Adams Fourth Order Predictor-Corrector method

Bu ksıımda Adams Fourth Order Predictor-Corrector metodunu kodları açıklanacaktır.

Aşağıdaki satırlarda temiz bir başlangıç yapabilmek için matlab variablelar ve consol ekranı temizlenmektedir.

```
% Adams Dördüncü Derece Predictor-Corrector Yöntemi
clc;
clear;
```

Bu kısımda ödevde verilen $f(t, y) = y - t^2 + 1$ diferansiyel denklem tanımlanmaktaır.

```
% Diferansiyel denklem: y' = y - t^2 + 1
f = @(t, y) y - t^2 + 1;
```

Başlangıç zamanı ve ilk t_0 anındaki değeri tanımlanmıştır.

```
% Başlangıç koşulları
t0 = 0;
y0 = 0.5;
```

Burada adım aralıkları ve iterasyon yapılacak maksimum nokta tanımlanır.

```
% Zaman aralığı ve adım boyutu
h = 0.2;  % Adım boyutu
t_end = 2;  % Aralığın sonu
```

Toplam adım sayısı hesaplanır tam sayı sonuç eldeetmek için ceil komutu kullanılır. Bu komutla eğer sonuç virgüllü sayı ise yukarı yuvarlama işlemi yapılır.

```
n = ceil((t_end - t0) / h);  % Adım sayısı
```

Bu kısımda for döngüsünde kullanılacak zaman ve sonuç vektörleri oluşturulur. sonuç dizisinin ilk elemanı y_0 değerini alır.

```
% Verimlilik için dizi önceden ayrılıyor
t = t0:h:t_end;
y = zeros(size(t));

% Başlangıç değeri
y(1) = y0;
```

İlk üç adım için runge kutta 4th order metodu uygulanır.

Runge kutta 4th order metodunun formulü aşağıdaki gibidir.

$$k_1 = f(t_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h\,.\,k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h\,.\,k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = f(t_i + h, y_i + h.\,k_3)$$

Yeni y değerinin hesaplanması

$$y_{i+1} = y_i + h_6.\,(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

bu formuller ile üç y değeri aşağıda hesaplanmıştır.

```
% İlk üç noktayı Runge-Kutta 4. derece ile hesapla
for i = 1:3
    k1 = f(t(i), y(i));
    k2 = f(t(i) + h/2, y(i) + h*k1/2);
    k3 = f(t(i) + h/2, y(i) + h*k2/2);
    k4 = f(t(i) + h, y(i) + h*k3);
    y(i+1) = y(i) + h*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/6;
end
```

Predictor adımı, y'yi tahmin etmek için geçmişteki f(t,y) türev değerlerini kullanır

$$y_{\text{pred}} = y_i + \frac{h}{24}\left[55f(t_i, y_i) - 59f(t_{i-1}, y_{i-1}) + 37f(t_{i-2}, y_{i-2}) - 9f(t_{i-3}, y_{i-3})\right]$$

Corrector adımı, tahmin edilen y_{pred}'i kullanarak y'yi düzeltir:

$$y_{\text{corr}} = y_i + \frac{h}{24}\left[9f(t_{i+1}, y_{\text{pred}}) + 19f(t_i, y_i) - 5f(t_{i-1}, y_{i-1}) + f(t_{i-2}, y_{i-2})\right]$$

$$y_{i+1} = y_{\text{corr}}$$

```
% Adams Dördüncü Derece Predictor-Corrector uygulaması
for i = 4:n
    % Predictor adımı (Adams-Bashforth 4. derece)
    y_pred = y(i) + h/24 * (55*f(t(i), y(i)) - 59*f(t(i-1), y(i-1)) + ...
                            37*f(t(i-2), y(i-2)) - 9*f(t(i-3), y(i-3)));

    % Corrector adımı (Adams-Moulton 4. derece)
    y_corr = y(i) + h/24 * (9*f(t(i+1), y_pred) + 19*f(t(i), y(i)) - ...
                            5*f(t(i-1), y(i-1)) + f(t(i-2), y(i-2)));

    % Düzeltilmiş değeri güncelle
    y(i+1) = y_corr;
end
```

Sonuçları ekrana bastır.

```
% Sonuçları göster
results = table(t', y', 'VariableNames', {'Zaman', 'Çözüm'})
```

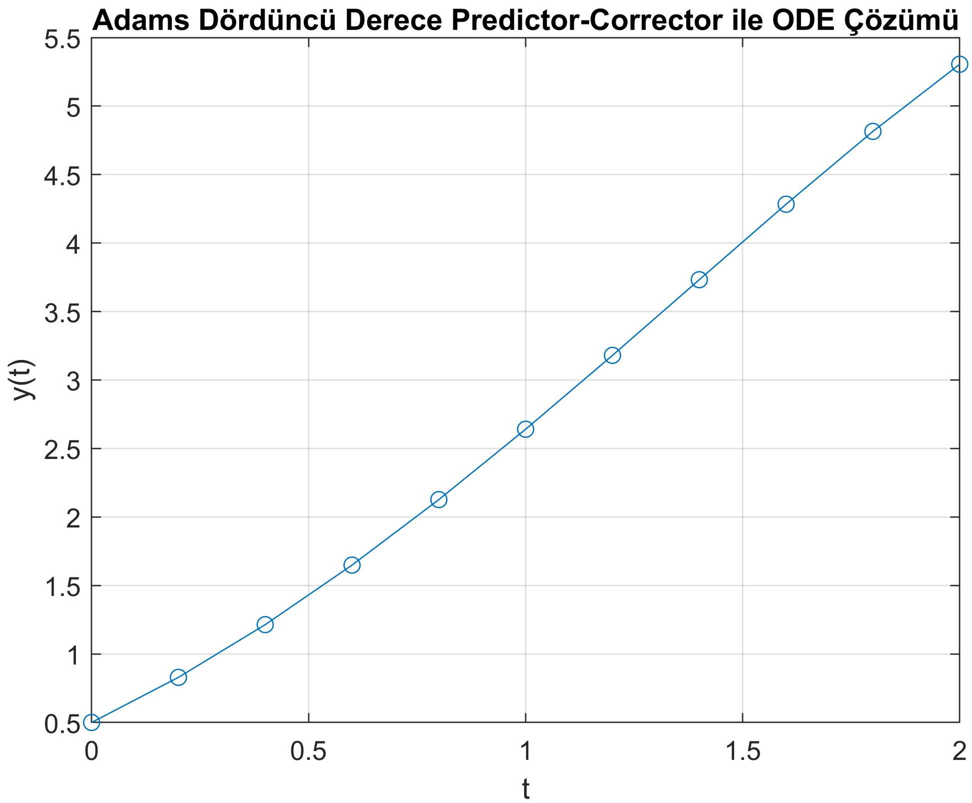
results = 11×2 table

	Zaman	Çözüm
1	0	0.5000
2	0.2000	0.8293
3	0.4000	1.2141
4	0.6000	1.6489
5	0.8000	2.1272
6	1	2.6408
7	1.2000	3.1799
8	1.4000	3.7324
9	1.6000	4.2834
10	1.8000	4.8151
11	2	5.3054

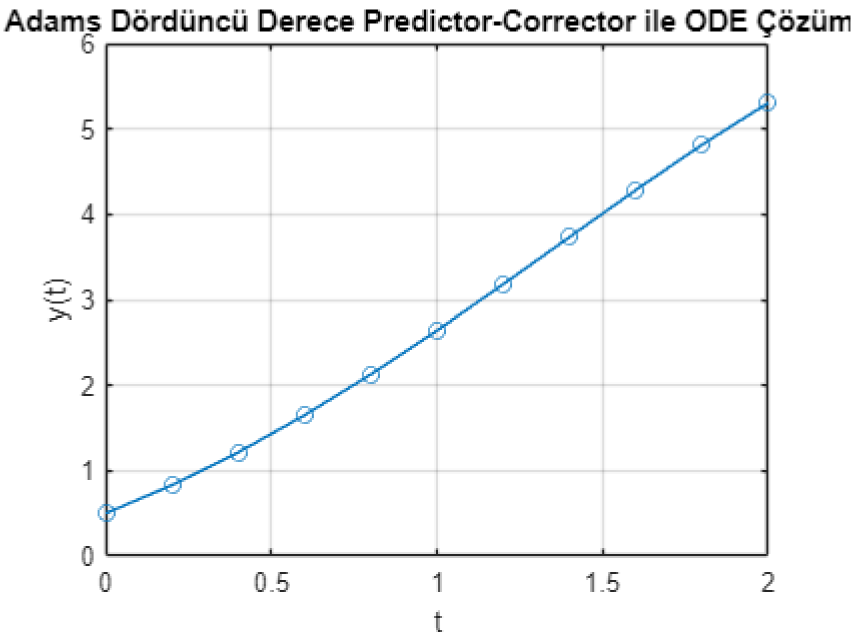
```
disp(results)
```

```
    Zaman     Çözüm
    _____    _______

      0          0.5
    0.2      0.82929
    0.4       1.2141
    0.6       1.6489
    0.8       2.1272
      1       2.6408
    1.2       3.1799
    1.4       3.7324
    1.6       4.2834
    1.8       4.8151
      2       5.3054
```

```
% Çözümün grafiği
plot(t, y, '-o');
title('Adams Dördüncü Derece Predictor-Corrector ile ODE Çözümü');
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
grid on;
```



Zaman	Çözüm
0	0.5
0.2	0.82929
0.4	1.2141
0.6	1.6489
0.8	2.1272
1	2.6408
1.2	3.1799
1.4	3.7324
1.6	4.2834
1.8	4.8151
2	5.3054



Adams Variable Step Size Predictor Corrector

Kodun Amacı: Bu kod, $y' = y + t^2 + 1$ diferansiyel denklemini çözmek için Adams Variable Step Size Predictor Correcto metodunu kullanır.

Aşağıdaki satırlarda temiz bir başlangıç yapabilmek için matlab variablelar ve consol ekranı temizlenmektedir.

```
%
clc;
clear;
```

Bu kısımda ödevde verilen $f(t, y) = y - t^2 + 1$ diferansiyel denklem tanımlanmaktaır.

```
% Diferansiyel denklem: y' = y - t^2 + 1
f = @(t, y) y - t^2 + 1;

y_exact = @(t) (t + 1).^2 - 0.5 * exp(t); % Analitik çözüm
```

Başlangıç noktası bitiş noktası ve a,b,α , TOL ve minimum maksimum adım aralıkları belirlenir.

```

% Giriş değerleri
a = 0;              % Başlangıç noktası
b = 2;              % Bitiş noktası
alpha = 0.5;        % Başlangıç koşulu y(a) = alpha
TOL = 10e-5;         % Tolerans
```

```
hmax = 0.2   ;        % Maksimum adım boyutu
hmin = 0.001;       % Minimum adım boyutu
```

Dongüde kullanılacak değişken atamaları yapılır.

```
% Değişkenleri başlat
t0 = a;            % Başlangıç zamanı
w0 = alpha;        % Başlangıç çözümü
h = hmax;          % Başlangıçta maksimum adım boyutu
FLAG = 1;          % Döngüyü kontrol etmek için
LAST = 0;          % Son adımı belirlemek için
i = 1;             % Adım sayacı
sigma =0.0;          % Sigma
```

Grafik çıktısı için verilerin tutulacağı arrayler oluşturuldu.

```
% Çözüm değerlerini saklamak için diziler
T_all = [];        % Tüm zaman değerleri
W_all = [];        % Tüm çözüm değerleri
errors = []; % Gerçek hata |y_exact - w|
```

Konsol çıktısının başlık yazılılarıyazdırılır.

```
% Başlangıç değerlerini çıktı olarak yazdır
fprintf('Adım\t   t\t       w\t       h          sigma\n');
```

```
Adım       t           w           h          sigma
```

```
fprintf('%4d\t%8.4f\t%8.6f\t%8.4f\t%8.4f\n', i, t0, w0, h,sigma);
```

```
   1      0.0000    0.500000      0.2000      0.0000
```

Vektörler oluşturulur.

```
% İlk üç adım için Runge-Kutta 4. derece ile hesapla
T = zeros(1, 4); % Zaman değerlerini sakla
W = zeros(1, 4); % Çözüm değerlerini sakla
T(1) = t0;
W(1) = w0;
```

for $j = 1, 2, 3$

set $K_1 = hf(x_{j-1}, v_{j-1})$;

$K_2 = hf(x_{j-1} + h/2, v_{j-1} + K_1/2)$

$K_3 = hf(x_{j-1} + h/2, v_{j-1} + K_2/2)$

$K_4 = hf(x_{j-1} + h, v_{j-1} + K_3)$

$v_j = v_{j-1} + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)/6$;

$x_j = x_0 + jh$.

Bu adımlarda runge kutta 4. derece çözümü yapılır.

$$k_1 = \mathrm{hf}(T(j), W(j))$$

$$k_2 = h.\, f\left(T(j) + \frac{h}{2}, W(j) + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = h.\, f\left(T(j) + \frac{h}{2}, W(j) + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = h.\, f(T(j) + h, W(j) + k_3)$$

Yeni değer çözümü için aşağıdak formulü kullanır.

$$T(j+1) = T(j) + h$$

```
for j = 1:3
    % Runge-Kutta katsayılarını hesapla
    k1 = h * f(T(j), W(j));
    k2 = h * f(T(j) + h / 2, W(j) + k1 / 2);
    k3 = h * f(T(j) + h / 2, W(j) + k2 / 2);
    k4 = h * f(T(j) + h, W(j) + k3);

    % Bir sonraki çözüm değerini bul
    W(j + 1) = W(j) + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6;
    T(j + 1) = T(j) + h;

    % Adım sayacını artır ve sonucu yazdır
    i = i + 1;
    fprintf('%4d\t%8.4f\t%8.6f\t%8.4f\t%8.4f\n', i, T(j + 1), W(j + 1), h, sigma);
end
```

```
   2      0.2000    0.829293      0.2000      0.0000
   3      0.4000    1.214076      0.2000      0.0000
   4      0.6000    1.648922      0.2000      0.0000
```

Sonuçların grafik çıktısı için sonuçları bir vektörde toplandı.

```
% Tüm sonuçları kaydet
T_all = [T_all, T];
W_all = [W_all, W];
```

Predictor Adımı

$$\mathrm{WP} = W_4 + \frac{h}{24}[55f(T_4, W_4) - 59f(T_3, W_3) + 37f(T_2, W_2) - 9f(T_1, W_1)]$$

$W_4 =$ şuan ki çözüm değeri

$f(T_4, W_4)$: t_4'te türev fonksiyonu

Bu adım bir tahminde bulunur.

Corrector adımı

$$W\,C = W_4 + \frac{h}{24}[9f(T_5, \mathrm{WP}) + 19f(T_4, W_4) - 5f(T_3, W_3) + f(T_2, W_2)]$$

WP Predictor adımında hesaplanan tahmin.

WC Corrector adımında doğrulanmış değer

Hata Tahmini (σ)

$$\sigma = \frac{19.\,|\mathrm{WC} - \mathrm{WP}|}{270.\,h}$$

Faktör Hesabı

$$q = \left(\frac{\mathrm{TOL}}{2\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Yeni Adım Boyutu

Eğer $q > 4$

$h = 4h$

değilse

$h = q.\,h$

Adım Boyutunun Sınırlandırılması

Maksimum Sınır

$h = \min(h, h_{\max})$

eğer $t_4 + 4h > b$

$h = \dfrac{b - T_4}{4}$

Minimum Sınır

Eğer h<hmin

işlemi durdur hata mesajı yazdır.

```
% Predictor-Corrector döngüsünü başlat
while FLAG
    % Predictor adımı (Adams-Bashforth 4. derece)
    WP = W(4) + h / 24 * (55 * f(T(4), W(4)) - 59 * f(T(3), W(3)) + ...
                          37 * f(T(2), W(2)) - 9 * f(T(1), W(1)));

    % Corrector adımı (Adams-Moulton 4. derece)
    WC = W(4) + h / 24 * (9 * f(T(4) + h, WP) + 19 * f(T(4), W(4)) - ...
                          5 * f(T(3), W(3)) + f(T(2), W(2)));

    % Hata tahminini hesapla
%     sigma = 19 * abs(WC - WP) / (270 * h);

    errors = [errors, abs(y_exact(t_next) - WC)];
    if sigma <= TOL
        % Sonucu kabul et
        t_next = T(4) + h;
        w_next = WC;

        % Sonucu yazdır
        fprintf('%4d\t%8.4f\t%8.6f\t%8.4f\t%8.4f\n', i + 1, t_next, w_next, h, sigma);

        % Değerleri güncelle
        T = [T(2:4), t_next];
        W = [W(2:4), w_next];
        i = i + 1;

        % Sonuçları sakla
        T_all = [T_all, t_next];
        W_all = [W_all, w_next];

        % Son adım kontrolü
        if LAST
            FLAG = 0;
        else
            % Adım boyutunu gerekirse ayarla
            if sigma <= 0.1 * TOL || T(4) + h > b
```

```
                q = (TOL / (2 * sigma))^(1 / 4);
                h = min(4 * h, min(q * h, hmax))

                if T(4) + 4 * h > b
                    h = (b - T(4)) / 4
                    LAST = 1;
                end
            end
        end
    else
        % Sonucu reddet ve adım boyutunu küçült
        q = (TOL / (2 * sigma))^(1 / 4);
        h = max(0.1 * h, q * h)

        if h < hmin
            % Minimum adım boyutu aşıldı, hesaplama başarısız
            FLAG = 0;
            fprintf('hmin sınırı aşıldı. Çözüm başarısız.\n');
            break;
        else
            % Daha küçük adım boyutuyla tekrar hesapla
            T = T(1:3);
            W = W(1:3);
            i = i - 3;
        end
    end
end
```

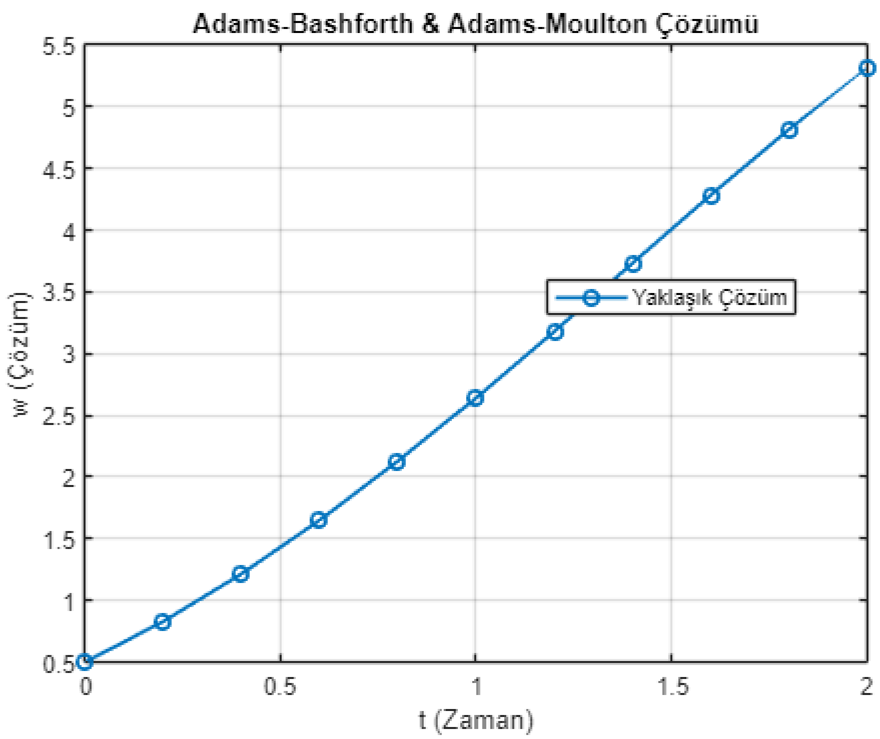
```
Unrecognized function or variable 't_next'.
```

İşlem başarılı tamamlanma mesajını yazdır. Grafik çıktısı al

```
% Hesaplama tamamlandı
disp('Hesaplama tamamlandı.');

% Sonuçların Grafiği
figure;
plot(T_all, W_all, '-o', 'LineWidth', 1.5);
title('Adams-Bashforth & Adams-Moulton Çözümü');
xlabel('t (Zaman)');
ylabel('w (Çözüm)');
grid on;
legend('Yaklaşık Çözüm', 'Location', 'Best');
```

```
Adım        t                 w                  h             sigma

1       0.0000    0.500000      0.2000      0.0000

2       0.2000    0.829293      0.2000      0.0000

3       0.4000    1.214076      0.2000      0.0000

4       0.6000    1.648922      0.2000      0.0000

5       0.8000    2.127206      0.2000      0.0000
```

```
6       1.0000    2.640829      0.2000      0.0000
7       1.2000    3.179903      0.2000      0.0000
8       1.4000    3.732350      0.2000      0.0001
9       1.6000    4.283421      0.2000      0.0001
10       1.8000    4.815096      0.2000      0.0001
11       2.0000    5.305371      0.2000      0.0001
```



Raleigh Ritz Metodu

Bu kod, bir radyal simetrik malzemede elastik deformasyonu ve gerilmeleri modellemek için enerji yöntemini kullanır. Kodun her bir adımı, sistemdeki yer değiştirme ve gerilme fonksiyonlarının optimize edilmesini ve sonuçların hesaplanmasını içerir.

Matlab değişkenlerini ve konsol temizleme işlemi

```
clc;
clear;
```

```
% Malzeme özellikleri
ElasticModulus = 207e9; % Elastisite modülü (Pa)
PoissonRatio = 0.3;     % Poisson oranı
```

Parçalı fonksiyonlar için sembolik değişkenlerin oluşturulması.

```
% Parçalı fonksiyonun tanımı için sembolik değişkenler
syms Radius Coef0 Coef1 Coef2 Coef3 Coef4
```

Parçalı bir yer değiştirme fonksiyonu u(r)u(r)u(r), radyal bölgeler için şu şekilde tanımlanmıştır:

$$u(r) \quad \begin{array}{ll} C_0 + C_1 r & 0.25 \leq r \ \leq 0.333 \\ C_0 + 0.333C_1 - 0.333C_2 + C_2 r & 0.333 \leq r \leq 0.4167 \\ C_0 + 0.333C_1 - 0.333C_2 + 0.4167C_2 - 0.4167C_4 + C_4 r & 0.4167 \leq r \leq 0.5 \end{array}$$

```
DisplacementFunction = piecewise(...
    0.25 <= Radius & Radius <= 0.33, Coef0 + Coef1*Radius, ...
    0.33 < Radius & Radius <= 0.4167, Coef0 + 0.33*Coef1 - 0.33*Coef2 + Coef2*Radius, ...
    0.4167 < Radius & Radius <= 0.5, Coef0 + 0.33*Coef1 - 0.33*Coef2 + 0.4167*Coef2 - 0.4167*Co
```

Malzemenin elastik enerjisi üç ana bileşene ayrılmıştır:

Elastik deformasyon enerjisi:

$$I_1 = \int_{0.25}^{0.5} \left(\frac{\mathrm{du}}{\mathrm{dr}}\right)^2 r \,\mathrm{dr}$$

```
Integral1 = int((DisplacementDerivative)^2 * Radius, Radius, 0.25, 0.5);
```

Poisson etkisi enerjisi:

$$I_1 = \int_{0.25}^{0.5} \left(\frac{\mathrm{du}}{\mathrm{dr}}\right) \ u \,\mathrm{dr}$$

```
Integral2 = int(DisplacementDerivative * DisplacementFunction, Radius, 0.25, 0.5);
Integral2 = 2 * PoissonRatio * Integral2; % Poisson oranı ile çarpılır.
```

Radyal gerilme enerjisi:

$$I_1 = \int_{0.25}^{0.5} \frac{u^2}{r} \, \mathrm{dr}$$

```
Integral3 = int(DisplacementFunction^2 / Radius, Radius, 0.25, 0.5);
```

Bu enerji bileşenleri, elastisite modülü E ve Poisson oranı v ile ağırlıklandırılarak toplam enerji fonksiyonunu oluşturur:

$$1 = \frac{E}{2(1 - v^2)} (I_1 + I_2 + I_3)$$

```
% Elastisite modülü ve Poisson oranı kullanılarak enerji bileşenleri hesaplanır.
Integral1 = ElasticModulus / (2 * (1 - PoissonRatio^2)) * Integral1;
Integral2 = ElasticModulus / (2 * (1 - PoissonRatio^2)) * Integral2;
Integral3 = ElasticModulus / (2 * (1 - PoissonRatio^2)) * Integral3;

TotalEnergy = Integral1 + Integral2 + Integral3;
```

Kenar Koşulları ve Toplam Enerji

Kenar koşulları enerjiyi etkiler:

$$\mathrm{BC} = 0.25 \cdot \left(200 \times 10^6\right) \cdot \left(C_0 + 0.25 C_1\right)$$

```
BoundaryCondition = 0.25 * (200e6) * (Coef0 + Coef1 * 0.25);
TotalEnergy = TotalEnergy - BoundaryCondition;
```

Toplam enerji fonksiyonu şu şekilde güncellenir:

$$I_{\mathrm{total}} = 2\pi \cdot 0.25 \cdot (I - \mathrm{BC})$$

```
TotalEnergy = 2 * pi * 0.25 * TotalEnergy;
```

Enerji Minimizasyonu

Enerji fonksiyonu sabitler açısından minimize edilir:

$$\frac{\partial I_{\mathrm{total}}}{\partial C_i} = 0 \left(i = 0, 1, 2, 4 \right)$$

```
PartialDerivatives = [diff(TotalEnergy, Coef0); diff(TotalEnergy, Coef1); ...
                      diff(TotalEnergy, Coef2); diff(TotalEnergy, Coef4)];

% (6) Denklem sistemi oluşturuluyor
% Enerji minimizasyonundan elde edilen denklemler çözülür.
Equations = PartialDerivatives == 0;

% (7) Sabitlerin çözümü
% Sabitlerin analitik çözümü bulunur.
```

```
Solutions = solve(Equations, [Coef0, Coef1, Coef2, Coef4]);

% Çözümleri sayısal değerlere dönüştürme
Constants = structfun(@vpa, Solutions, 'UniformOutput', false);
```

Optimize Edilmiş Fonksiyonlar

Yer değiştirme fonksiyonu ve türevleri sabitler ile güncellenir:

Yer değiştirme fonksiyonu:

$u_{\text{opt}}(r)$

```
OptimizedDisplacement = piecewise(...
    0.25 <= Radius & Radius <= 0.33, Constants.Coef0 + Constants.Coef1*Radius, ...
    0.33 < Radius & Radius <= 0.4167, Constants.Coef0 + 0.33*Constants.Coef1 - 0.33*Constants.C
    0.4167 < Radius & Radius <= 0.5, Constants.Coef0 + 0.33*Constants.Coef1 - 0.33*Constants.Co
```

Türev:

$$\frac{\mathrm{du}_{\text{opt}}}{\mathrm{dr}}$$

```
OptimizedDisplacementDerivative = diff(OptimizedDisplacement, Radius);
```

Gerilme Hesaplamaları

Optimize edilmiş türevler kullanılarak radyal ve çevresel gerilmeler hesaplanır:

Radyal gerilme

$$\sigma_r = \frac{E}{1-v^2}\left(\frac{\mathrm{du}_{\text{opt}}}{\mathrm{dr}} + v\frac{u_{\text{opt}}}{r}\right)$$

```
RadiusValues = [0.250001, 0.375, 0.4999999];
RadialStressValues = double(subs(RadialStress, Radius, RadiusValues));
```

Çevresel gerilme

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-v^2}\left(v\frac{\mathrm{du}_{\text{opt}}}{\mathrm{dr}} + \frac{u_{\text{opt}}}{r}\right)$$

```
CircumferentialStress = (ElasticModulus / (1 - PoissonRatio^2)) * (OptimizedDisplacementDerivat
```

Displacement Hesaplaması

```
DisplacementValues = double(subs(OptimizedDisplacement, Radius, RadiusValues));
```

Dataların Çıktı Alınması

```
disp('Constants :');
disp(Constants);
```

```
disp('Radial Stress (Pa):');
disp(RadialStressValues);
disp('Circumferential Stress (Pa):');
disp(CircumferentialStressValues);
disp('Displacement Values (m):');
disp(DisplacementValues);
```

```
Constants :
    Coef0: 0.00072402744621807026084651982857816
    Coef1: -0.0010211194761857291396200278132562
    Coef2: -0.00052490929852967469147728239966782
    Coef4: -0.00027171106250306712374037062581637

Radial Stress (Pa):
   1.0e+08 *

   -1.0432   -0.5326   -0.1828

Circumferential Stress (Pa):
   1.0e+08 *

    3.5682    1.8464    1.2655

Displacement Values (m):
   1.0e-03 *

    0.4687    0.3634    0.3189
```