実践離散数学と計算の理論 5/31課題

28G23027

川原尚己

問１：チューリングマシンについて自分なりにまとめて解説せよ．

チューリングマシンとはテープ・ヘッド・状態機械・状態遷移テーブルからなる仮想的な機械である．状態機械のヘッドは現在の状態及びヘッドが指している文字を入力として，状態遷移テーブルに従って次の状態，ヘッドが指す先に印字すべき文字，ヘッドの動かすべき方向を決定する．

チューリングマシンの実行結果の実行列の意味は，ステップの状態機械，ヘッド，テープの組をある値に符号化し，この符号化列を符号化することによって実行列全体の符号を取得することができる．

問２：ある高校生向けの科学雑誌に「停止問題について」と記事を書くことになったと仮定して、停止問題について解説せよ。

　プログラムの記述では， for文やwhile文の繰り返し処理などが存在する．この繰り返し文の処理内容によっては永遠に処理が終了しない（無限ループ）に陥ってしまう可能性がある．例えば，変数をとし，while文を繰り返すたびににを加算し，が未満になれば終了するというような処理を考えてみよう（図１）．

*モニター画面に映る文字

自動的に生成された説明*

図１　処理のpythonコード

この処理は当然のことながら終了することがない．の初期値が正であるにもかかわらず，は増加していく一方であるからである．今回は非常に簡単な例を挙げたが，実際の実行上ではもっと複雑な処理を実行することがある．実行するときまで無限ループがわからないのは非常に不便で危険性があるため，実行前に処理が本当に有限の時間で終了するのか確かめる方法があれば好ましい．このように，「処理が無限ループに陥るかどうか判断できる関数が必ず存在するか」という命題のことを「停止問題」という．さて，一見すると難解そうな問題であるが，実はすでに解決されている問題である．結論から言うと，停止問題の解は「存在しない」である．以下に証明を述べる．

テキスト, 手紙

自動的に生成された説明テキスト

自動的に生成された説明　まず，ある計算が停止するか判定することができるhaltという関数が定義可能であると仮定する．このとき，入力に対して，halt(m0, )=trueとなるときに，無限ループとなるような関数を考える．もし，halt(m0, x)=trueであると仮定すると，haltはm0が停止すると判定するが，m0は実際には無限ループに陥る（停止しない）ので矛盾が発生する．また，halt(m0, x)=falseであると仮定すると，haltはm0が停止しないと判定するが，m0は実際には終了するのでこちらも矛盾が発生する．どちらの場合でも矛盾が発生するため，haltが定義可能という仮定が誤っていたことになり，計算が停止するか判定可能な関数は存在しないという結論が導かれる．最後に，図２にhaltとm0の疑似コードを示す．

図２　関数halt及びm0の定義