Kinemaatika

Kaarel Kivisalu

3. oktoober 2018

nr 3 2 Kiirendused ja nihked

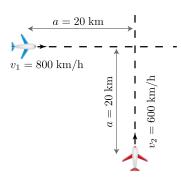
1 Kiirused

Tuleb valida sobiv taustsüsteem. Potentsiaalselt kasulikud taustsüsteemid on, kus

- mingid kehad on paigal;
- mõned kiiruste projektsioonid kaovad;
- liikumine on sümmeetriline.

Ülesanne 1. (Piirk 2015, P2) Just sel hetkel, kui jõesadamast triivib mööda parv, alustab sadamast pärivoolu liikumist mootorpaat, mis suundub mööda jõge s=21 km kaugusel olevasse külasse. Paat jõuab sinna t=45 minutiga, pöördub kohe tagasi ja kohtab parve l=15 km kaugusel külast. Kui suur on voolu kiirus v_v jões ja paadi kiirus v_p ?

Ülesanne 2. (Piirk 2014, P9) Kaks lennukit lendavad samal kõrgusel kiirustega $v_1 = 800 \text{ km/h}$ ja $v_2 = 600 \text{ km/h}$. Vaadeldaval hetkel on lennukite liikumise sihid omavahel risti ning kumbki lennuk paikeb sihtide ristumispunktist kaugusel a = 20 km. Leidke, milline on lennukite vähim vahekaugus järgneva liikumise jooksul, kui eeldada, et kumbki lennuk kurssi ei muuda.

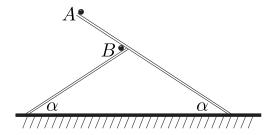


Ülesanne 3. (Kvant F833, NSVL ol. 1983, 8. kl) Transportööri lindi peale tõugatakse klots. Lint liigub kiirusega $v_0 = 1$ m/s; klotsi algkiirus $u_0 = 2$ m/s on risti lindi kiirusega. Milline on klotsi edaspidise liikumise käigus tema minimaalne kiirus maapinna suhtes? Hõõrdetegur on nii suur, et klots jääb kenasti lindi peale püsima. Vihje: lühim tee punktist tasandini on risti tasandiga. Kui on tegemist elastse põrkega, siis on harilikult kasulik vaadelda protsessi massikeskme süsteemis.

Kui elastne pall põrkub seinaga, mis liigub kiirusega \vec{u} pinnanormaali suunas, siis palli kiiruse \vec{v} normaalkomponent \vec{v}_n suureneb $2\vec{u}$ võrra, s.o $\vec{v}_n' = -\vec{v}_n + 2\vec{u}$.

Ülesanne 4. (NSVL ol. 1983, 9. kl) Tennise pall kukub kiirusega v raske reketi peale ja põrkub sealt elastselt tagasi. Millise kiirusega u peab liikuma reket selleks, et pall liiguks täisnurga all oma esialgse trajektoori suhtes ning ei hakkaks pöörlema, kui ta ei teinud seda enne põrget? Millise nurga β moodustab seejuures kiirus \vec{u} reketi tasandi normaalsihi suhtes, kui kiirusvektori \vec{v} jaoks on see nurk α ?

Ülesanne 5. Kaks siledat renni asuvad ühes ja samas vertikaaltasandis ning moodustavad horisondiga nurga α (vt. joon.). Punktidest A ja B lastakse ühel ja samal hetkel lahti kaks kuulikest, mis hakkavad renne mööda alla libisema. Esimesel kuulikesel, mis startis punktist A kulus maapinnale jõudmiseks aega t_1 -jagu; teisel kuulikesel oli laskumise aeg võrdne t_2 -ga. Millisel ajahetkel oli kuulikeste vaheline kaugus kõige väiksem? Vihje: võib olla kasulik minna mitteinertsiaalsesse taustsüsteemi.

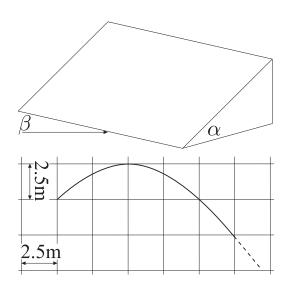


Kui on tegemist elastsete põrgetega (või põrgetega ilma hõõrdumiseta) tasapinnalt, siis harilikult osutub, et liikumine tasapinnas ja sellega ristuvas sihis on üksteisest sõltumatud. Sellisel juhul on tõhusaks meetodiks nende erisihiliste liikumiste eraldi vaatlemine.

Ülesanne 6. Elastne kuulike lastakse lahti kaldpinna (kaldenurk on α) kohal kaugusel d kaldpinnast. Milline on esimese ja teise põrkepunkti vaheline kaugus. Põrked on hõõrdevabad.

Kui jõud on risti liikumissuunaga (pinna rõhumisjõud libisemisel mööda kõverat pinda, nööri pinge keha liikumisel jäigalt kinnitaud venimatu nööri otsas, magnetväljas laengule mõjuv jõud), siis kiiruse vektor ainult pöördub, tema moodul ei muutu.

Ülesanne 7. (NSVL ol. 1981, 8. kl) Litter libiseb jäise kaldpinna peale, mille kaldenurk on α . Kaldpinna serva ja litri algkiiruse $v_0=10$ m/s vaheline nurk on $\beta=60^\circ$. Litter jättis kaldpinnale sellise jälje, nagu toodud joonisel (seal on kujutatud vaid osa trajektoorist). Leidke nurk α eeldusel, et hõõrdumisega võib mitte arvestada ja et kaldpinnale libisemine oli sujuv.

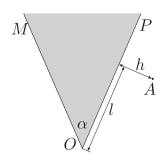


Ülesanne 8. Kolm kilpkonna asuvad alghetkel võrdkülgse kolmnurga tippudes 1 m kaugusel üksteisest. Nad liiguvad kontsantse kiirusega 10 cm/s sel moel, et esimene hoiab kogu aeg kurssi teise suunas, teine — kolmanda suunas ja kolmas — esimese suunas. Millise ajavahemiku pärast nad kohtuvad?

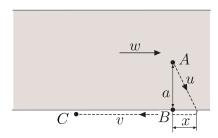
3 Optimaalsed trajektoorid

Kinemaatikaülesannetes, kus kiirused on antud erinevates keskkondades ja küsitakse kiireimat teed punktist A punkt B, võivad olla abiks *Fermat' printsiip* (formuleeritud geomeetrilise optika jaoks), *Huygensi printsiip* ja *Snelli seadus*.

Ülesanne 9. Poiss elab lahe MOP kaldalõigul OP (vt. joonis) Lahe kaks kallast moodustavad nurga α . Poisi maja asub punktis A, mille kaugus kaldast on h ja lahesopist O on $\sqrt{h^2 + l^2}$. Poiss püüab kala kaldal OM. Millisel kaugusel x punktist O peaks asuma kalapüügikoht, et kodust sinna jõudmiseks kuluks võimalikult vähe aega ja kui pikk on see aeg? Poiss liigub kuival maal kiirusega v ja paadis kiirusega u.



Ülesanne 10. Jões, mille voolukiirus on w asub punktis A (kaugus kaldast on a) poiss. Piki kallast jookseb ta kiirusega v ja ujub kiirusega u; vesi voolab jões kiirusega w>u. Poiss tahab jõuda jõe kaldal ülesvoolu asuvasse punkti C minimalse ajaga. Millisel kaugusel x punktiga A kohakuti asuvast punktist B peaks veest välja ronima?



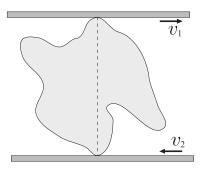
Ülesanne 11. Milline on see ruumiosa \mathcal{R} , kuhu saab lasta kahuriga, mis asub koordinaatide alguspunktis ja mis annab kuulile algkiiruse v_0 ? Laskesuuna võib valida vastavalt vajadusele.

Ülesanne 12. Eelmise ülesannete eelduste korral ja teades, et ruumiosa \mathcal{R} piirjoon on parabool, näita, et kahur asub parabooli fookuses.

Ülesanne 13. Millise minimaalse algkiiruse peab andma kivile, et visata üle viilkatuse? Viilkatuse laius on b, ühe otsa kõrgus on a, teise kõrgus on c.

4 Jäigad kehad, šarniirid ja köied

Ülesanne 14. Jäik kamakas on surutud kahe plaadi vahele, millest üks liigub kiirusega v_1 ja teine kiirusega v_2 . Antud hetkel on kiirused horisontaalsed ning kamaka ja plaatide puutepunktid kohakuti. Märkige skemaatilisel joonisel kõik need kamaka punktid, mille kiiruse moodul võrdub v_1 - või v_2 -ga.

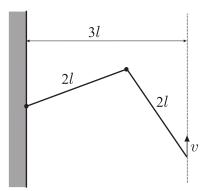


Kõva keha liikumist on alati võimalik esitada kui pöörlemist ümber hetkelise pöörlemiskeskme.

Ülesanne 15. Tsükloid on joon, mida saab defineerida punkti, mis on märgitud veereva veljele, mille raadius on R, trajektoorina. Leia sellise joone kõverusraadius kõrgeimas puntis.

Ülesanne 16. Šarniirne konstruktsioon koosneb kahest lülist pikkusega 2l. Tema üks ots on kinnitatud seina külge, teine aga liigub kaugusel 3l seinast konstantse vertikaalse kiirusega v. Leida šarniirse ühenduspunkti kiirendus sel hetkel, kui

- a) seinapoolne lüli on horisontaalne;
- b) ühenduspunkti kiirus on null.



Ülesanne 17. Silindrile on mähitud niit , mille teine ots on kinnitatud seina külge. Silinder asub horisontaalsel alusel, mida tõmmatakse horisontaalsuunalise kiirusega v (silindri telje suhtes risti). Leidke silndri telje kiirus sõltuvuses niidi ja vertikaalsihi vahelisest nurgast α . Silinder veereb alusel ilma libisemiseta

