucalgary.ca/~mahanti/teaching/W07/CPSC531/lectures/Fundamental_Laws.pdf