

Kapitel PTS:VI

VI. Binomialverteilung

- ❑ Bernoulli-Experimente
- ❑ Bernoulli-Kette
- ❑ Bernoulli'sche Formel

Bernoulli-Experimente

Definition 1 (Bernoulli-Experiment)

Ein Zufallsexperiment mit dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega; P)$, bei dem $\Omega = \{0; 1\}$, $P(\{1\}) = p$ und $P(\{0\}) = 1 - p = q$ ist, heißt **Bernoulli-Experiment** mit der „Trefferwahrscheinlichkeit“ p .



Jakob Bernoulli

Bemerkungen:

- ❑ Jakob Bernoulli (1655–1705, Schweizer Mathematiker) betrachtete Zufallsexperimente, bei denen nur interessiert, ob ein gewisses Ergebnis vorliegt oder nicht; also etwa „Niete“ und „Treffer“ bei Glücksspielen.
- ❑ Zur zahlenmäßigen Charakterisierung solcher Experimente eignet sich der Ergebnisraum $\Omega = \{0; 1\}$, wobei 0 für Niete und 1 für Treffer stehen könnte.
- ❑ Alternative Begriffszuordnungen je nach Anwendungsfall: „Misserfolg“ und „Erfolg“, „Verlust“ und „Gewinn“, „negativ“ und „positiv“, „nein“ und „ja“, oder „falsch“ und „wahr“.
- ❑ Wenige Familien haben so viele Beiträge zur Entwicklung der Mathematik geleistet, wie die aus Basel stammenden Bernoullis. Acht von ihnen aus drei Generationen waren zwischen 1650 und 1800 ausgezeichnete Mathematiker (ein Beispiel für „familiäre“ Hochbegabung). Fünf Bernoullis waren wesentlich an der Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung beteiligt – insbesondere Jakob Bernoulli (1655–1705). Er studierte gegen den Willen seines Vaters Mathematik und entwickelte mit seinen Beiträgen die Wahrscheinlichkeitsrechnung zu einer respektablen Wissenschaft mit reichen Anwendungsfeldern.

Bernoulli-Experimente

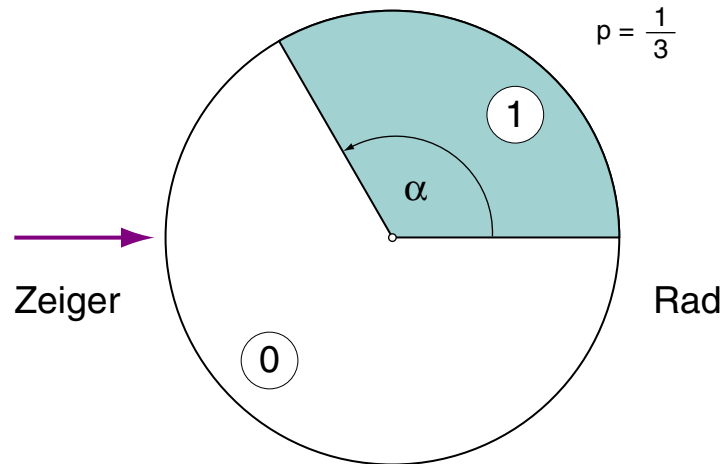
Beispiele

Experiment	Ergebnis	
	0	1
Werfen einer Münze	Kopf	Zahl
Werfen eines Würfels	Nicht-Sechs	Sechs
Ziehen einer Kugel aus einer Urne mit Zurücklegen	schwarze Kugel	nicht-schwarze Kugel
Zufällige Links-Rechts-Entscheidung	links	rechts
Qualitätsprüfung eines Objektes	schlecht	gut
Rhesusfaktorbestimmung eines Patienten	negativ	positiv
HIV-Test	negativ	positiv

Bernoulli-Experimente

Beispiele

- Ein einfaches Modell für Bernoulli-Experimente ist ein Glücksrad, das in zwei Sektoren unterteilt ist.
- Jedem Sektor ist entweder die Ziffer 0 oder 1 zugeordnet.
- Die Trefferwahrscheinlichkeit p entspricht dem 1-Anteil am Kreisumfang.
- Der Zentriwinkel ist $\alpha = p \cdot 360^\circ$.



[Feuerpfeil/Heigel 1999]