

day10

numpy

kadai10-1

問題

連立方程式

$$x + 2y = 3 \quad 5x + 7y = 9$$

の解となる x と y を求めよ。連立方程式は、写像と同じであり、ベクトル $\mathbf{a} = (x, y)$ が写像行列 $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ によってベクトル $\mathbf{b} = (3, 9)$ に移されたことをあらわす。

$$M\mathbf{a} = \mathbf{b}$$

よって、線形代数によると係数行列の逆行列が存在すれば、

$$\mathbf{a} = M^{-1}\mathbf{b}$$

により、解 $\mathbf{a} = (x, y)$ を求めることができる。

numpyには行列を引数に与えると逆行列を求める関数があるので（自分で調べよ）、

「行列 M と行列 \mathbf{b} を引数に与えると、解 \mathbf{a} を返す関数」を自作し、それを用いて上記の連立方程式を解くpythonコードを作成せよ。

回答

```
$ python kadai10-1.py
M =
[[1 2]
 [5 7]]

a =
[-1.  2.]

b =
[3 9]
```

kadai10-2

問題

$$1 \rightarrow 3 \quad 2 \rightarrow 5 \quad 3 \rightarrow 7 \quad 4 \rightarrow 9$$

のとき、10はどうなるか？

10 → ?

まず、入力 x と出力 y を繋ぐモデル式（適当な係数と、入出力の使い方）を作る。

今、パターンが4つわかっているので、入力を4つの未知変数に拡張し、4つの未知係数を用いて

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

などとしてみる。係数 a, b, c, d の3次式モデルである。未知変数への拡張のしかたは他にもいくらでも考えられる。

$$y = ax^{-3} + bx^{-2} + cx^{-1} + d$$

のようなモデル式でもいいだろう。

ひとまず3次式モデルとすると、与えられた4つのパターンは

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 \\ 64 & 16 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

と書くことができる。よって係数は

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 \\ 64 & 16 & 4 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

で求めることができ、その係数を使えば、

10 → ?

を推定できる。

実際この方法で、係数は、 $(a, b, c, d) = (0, 0, 2, 1)$ と推定され、 $y = 2x + 1$

すなわち、10 → 21 と推定される。

この推定値は、あくまで3次式モデルによる推定であり、他にも答えは考えられる。実際、先の逆数のモデルだと答えが異なる。

学習用のパターンを適当に4つ作り、適当にモデル式を作って係数を学習し、学習用パターンにない適当な入力を与えたときの出力を求めよ。（pythonコードで実現せよ）

回答

```
$ python kadai10-2.py
pattern1 = [-54 -17 66 -68]
```

```
pattern2 = [-42  51 -51 -44]
matrix1 =
[[-1.57464e+05  2.91600e+03 -5.40000e+01  1.00000e+00]
 [-4.91300e+03  2.89000e+02 -1.70000e+01  1.00000e+00]
 [ 2.87496e+05  4.35600e+03  6.60000e+01  1.00000e+00]
 [-3.14432e+05  4.62400e+03 -6.80000e+01  1.00000e+00]]
params    = [-5.79629612e-04 -3.40850579e-02  2.48328730e+00  1.00218745e+02]

input     = 67
output    = -60.73997146548365
```

kadai10-3

問題

2次元Numpy配列をデータフレームに変換せよ。

回答

```
$ python kadai10-3.py
```

行番号	列番号	赤明度	緑明度	青明度
0	0	255	0	0
0	1	0	255	0
0	2	0	0	255
0	3	255	255	255
0	4	0	0	0
0	5	255	0	0
1	0	0	255	0
1	1	0	0	255
1	2	255	255	255
1	3	0	0	0
1	4	255	0	0
1	5	0	255	0
2	0	0	0	255
2	1	255	255	255
2	2	0	0	0
2	3	255	0	0
2	4	0	255	0
2	5	0	0	255
3	0	255	255	255
3	1	0	0	0
3	2	255	0	0
3	3	0	255	0
3	4	0	0	255
3	5	255	255	255