Introducere

Friday, 15 October 2021 08.14

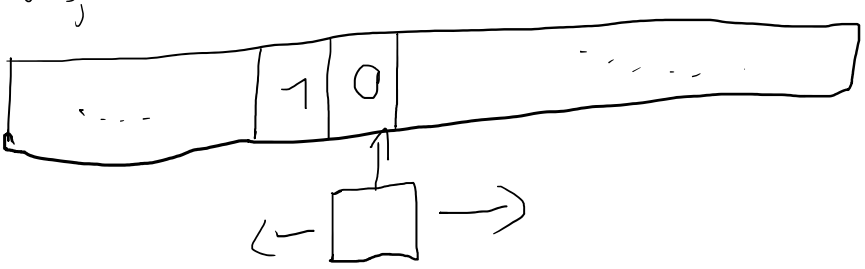
Seminar 1 AA

Calculabilitate

Probleme < decizie → da/nu
optimizare →

funcții recursive → $fact(x) = x \cdot fact(x-1)$; $fact(1) = 1$

Mașina Turing → model de calcul



Calcul lambda

Teza Church-Turing

Multimi

Friday, 15 October 2021 08.43

problemă ↦ mulțime

A recursivă dacă ∃ P program care răspunde la întrebarea $x \in A$? (în timp finit)

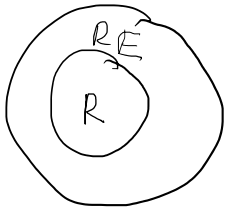
$$P(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

A recursiv enumerabilă dacă ∃ program P:

$$P(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ \perp, & x \notin A \\ \Rightarrow \text{ciclează} \end{cases} \quad (\Leftarrow)$$

∃ program G, care la fiecare apel, îmi returnează un element din A, care până la următ, va returna 0 element din A

Problema opririi (halting problem)



avem $A \in RE \Leftrightarrow \exists P$ a.î.

$$P(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

Pot să fac:

```
P'(x) {
  if (P(x))
    return 1;
  else
    ⊥
}
```

$\Rightarrow A \in RE$

Exercitiu 1

Friday, 15 October 2021 09.03

- $A \in RE$, $B = \mathbb{N} \setminus A \in RE \Rightarrow A$ și $B \in R$ $\quad A \cap B = \emptyset$

$A \in RE \Rightarrow \exists P_A$ a.î. $P_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ \perp, & x \notin A \end{cases}$ și $\exists G_A$

$B = \mathbb{N} \setminus A \in RE \Rightarrow \exists P_B$ a.î. $P_B(x) = \begin{cases} 1, & x \in B \Leftrightarrow x \in \mathbb{N} \setminus A \Leftrightarrow x \notin A, \text{ și } \exists G_B \\ \perp, & x \notin B \end{cases}$

$P'_A(x)$ { $\Rightarrow \exists P'_A(x)$ a.î. $P'_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$ $P'_A(x)$ }

if ($P_A(x)$)
return 1;
if ($P_B(x)$)
return 0;
}

$\Rightarrow$ găsit, $P'_A(x) \perp$ pt $x \notin A$

Soluție:

$P'_A(x)$ {
for (t = 0; true; ++t) {
rez_A = rulez P_A t pași;
rez_B = rulez P_B t pași;
if (rez_A) return 1;
if (rez_B) return 0;
}
}

Sau

while (true) {
if (GA() == x)
return true;
if (GB() == x)
return false;
}

Exercitiu 2

Friday, 15 October 2021 09.29

$A, B, C \in RE$, $A \cap B \cap C = \emptyset$, $A \cup B \cup C = \mathbb{N}$ (complementare și disjuncte) $\Rightarrow A, B, C \in R$

$A \in RE \Rightarrow \exists P_A$ a.î. $P_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ \perp, & x \notin A \end{cases}$ și $\exists G_A$

analog pt. B, C

```
P'A(x) {
  while(true){
    if(GA() == x)
      return true;
    if(GB() == x)
      return false;
    if(GC() == x)
      return false;
  }
}
```

Exercitiu 3

Friday, 15 October 2021 09.37

$A \in R$, $B \in RE \setminus R$, $A \cup B$? $\in RE$?

$A \in R \Rightarrow \exists P_A = \begin{cases} 1, x \in A \\ 0, x \notin A \end{cases}$

$B \in RE \setminus R \Rightarrow \exists P_B = \begin{cases} 1, x \in B \\ \perp, x \notin B \end{cases}$

$P_{A \cup B}(x)$ {
if ($P_A(x)$)
return true;
if ($P_B(x)$)
return true;
}

$P_{A \cup B} = \begin{cases} 1, x \in A \\ 1, x \in B \\ \perp, x \notin A \cup B \end{cases} \Rightarrow 1 \in x \in A \cup B$

$\Rightarrow A \cup B \in RE$

$A \cup B$ poate să fie R și $RE \setminus R$?

$A = ?, B = ?$ a.î. $A \cup B \notin R$

$A = N \Rightarrow A \cup B = N \in R$

dar pt. $A \cup B \in RE \setminus R$?

$A = \emptyset \Rightarrow A \cup B = B \in RE \setminus R$

Exercitiu 4

Friday, 15 October 2021 09.46