

## Wissenschaftliche Simulation

### Projekt 2: Nichtlineare Gleichungen

#### Aufgabe 1

Lesen Sie Bärwolff: Numerik f. Ingenieure, Physiker und Informatiker, Kapitel 7.2-7.4 und schreiben Sie eine kurze Zusammenfassung.

#### Aufgabe 2

Schreiben Sie ein Programm, welches ein lineares Gleichungssystem  $Ax = b$ ,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^n$  mittels LR Zerlegung löst.

#### Aufgabe 3

Wir beschäftigen uns zunächst mit skalaren Nullstellenaufgaben,  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 0$ .

- i) Implementieren Sie ein Bisektionsverfahren zur Bestimmung einer Nullstelle im Intervall  $[a, b]$  mit  $f(a)f(b) < 0$ .
- ii) Implementieren Sie das skalare Newtonverfahren zur Bestimmung einer Nullstelle.
- iii) Schreiben Sie ein Skript, welches beide Methoden anhand mehrerer Beispiele testet. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse. Lassen Sie sich dazu die Anzahl an Iterationen ausgeben, die benötigt wird, um eine vorgegebene Genauigkeit  $\varepsilon$  zu erreichen. Lassen Sie sich für das Newtonverfahren nach jeder Iteration den Fehler  $\|x_k - x^*\|$  ausgeben, wobei  $x^*$  die exakte Lösung ist. Bestimmen Sie außerdem ab der zweiten Iteration die experimentelle Konvergenzordnung über

$$EOC_k = \frac{\log(\|x_{k+1} - x^*\|)}{\log(\|x_k - x^*\|)}.$$

Stellen Sie den Iterationsverlauf, d.h. die berechneten Näherungen sowie die Fehler, graphisch dar.

#### Aufgabe 4

Schreiben Sie nun ein Programm, welches mit dem Newton-Verfahren eine Nullstelle für mehrdimensionale Probleme  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $F(x) = 0$  berechnet. Nutzen Sie zum Lösen der linearen Gleichungssysteme Ihr Programm aus Aufgabe 2. Schreiben Sie ein Skript, welches Ihr Verfahren anhand mehrerer Beispiele testet. Lassen Sie sich erneut die Anzahl an benötigten Iterationen sowie ab der zweiten Iteration die experimentelle Konvergenzordnung ausgeben und stellen Sie den Verlauf graphisch dar.