院試相当の数学と物理簡易まとめ (理物系の人向け)

Koji Higasa

2021 年吉日

まえがき

この文書では私がよく使うくせに, 自己の記憶媒体から時々抜ける数学・物理をまとめたものである. 内容は理学部物理系の院試相当のレベルまでに限る.

目次

第 I 部

数学定義の章

第 1 章

線形代数

線形代数に関する定義を掲載しています.

1.1　正則行列

n 次正方行列 A に対して $AX = XA = E_n$ を満たす n 次正方行列 (逆行列という)$X(A^{-1})$ が存在するとき, A は正則行列であるという.

1.2　随伴行列

(m, n) 型行列に対して, 共軛転置 ${}^t\overline{A}$ を随伴行列という.

1.3　Hermite 行列・対称行列

$A^* = A \Leftrightarrow n$ 次正方行列 A が Hermite 行列.
また, 対称行列とは実 Hermite 行列のこと.

1.4　Unitary 行列・直交行列

$A^*A = E_n \Leftrightarrow n$ 次正方行列 A が Unitary 行列.
また, 直交行列とは実 Unitary 行列のこと.

第 II 部

数学公式の章

第 2 章

三角関数

三角関数に関する公式・式変形等を掲載しています.

2.1　3 倍角の公式

$$\begin{aligned} \sin 3\theta &= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta \\ \cos 3\theta &= 4\cos^3\theta - 3\cos\theta \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.1.1　導出の手続き

hoge

注意

hoge

2.2　積和の公式

$$\begin{aligned} \sin\alpha\cos\beta &= \tfrac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2} \\ \cos\alpha\sin\beta &= \tfrac{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}{2} \\ \sin\alpha\sin\beta &= -\tfrac{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)}{2} \\ \cos\alpha\cos\beta &= -\tfrac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2} \end{aligned} \tag{2.2}$$

2.2.1 導出の手続き

加法定理の加減から導出する.

注意

hoge

2.3 和積の公式

$$\begin{aligned}
\sin A + \sin B &= 2\sin\tfrac{A+B}{2}\cos\tfrac{A-B}{2} \\
\sin A - \sin B &= 2\cos\tfrac{A+B}{2}\sin\tfrac{A-B}{2} \\
\cos A + \cos B &= 2\cos\tfrac{A+B}{2}\cos\tfrac{A-B}{2} \\
\cos A - \cos B &= -2\sin\tfrac{A+B}{2}\sin\tfrac{A-B}{2}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

2.3.1 導出の手続き

積和の公式から導出する.

注意

$\alpha + \beta$ と置き換える.

第 3 章

積分

3.1　6 分の 1 公式

3.2　12 分の 1 公式

第 4 章

線形代数

4.1　Schwartz の不等式・三角不等式

$$
\begin{aligned}
|(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})| &\leq \|\boldsymbol{a}\| \cdot \|\boldsymbol{b}\| \\
\|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}\| &\leq \|\boldsymbol{a}\| + \|\boldsymbol{b}\|
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

第 5 章

複素解析

第 III 部

数学の簡便な結論を纏めた章

第 6 章

微分方程式

6.1　常微分方程式

6.1.1　定数係数 2 階線形微分方程式

a, b を実定数とし, 2 階斉次微分方程式 $y'' + ay' + by = 0$ を考える. 特性方程式 $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$ の 2 根を λ_1, λ_2 とする. このとき, 一般解 $y(x)$ は, C_1, C_2 を任意定数として,

$$y(x) = \begin{cases} C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \\ \quad \text{when } \lambda_1 \neq \lambda_2, (\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}) \\ C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 t e^{\lambda_1 t} \\ \quad \text{when } \lambda_1 = \lambda_2 \\ e^{\alpha t}(C_1 cos\beta t + C_2 sin\beta t) \\ \quad \text{when } \lambda_2 = \alpha + i\beta, \lambda_2 = \alpha - i\beta, (\alpha, \beta \in \mathbb{R}, \beta > 0) \end{cases} \tag{6.1}$$

で与えられる.

第 IV 部

物理学の章

第 7 章

物理量

7.1　慣性モーメント

7.2　波長

7.3　波数

第 8 章

近似式