

$$u = \begin{cases} C_0 + C_1 \cdot r & , 0.25 \leq r \leq 0.333 \\ C_3 + C_2 \cdot r & , 0.333 \leq r \leq 0.4167 \\ C_5 + C_4 \cdot r & , 0.4167 \leq r \leq 0.5 \end{cases}$$

Şekilde ayık fonksiyon yazabiliriz. Bu parçalı fonksiyonda 6 adet bilinmeyen var. Bilinmeyen sayısını düşürmek için süreklilik koşulunu kullanalım.

1. Adım

$$C_0 + C_1 \cdot r = C_3 + C_2 \cdot r \quad (r = 0.333 \text{ için})$$

$$C_3 = C_0 + C_1 \cdot r - C_2 \cdot r$$

$$C_3 = C_0 + 0.333 \cdot C_1 - 0.333 \cdot C_2$$

2. Adım

$$C_3 + C_2 \cdot r = C_5 + C_4 \cdot r \quad (r = 0.4167 \text{ için})$$

$$C_0 + 0.333 \cdot C_1 - 0.333 \cdot C_2 + C_2 \cdot r = C_5 + C_4 \cdot r$$

$$C_5 = C_0 + 0.333 \cdot C_1 - 0.333 \cdot C_2 + 0.4167 \cdot C_2 - 0.4167 \cdot C_4$$

\Rightarrow Bu sayede bilinmeyen sayısı 6'dan 2'ye düşürülmüş oldu.

$$u = \begin{cases} C_0 + C_1 \cdot r & , 0.25 \leq r \leq 0.333 \\ C_0 + 0.333 \cdot C_1 - 0.333 \cdot C_2 + C_2 \cdot r & , 0.333 \leq r \leq 0.4167 \\ C_0 + 0.333 \cdot C_1 - 0.333 \cdot C_2 + 0.4167 \cdot C_2 - 0.4167 \cdot C_4 + C_4 \cdot r & , 0.4167 \leq r \leq 0.5 \end{cases}$$

Şekilde u parçalı fonksiyon yazılabilir.

$$\Rightarrow \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[\underbrace{\int_{0.25}^{0.5} \left(\frac{du}{dr}\right)^2 \cdot r \cdot dr}_{I_1} + \underbrace{2 \cdot V \int_{0.25}^{0.5} \frac{du}{dr} \cdot V \cdot dr}_{I_2} + \underbrace{\int_{0.25}^{0.5} \frac{u^2}{r} \cdot dr}_{I_3} \right] \quad (2)$$

I₁ için

$$\Rightarrow \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[\int_{0.25}^{0.33} \left(\frac{du}{dr}\right)^2 \cdot r \cdot dr + \int_{0.33}^{0.4167} \left(\frac{du}{dr}\right)^2 \cdot r \cdot dr + \int_{0.4167}^{0.5} \left(\frac{du}{dr}\right)^2 \cdot r \cdot dr \right]$$

parçalı fonk. parçalı fonk. parçalı fonk.
ilk kısmı ikinci kısmı üçüncü kısmı

$$= \frac{E}{2(1-\nu^2)} \cdot \left[\int_{0.25}^{0.33} (C_1)^2 \cdot r \cdot dr + \int_{0.33}^{0.4167} (C_2)^2 \cdot r \cdot dr + \int_{0.4167}^{0.5} (C_4)^2 \cdot r \cdot dr \right] = \boxed{0.0232 \cdot C_1^2 + 0.0323 \cdot C_2^2 + 0.0381 \cdot C_4^2}$$

İntegrallerin toplamı $\frac{E}{2(1-\nu^2)}$ ile çarpıldı
henüz

I₂ için

$$\Rightarrow \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[2 \cdot V \int_{0.25}^{0.33} \frac{du}{dr} \cdot V \cdot dr + 2 \cdot V \int_{0.33}^{0.4167} \frac{du}{dr} \cdot V \cdot dr + 2 \cdot V \int_{0.4167}^{0.5} \frac{du}{dr} \cdot V \cdot dr \right]$$

parçalı fonk. parçalı fonk. parçalı fonk.
ilk kısmı ikinci kısmı üçüncü kısmı

$$\frac{E}{2(1-\nu^2)} \cdot \left[2 \cdot V \int_{0.25}^{0.33} C_1 \cdot V \cdot dr + 2 \cdot V \int_{0.33}^{0.4167} C_2 \cdot V \cdot dr + 2 \cdot V \int_{0.4167}^{0.5} C_4 \cdot V \cdot dr \right]$$

$$= \boxed{0.000002601 \cdot C_2 \cdot (20000 \cdot C_2 + 6600 \cdot C_1 + 867 \cdot C_2) + 0.000002499 \cdot C_4 \cdot (20000 \cdot C_0 + 6600 \cdot C_1 + 1734 \cdot C_2 + 833 \cdot C_4) + 0.00048 \cdot C_1 \cdot (100 \cdot C_0 + 29 \cdot C_1)}$$

İntegrallerin toplamı $\frac{E}{2(1-\nu^2)}$ ile çarpıldı
henüz

I₃ için

$$\Rightarrow \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[\int_{0.25}^{0.33} \frac{u^2}{r} \cdot dr + \int_{0.33}^{0.4167} \frac{u^2}{r} \cdot dr + \int_{0.4167}^{0.5} \frac{u^2}{r} \cdot dr \right]$$

parçalı fonk. parçalı fonk. parçalı fonk.
ilk kısm ikinci kısm üçüncü kısım

İntegrallerin toplamı henüz $\frac{E}{2(1-\nu^2)}$ ile çarpılmadı

$$= \boxed{0.693 \cdot C_0^2 + 0.0684 \cdot C_1^2 + 0.0591 \cdot C_2^2 + 0.0698 \cdot C_4^2 + 0.0017 \cdot C_2 \cdot (100 \cdot C_0 + 33 \cdot C_1 - 33 \cdot C_2) + 0.4324 \cdot C_0 \cdot C_1 - 0.1223 \cdot C_0 \cdot C_2 - 0.0403 \cdot C_1 \cdot C_2 - 0.1518 \cdot C_0 \cdot C_4 - 0.0501 \cdot C_1 \cdot C_4 - 0.0131 \cdot C_2 \cdot C_4 + 0.00016 \cdot C_4 \cdot (10000 \cdot C_0 + 3300 \cdot C_1 + 867 \cdot C_2 - 4167 \cdot C_4)}$$

$p_0=0$ olduğu için

$$\Pi = U - W = 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \left(\frac{E}{2(1-\nu^2)} (I_1 + I_2 + I_3) - a \cdot p_i \cdot u(a) + b \cdot p_0 \cdot u(b) \right)$$

Elde edilen integraldeki değerler yazılıp, formüldeki elde edilen katsayılar yerine koyulduğunda elde edilen denklem şu şekilde olur.

$$\begin{aligned} \Pi = & 464685,57 \cdot C_2 \cdot (20000 \cdot C_0 + 6600 \cdot C_1 + 867 \cdot C_2 - 19634954,08 \cdot C_1 - 78539816,3 \cdot C_0 \\ & + 446462,60 \cdot C_4 (20000 \cdot C_0 + 6600 \cdot C_1 + 1734 \cdot C_2 + 833 \cdot C_4) + 85755122,54 \cdot C_1 \cdot (\\ & 100 \cdot C_0 + 29,0 \cdot C_1) + 123835252937,59 \cdot C_0^2 + 16373802937,81 \cdot C_1^2 \\ & + 16349268732,62 \cdot C_2^2 + 1929585520271 \cdot C_4^2 + 30970380,1 \cdot C_2 (100 \cdot C_0 + 33 \cdot C_1 \\ & - 33 \cdot C_2) + 77579335344,93 \cdot C_0 \cdot C_1 - 2186042370,06 \cdot C_0 \cdot C_2 - 7213939830,9 \cdot C_1 \cdot C_2 \\ & - 27134370766,8 \cdot C_0 \cdot C_4 - 8954342353,05 \cdot C_1 \cdot C_4 - 2352549945,48 \cdot C_2 \cdot C_4 \\ & + 2976417,37 \cdot C_4 (10000 \cdot C_0 + 3300 \cdot C_1 + 867 \cdot C_2 - 4167 \cdot C_4) \end{aligned}$$

Elde edilen bu denklemin bilinmeyen katsayılar olan C_0, C_1, C_2, C_4 'e göre kısmi türevini alalım

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_0} = 0$$

$$= 247670505875,13 \cdot C_0 + 86155347599 \cdot C_1 + 18412325694,72 \cdot C_2 + 1155955151,11 \cdot C_4 - 78539816,3$$

Equation-1

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_1} = 0$$

$$= 86155347599 \cdot 34 \cdot C_0 + 37721402933,40 \cdot C_1 + 6076067479,25 \cdot C_2 + 3814488139 \cdot 86 \cdot C_4 - 19634954,08$$

Equation-2

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_2} = 0$$

$$= 18412325694,72 \cdot C_0 + 6076067479,25 \cdot C_1 + 13057137151,53 \cdot C_2 + 1002170081,60 \cdot C_4$$

Equation-3

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_4} = 0$$

$$= 1155955151,11 \cdot C_0 + 3814488139 \cdot 86 \cdot C_1 + 1002170081,60 \cdot C_2 + 14530054677,49 \cdot C_4$$

Equation-4

(4)

Bulunan denklemler çözüldüğünde bulunan C_0, C_1, C_2 ve C_4 katsayıları şu şekilde olur.

$$C_0 = -0.00072402744$$

$$C_1 = -0.001021119476$$

$$C_2 = -0.000524909298$$

$$C_4 = -0.000271711062503$$

\Rightarrow Denklem sadeleştirme sırasında yaptığımız işlemlerde elde ettiğimiz eşlikten C_0, C_1, C_2 ve C_4 tekli değerleri yazarak C_3 ve C_5 değerlerini bulabiliriz.

HATIRLA $C_3 = C_0 + 0.333 C_1 - 0.333 C_2$

$$C_3 = 0.00056027808759$$

HATIRLA $C_5 = C_0 + 0.333 C_1 - 0.333 C_2 + 0.4167 C_3 - 0.4167 C_4$

$$C_5 = 0.0004547703826$$

$$u = \begin{cases} 0.00072402744 - 0.001021119476 & , 0.25 \leq r \leq 0.33 \\ 0.00056027808759 - 0.000524909298 & , 0.333 \leq r \leq 0.4167 \\ 0.0004547703826 - 0.000271711062503 & - / 0.4167 \leq r \leq 0.5 \end{cases}$$

Elde edilen bu denklem $\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right)$ ve $\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dr} \cdot \nu + \frac{u}{r} \right)$

$$\sigma_r = \begin{cases} -3.0196 \times 10^8 + \frac{4.9400 \times 10^7}{r} & , 0.25 \leq r \leq 0.33 \\ -1.5522 \times 10^8 + \frac{3.8234 \times 10^7}{r} & , 0.33 \leq r \leq 0.4167 \\ -8.0349 \times 10^7 + \frac{3.1034 \times 10^7}{r} & , 0.4167 \leq r \leq 0.5 \end{cases}$$

$$\sigma_\theta = \begin{cases} -1.6259 \times 10^8 + \frac{1.6470 \times 10^8}{r} & , 0.25 \leq r \leq 0.33 \\ -1.5522 \times 10^8 + \frac{1.2745 \times 10^8}{r} & , 0.33 \leq r \leq 0.4167 \\ -8.0349 \times 10^7 + \frac{1.0345 \times 10^8}{r} & , 0.4167 \leq r \leq 0.5 \end{cases}$$

$r(m)$	0.25	0.33	0.5
$u(m/s)$	4.6875×10^{-4}	3.6344×10^{-4}	3.1891×10^{-4}
∇_r	-1.0432×10^3	-5.3265×10^7	-1.8230×10^7
∇_θ	3.5682×10^8	1.8464×10^8	1.2655×10^8