

1 Soojus ja temperatuur

Termodünaamika I seadus: suletud süsteemi koguenergia säilib,

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

kus ΔU süsteemi siseenergia muut, ΔQ on süsteemile antud soojushulk, $\Delta W \approx p\Delta V$ ($dW = p dV$) on süsteemi poolt ruumala muutmisel tehtav töö, p on gaasi rõhk ning ΔV on ruumala muutus.

Termodünaamika II seadus: ükskõik millisedi trikke kasutatakse (soojusmasinad, Maxwelli demonid jne), kui välist tööd ei tehta, siis soojusvoog saab olla ainult kõrgema temperatuuriga kehalt madalama temperatuuriga kehale.

Iga keha saab iseloomustada *soojusmahtuvuse* C abil, mis näitab, kui palju soojust on vaja anda temperatuuri tõstmiseks ühe kraadi võrra: $C = dQ/dT$. *Erisoojuseks* c nimetatakse soojusmahtuvust massiühiku kohta $c = C/m$.

Aine viimiseks ühest faasist teise on vaja sellele anda kindel soojushulk, mis on võrdeline aine massiga: $Q = \lambda m$. Tegurit λ nimetatakse sulamisel *sulamissoojuseks* ja aurustumisel *aurustumissoojuseks*.

Stefani-Boltzmanni seadus: „halli“ keha soojuskiirguse voo tihedus on $w = \epsilon \sigma T^4$ (võimsus pindala kohta), kus ϵ on neeldumistegur, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

Kui keha soojendatakse konstantsel ruumalal, siis paisumistööd ei tehta. TDIS järgi saab siis kasutada soojusmahtuvust konstantsel ruumalal, C_V , siseenergia leidmiseks: $dU = C_V dT$ ja

$$U = \int_0^T C_V(T') dT'.$$

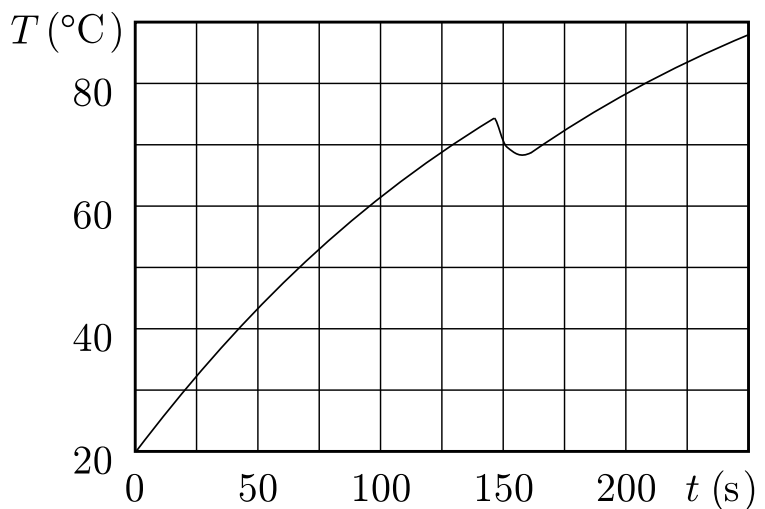
Ülesanne 1. (Lõppv 2018, P10) Veetemperatuuriga $t_0 = 0^\circ\text{C}$ ujub jääst kuup massiga $m_j = 1.5 \text{ kg}$, mille sees on tühimik ruumalaga $V = 12 \text{ cm}^3$. Tühimikku valatakse hästi aeglaselt elavhõbedat temperatuuriga t . Täpselt sel hetkel, kui tühimik täitub elavhõbedaga, vajub jääst kuup põhja. Leidke tühimikku kallatud elavhõbeda temperatuur t . Jää tihedus $\rho_j = 900 \text{ kg m}^{-3}$, vee tihedus $\rho_v = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, elavhõbeda tihedus $\rho_{Hg} = 13\,600 \text{ kg m}^{-3}$, elavhõbedaerisoojus $c = 140 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, jää sulamissoojus $\lambda = 330 \text{ kJ kg}^{-1}$. Soojusvahetust väliskeskkonnaga mitte arvestada.

Ülesanne 2. (Lõppv 2015, P7) Pliidil olevas nõus kuumutatakse $M = 0.5 \text{ kg}$ vett. Veetemperatuur jääb püsivalt ühtlaseks $T_1 = 80^\circ\text{C}$ juures. Vett kuumutatakse edasi ning vette lisatakse $m = 20 \text{ g}$ jää graanuleid (jää temperatuur on $T_j = 0^\circ\text{C}$), misjärel vee temperatuur hakkab enam-vähem püsiva kiirusega langema ning aja $t = 5.0 \text{ min}$ pärast on vee temperatuur langenud $T_2 = 75^\circ\text{C}$. Seejärel hakkab vee temperatuur tõusma ning

tõuseb tagasi $T_1 = 80^\circ\text{C}$ juurde, kus vee temperatuur enam ei muutu. Kui suure võimsusega kütab pliit potis olevat vett, eeldades et soojuskadude võimsus on võrdeline vee ja väliskeskkonna temperatuuride vahetega. Õhu temperatuur on $T_0 = 20^\circ\text{C}$, jää sulamissoojus $\lambda = 330 \text{ kJ kg}^{-1}$ ja vee erisoojus $c = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Ülesanne 3. Toas töötab radiaator võimsusega $P = 1 \text{ kW}$ ning toaõhu temperatuur $t_1 = 19^\circ\text{C}$. Õueõhu temperatuur $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Tuppa tuleb inimene ning tasapisi tõuseb toaõhu temperatuur $t_2 = 20^\circ\text{C}$ -ni. Millise võimsusega “kütab” inimese keha?

Ülesanne 4. (Lõppv 2004, G7) Elektrikannus soojendatakse vett. Teatud hetkel pandi kannu $T_0 = 0^\circ\text{C}$ juures olevat jääd. Joonisel on toodud vee temperatuuri sõltuvus ajast. Kui suur oli jää mass, kui kannu võimsus $P = 1 \text{ kW}$. Jää sulamissoojus $L = 335 \text{ kJ K}^{-1}$. Toatemperatuur $T_1 = 20^\circ\text{C}$.



Ülesanne 5. (IPhO 1996, T1) Soojuslikult isoleeritud metallitükki soojendatakse atmosfäärirõhul elektrivoolu abil sellisel viisil, et temal eralduv elektriline võimsus on ajas konstantne ja võrdne P -ga. Selle tagajärjel kasvab metalli absoluutne temperatuur ajas seaduse

$$T(t) = T_0[1 + a(tt_0)]^{1/4}$$

kohaselt, kus a , t_0 ja T_0 on konstandid. Määrata metalli soojusmahtuvus $C(T)$ (antud katses kasutatud temperatuurivahemiku jaoks sõltub see temperatuurist).

Ülesanne 6. Tehiskaaslase kere on kera läbimõõduga 1 m , mille kõikides punktides on ühesugune temperatuur. Tehiskaaslane asub kosmoses Maa läheduses, aga mitte tema varjus. Päikese pinna kui absoluutselt musta keha pinna temperatuur $T_\odot = 6000 \text{ K}$, Päikese raadius $R_\odot = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$, Maa ja Päikese vaheline kaugus $L = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$. Leia tehiskaaslase temperatuur eeldusel, et see on kaetud ideaalse halli värviga (neeldumistegur ei sõltu kiirguse lainepikkusest).

Ülesanne 7. (IPhO 1996, T1) Absoluutselt musta kuumat tasapinda hoitakse konstantsel temperatuuril T_h . Tema ga on paralleelne teine absoluutselt must tasapind, mida hoitakse madalamal konstantsel temperatuuril T_l . Plaatide vahel on vaakuum. Selleks, et vähendada kiirgusest tingitud

soojusvoogu soojalt tasapinnalt külmale tasapinnale kasutatakse ekraani, mis koosneb N üksteisega paralleelsest ja üksteisest soojuslikult isoleeritud absoluutselt mustast plaadist. See ekraan asetatakse kuuma ja külma plaadi vahele, paralleelsena nii sooja kui külma tasapinnaga. Teatud aja pärast tekib süsteemis statsionaarne olek. Millise koefitsiendi x võrra kahandab ekraan soojusvoogu külma ja sooja tasapinna vahel? Pindade lõplikest mõõtmetest tingitud ääreefekte mitte arvestada.

2 Molekulaarkineetiline teooria

Heaks mudeliks, mis kirjeldab reaalsust üsna tõetruult, on *ideaalse gaasi mudel*. Ideaalse gaasi puhul loetakse, et molekulid on nagu tühiselt väikeste mõõtmatega absoluutselt elastsed kuulikesed (või vedrude abil ühendatud kuulikeste süsteemid), mis liiguvad juhuslikult, vastu seinu ja üksteist põrgates; molekulid mõjutavad üksteist vaid siis, kui nad on vahetus kontaktis ning nende vaheline kaugmõju (nt elektrostaatiline) puudub.

Leiame rõhu avaldise. Eeldame, et kõigi molekulide kiirus x -teljes on v_x ning x -teljega risti on sein. Rõhk on jõud pindalaühiku kohta, $p = F/A$; jõud on seinale ajaühikus üle antud impulss, $F = 2Nmv_x/t$, kus N on aja t jooksul seinaga põrkuvate molekulide arv. Kordaja 2 tuleb sellest, et molekulide seinast eemaldumise keskmine kiirus pärast põrget on sama suur kui lähenemise kiirus. Aja t jooksul jõuavad seinani need molekulid, mis on seinäärises kihis paksusega $v_x t$ ja liiguvad seinale poole. Selle kihi ruumala on $V = Av_x t$ ja molekulide arv on $N = \frac{1}{2}nV = \frac{1}{2}nAv_x t$ (kordaja $\frac{1}{2}$ tuleb sellest, et ainult pooled molekulid liiguvad seinale poole). Järelikult on jõud $F = 2Nmv_x/t = nmv_x^2 A$.

Reaalsuses on molekulide kiirused erinevad ja tuleb vastust keskmistada: $F = nm\langle v_x^2 \rangle A$. Saame, et rõhk, $p = F/A$, on $p = nm\langle v_x^2 \rangle$. Kui molekulide kogukiirus on v , siis kehtib avaldis $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$, järelikult $\langle v^2 \rangle = 3\langle v_x^2 \rangle$.

Maxwelli jaotust kasutades vaame avaldada keskmise kiiruse integraalina: $\langle v_x^2 \rangle = \int v_x^2 f(v_x) dv_x = k_B T/m$. Asendades selle rõhu võrrandisse saame, et $p = nm\langle v_x^2 \rangle = nk_B T$.

Asendades $n = N/V = \frac{m}{\mu} N_A/V$ (N_A on Avogadro arv, μ on gaasi molaarmass, m on gaasi kogumass, V on gaasi ruumala) saame, et $pV = \frac{m}{\mu} N_A k_B T \equiv \frac{m}{\mu} RT$, kus R on universaalne gaasikonstant. Seda seadust tuntakse *ideaalse gaasi olekuvõrrandina*. Mõnikord on see valem mugav esitada ka gaasi tiheduse ρ abil: $p\mu = \rho RT$.

Ideaalse gaasi puhul kehtib olekuvõrrand

$$pV = \nu RT,$$

mille ekvivalentsed kuhud on

$$p = nk_B T \text{ ja } p\mu = \rho RT.$$

Ülesanne 8. Vaakumis kaalutuse tingimustes asuva silindrilise klaasi põhjas on tahke aine molaarmassiga μ . Tasapisi see aine sublimeerub (aurab tahkelt pinnalt gaasina) ning

tõukab seeläbi klaasi avausele vastassuunas. Hinnake, millise kiiruse omandab klaas, kui klaasi mass on M ja seal sees olnud aine mass $m \ll M$; aine temperatuur on T ning soojuskiirgusest tingitud jahtumisega mitte arvestada.

Ülesanne 9. Looduslik uraan koosneb põhiliselt kahest isotoobist, U^{238} ja U^{235} , kusjuures viimast on umbes 0.7%. Uraani rikastamiseks (U^{235} sisalduse tõstmiseks) kasutatakse mitme-etapilist protsessi, kus igal etapil lastakse gaasilises olekus oleval uraani-ühendil UF_6 tungida läbi poorse vaheseina. Poorset vaheseina võib vaadelda kui õhukest kilet, milles on mikroskoopilised augud (väiksemad molekulide vaba tee pikkusest, kuid suuremad molekuli mõõtmetest). Mitme etapi tulemusel suureneb U^{235} sisaldus 1.4%-ni? Fluori molaarmass on 19 g mol^{-1} .

Üheaatomilise gaasi siseenergia U (st molekulide soojusliikumise energia) arvutamiseks võime kasutada eespool saadud tulemust $m\langle v_x^2 \rangle = kT$. Tõepoolest, üheaatomilise molekuli mõõtmed on nii väikesed, et normaalingimustel ta ei saa pöörelda. Seega on kogueenergia molekulide arvu ja üksiku molekuli kineetilise energia keskväärtuse korrutis: $U = N \frac{m}{2} (\langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle)$. Kõikide suundade võrdväärsuse tõttu $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$; arvestades, et $N = \nu N_A$ ja $N_A k_B = R$, saame lõpptulemuse

$$U = \frac{3}{2} \nu RT.$$

Kahe- ja enama-aatomiliste molekulide puhul tuleb kulgliikumise energiale liita veel pöördliikumise energia $U_p = \frac{1}{2}N(I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2) = \frac{3}{2}\nu RT$, kus I_x , I_y ja I_z tähistavad inertsimomente erinevate telgede ümber pöörlemisel ning ω_x , ω_y ja ω_z vastavaid nurkkiirusi. Siiski, nii nagu üheaatomiline molekul ei saa üldse pöörelda, ei saa ka kahe-aatomiline (ja enama-aatomiline, kuid lineaarne) molekul pöörelda ümber kahte aatomit ühendava telje. Seetõttu jääb sellistel molekulidel üks liidetav (kolmest) ära ning $U_p = \nu RT$.

Paneme tähele, et iga nn vabadusaste (liikumine x -telje suunas, pöörlemine x -telje ümber, liikumine y -telje sihis jne) annab ühesuguse panuse siseenergiasse, $\frac{1}{2}\nu RT$ (või kui rääkida üksiku molekuli keskmisest energiast, siis $\frac{1}{2}kT$). Seetõttu on mugav kasutada vabadusastmete arvu i gaasi molekulide iseloomustamiseks ning kirjutada siseenergia avaldis kujul

$$U = \frac{i}{2} \nu RT.$$

Üheaatomilise gaasi jaoks $i = 3$, kahe-aatomilise (ja lineaarsete molekulidega enama-aatomilise) gaasi jaoks $i = 5$ ning ülejäänutel puhkude $i = 6$. Gaaside segu puhul (nt õhk) võib keskmine vabadusastmete arv osutada murdarvuks. Kasutades seda avaldist on meil lihtne leida ideaalse gaasi soojusmahtuvus konstantse ruumala juures. Kui ruumala ei muutu, siis rõhumisjõud tööd ei tee ning järelilikult läheb kogu soojus siseenergia suurendamiseks, st $C_V = dU/dT = \frac{i}{2}\nu R$. Meeldejätmiseks on see mugav esitada molaarse soojusmahtuvusena $c_V = C_V/\nu$:

$$c_V = \frac{i}{2} R.$$

Teisest küljest, konstantse rõhu puhul ruumala kasvab vastavalt eelpooltuletatud olekuvõrrandile $p dV = R dT$. See tõttu teeb gaas välise rõhu vastu tööd $dW = p dV = \nu R dT$ ning TDIS põhjal $dQ = dU + W = \frac{i+2}{2} \nu R dT$, st

$$c_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Asendades c_V gaasi siseenergia avaldisse saame $U = c_V \nu T$.

Ülesanne 10. (Lõppv 2006, G6) Vesinikuga täidetud aerostaat (venimatust nahast õhupall) ruumalaga V_0 hõljub stabiilsel kõrgusel, kus on muutumatu õhurõhk p ja õhu temperatuur T_{ohk} . Päikesekiirguse käes soojenes aerostaat temperatuurini T_1 . Selle tulemusel väljus aerostaadist osa gaasi ventiili kaudu, mis laseb gaasi välja, kuid mitte sisse ja ei lase rõhul aerostaadis tõusta kõrgemaks välisrõhust. Seejärel varjus päike pilve taha ja aerostaat jahtus taas ümbritseva õhu temperatuurini, mistõttu tema ruumala vähenes. Kui palju ballasti tuleb üle parda heita, et aerostaat säilitaks algse kõrguse? Vesinik ja õhk lugeda ideaalseteks gaasideks, mille molaarmassid μ_{H_2} ja μ_{ohk} on teada. Eeldada, et aerostaadi kõrgus soojenemise-jahtumise käigus ei jõudnud praktiliselt muutuda.

Ülesanne 11. Vaatleme ballooni, mis on algselt õhust tühjaks pumbatud. Ballooni ventiil keeratakse natuke lahti ning õhk voolab ballooni sisse. Millise temperatuuri omandab õhk balloonis peale seda, kui õhu sissevool on lakanud? Toatemperatuur on T , ballooni seinte soojusjuhtivuse ja soojusmahtuvusega mitte arvestada.

3 Adiabaatiline protsess

Adiabaatiliseks nimetatakse sellist protsessi, mis on nii kiire, et soojusvahetust ei toimu, aga nii aeglane, et tema kulgemise karakterne aeg on mõnevõrra väiksem (praktikas piisab paarikordset erinevusest), kui süsteemi omavõnkesagedus.

Gaaside puhul tähendab seda, et ei eraldu ega neeldu soojust: $\Delta Q = 0$.

Olümpiaadidel pole üldjuhul vaja adiabaadi seaduse tulemust teada, piisab adabaadi seaduse teadmisest. Rakendame TDIS ideaalse gaasiga toimuvale adiabaatilisele protsessile: $dU = -p dV$, kus $dU = C_V dT$, st

$$C_V dT = -p dV.$$

Tahame leida rõhu ja ruumala vahelist seost, seega on vaja elimineerida temperatuur. Selleks kasutame ideaalse gaasi seadust $\nu RT = pV$, järelikult $\nu R dT = p dV + V dp$. Kombineerides võrrandeid saame $p dV (c_V + R) + c_V V dp = 0$. Märkame, et $c_V + R = c_p$, ja toome sisse adabaadinäitaja mõiste,

$$\gamma = c_p / c_V.$$

Selle abil saame viimase võrrandi ümber kirjutada kujul

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0.$$

Kui me integreerime seda võrrandit, siis esimene liige on

$\int \gamma \frac{dV}{V} = \gamma \ln V = \ln V^\gamma$, ja teine liige on $\int \frac{dp}{p} = \ln p$, seega $\ln V^\gamma + \ln p = \ln p V^\gamma = \text{Const}$ ja järelikult ka

$$p V^\gamma = \text{Const}.$$

Harilikult on õhumassid atmosfääris tugevas liikumises, nii et nad liiguvad pidevalt üles-alla. Et kõrgemal on rõhk väiksem, kui all, siis jahtub gaas üles liikudes heas lähenduses adiabaatilise paisumise tõttu (õhumasside suurte mõõtmete tõttu on soojusjuhtivus hästi aeglane).

Ülesanne 12. Milline on õhu temperatuur $H = 200$ m kõrguse mäe otsas, kui jalamil on sooja $t_0 = 20^\circ\text{C}$? Õhumasside liikumisel üles- või allapoole võib õhu paisumise ja kokkusuurmise lugeda adiabaatiliseks protsessiks. Õhurõhk maapinnal $p_0 = 10 \times 10^5$ Pa, õhu tihedus $\rho = 1.29$ kg m⁻³, adiabaadinäitaja $\gamma = 1.4$, vabalangemise kiirendus $g = 9.81$ m s⁻².

Ülesanne 13. (Lõppv 2018, G8) Ilusa päikeselise ilma korral on harilikult tegemist nn adiabaatilise atmosfääriga. See tähendab, et õhumassid on pidevas üles-alla liikumises. Kerkides õhk paisub ja jahtub adiabaatiliselt; pideva segunemise tõttu on kerkiva õhumassi temperatuur võrdne seda antud kõrgusel ümbritsevate õhumasside temperatuuriga. On võimalik näidata, et sellisel juhul kahaneb temperatuur lineaarselt kõrgusega, $T = T_0 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\mu g h}{R}$, kus õhu adiabaadinäitaja $\gamma = 1.4$, õhu keskmine molaarmass $\mu = 29$ g mol⁻¹, vabalangemise kiirendus $g = 9.81$ m s⁻², gaasikontant $R = 8.31$ J mol⁻¹ K⁻¹ ja kõrgus maapinnast on h ; õhutemperatuur maapinnal $T_0 = 293$ K. Venimatust kuid vabalt painduvast nahast valmistatud õhupall mahutab maksimaalselt ruumala V_0 jagu gaasi; see täidetakse sellise koguse heeliumiga, mis võtab maapinnal enda alla ruumala $V_0/2$. Õhupall lastakse lahti ja see hakkab aeglaselt kerkima; lugeda, et õhupallis oleva heeliumi temperatuur on kogu aeg võrdne ümbritseva õhu temperatuuriga. Hinnake, millisel kõrgusel h_1 on õhupalli tõstejõud 1 % võrra väiksem kui maapinnal. Teilt oodatakse sellist hinnangut kõrgusele, mille suhteline viga pole suurem ühest kümnendikust, kusjuures vea piisavat väiksust pole vaja tõestada

Ülesanne 14. Tuletage eelmises ülesandes kasutatud seos $T = T_0 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\mu g h}{R}$.

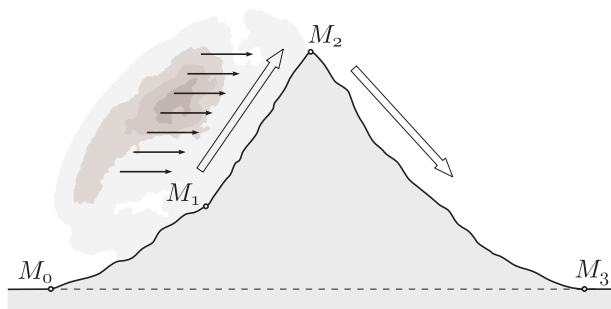
Ülesanne 15. (IPhO 1987) Üle mäeaheliku voolab adiabaatiliselt õhk, mis on niiske (vt joonis). Meteoroloogiajaamad M_0 ja M_3 mõõdavad õhurõhuks $p_0 = 100$ kPa, jaam M_2 aga $p_2 = 70$ kPa. Õhu temperatuur punktis M_0 on $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Õhumassi kerkides algab rõhu $p_1 = 84.5$ kPa juures pilvede moodustumine. Edasi kulub õhumassil mäeharjani (jaamani M_2) jõudmiseks aega 1500 s ning lõppkokkuvõttes sadeneb igast kilogrammist õhust sademete (vihma) näol välja $m = 2.45$ g vett. Iga ruutmeetri kohal on sellist niisket õhku, kus toimub vee kondenseerumine kokku 2000 kg.

- Leidke õhu temperatuur T_1 pilvede alumise piiri juures.
- Millisel kõrgusel h_1 jaamast M_0 asub pilvede alumine piir, kui eeldada, et õhu tihedus väheneb kõrguse kasvades lineaarselt?
- Milline on temperatuur T_2 mäe harja juures?
- Milline sademetehulk pindalaühiku kohta sajab maha

kolme tunni jooksul? Vastus andke veekihi paksusena millimeetrites. Kondenseerumistingimused lugeda ühesuguseks üle kogu mäenõlva, punktist M_1 kuni punktini M_2 .

- e) Milline on õhutemperatuur teisel pool mäeahelikku jaamas M_3 ? Mille poolest erineb õhu olek jaamas M_3 tema olekust jaamas M_0 ?

Juhtnööre ja arvandmeid: Õhku võib vaadelda ideaalse gaasina; veeauru mõju õhu tihedusele ja erisoojusele ning aurustumissoojuse sõltuvust temperatuurist ignoreerida. Temperatuurid leida täpsusega 1 K, pilvede alumise piiri kõrgus täpsusega 10 m, sademete hulk täpsusega 0.1 mm. Õhu erisoojus meid huvitavas temperatuurivahemikus $c_p = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}$; õhu tihedus jaama M_0 juures rõhul p_0 ja temperatuuril t_0 on $\rho_0 = 1.189 \text{ kg m}^{-3}$; vee aurustumissoojus pilvede piirkonnas on $q_V = 2500 \text{ kJ kg}^{-1}$; adiabaadinäitaja $\gamma = c_p/c_V = 1.4$; vabalangemiskiirendus $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$.



Statsionaarsete gaasivoolude kohta käivates ülesannetes saab kasutada kahte jäävusseadust.

Esiteks, mööda voolujooni

$$\frac{v^2}{2} + gh + c_p T = \text{Const},$$

kus $c_p = C_p/m$ on gaasi erisoojus konstantsel rõhul (C_p on soojusmahtuvus konstantsel rõhul, m - gaasi mass). See võrrand tuleneb energia jäävusest. Alternatiivselt, kui voolu kiirus on palju väiksem heli kiirusest (võrdväärne väitega, et tiheduse muutused on voolujoontel väikesed, $\frac{\Delta \rho}{\rho} \ll 1$), originaalset Brenulli võrrandit

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}$$

saab samuti kasutada.

Teiseks,

$$\rho v A = \text{const},$$

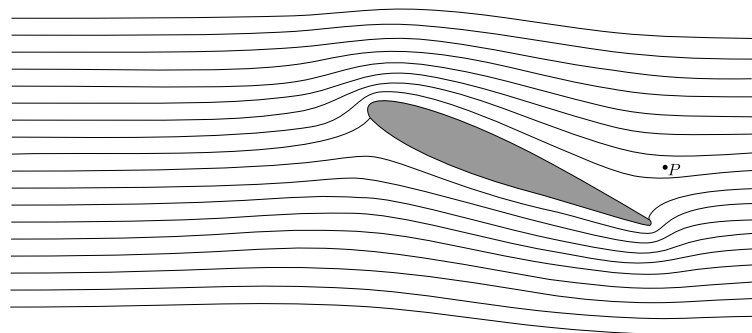
kus A on voolujoonte moodustatud fiktiivse toru ristlõikepindala; see tuleneb massi jäävusest, ρv on võrdne massi voo tihedusega.

Ülesanne 16. (IPhO 2012, T1B) Ülesande selle osa jaoks võib kasuks tulla järgmine informatsioon. Vedeliku või gaasi voolu korral kehtib mööda voolujoont seos $p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const}$, eeldusel et kiirus v on palju väiksem kui heli kiirus. Siin kasutatakse tähistusi ρ - tihedus, h - kõrgus, g - raskuskiirendus, p - hüdrostaatiline rõhk. Voolujooned on defineeritud kui gaasiosakeste trajektoorid (eeldusel et need on ajas muutumatud). Avaldist $\frac{1}{2} \rho v^2$ nimetatakse dünaamiliseks rõhuks.

Alltoodud joonisel on kujutatud lennukitiiva läbilõige koos ümbritseva õhu liikumise voolujoontega, vaadatuna tiiva taustsüsteemis. Eeldage, et (a) õhu vool on täiesti kahe-dimensionaalne (s.t õhu kiirusvektorid on tervenisti joonise tasandis); (b) voolujoonte kuju ei sõltu lennuki kiirusest; (c) ei ole tuult; (d) dünaamiline rõhk on palju väiksem kui atmosfäärirõhk $p_0 = 1.1 \times 10^5 \text{ Pa}$. Võite joonlaua abil teha jooniselt vajalikke nõotmisi.

- Kui lennuki kiirus maa suhtes on $v_0 = 100 \text{ m s}^{-1}$, siis mis on õhu kiirus v_p maapinna suhtes punktis P (märgitud joonisel)?
- Kõrge suhtelise õhuniiskuse puhul, kui lennuki kiirus maa suhtes ületab kriitilise väärtuse v_{crit} , tekib tiiva taga veepiiskade juga. Piisad tekivad teatud punktis Q . Tähistage punkt Q joonisel. Seletage kvalitatiivselt (kasutades valemeid ja võimalikult vähe teksti), kuidas te selle punkti asukoha leidsite.
- Hinnake kriitilist kiirust v_{crit} järgmiseid andmeid kasutades: algse häirimata õhu suhteline niiskus $r = 90\%$, õhu erisoojus konstantsel rõhul $c_p = 1.00 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, küllastunud veeauru rõhk: $p_{sa} = 2.31 \text{ kPa}$ algse häirimata õhu temperatuuril $T_a = 293 \text{ K}$ ja $p_{sb} = 2.46 \text{ kPa}$ algse häirimata õhu temperatuuril $T_b = 294 \text{ K}$. Sõltuvalt kasutatud lähendusest võib lisaks vaja minna õhu erisoojust konstantsel ruumalal $c_V = 0.717 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Suhteline õhuniiskus on defineeritud aururõhu ja küllastunud auru rõhu suhtena. Küllastunud auru rõhk on defineeritud kui aururõhk, mille puhul aur on tasakaalus vedelikuga.



4 Vedeliku ja auru eralduspind

Osakese faasisiirdeks vedelast faasist gaasilisse on sellel vaja omandada energia U_0 . Molekuli jaoks on tõenäosus, et ta lisaenergia on suurem kui U_0 võrdeline $e^{-U_0/k_B T}$ -ga; *aurumiskiirus* on võrdeline selle tõenäosusega ja järelikult, suureneb väga kiiresti temperatuuri kasvuga. *Kondenseerumiskiirus* on temperatuurile vähem tundlik (võrdeline molekulide kiirusega, st $\propto \sqrt{T}$) ja sõltub peamiselt auru molekulide kontsentratsioonist gaasilises olekus.

Auru, mille kontsentratsioon on selline, et selle aurumiskiirus ja kondenseerumiskiirus on võrdsed antud temperatuuril nimetatakse *küllastunud auruks*.

Kehtib Daltoni seadus, mis väidab, et gaaside segu rõhk on osarõhkude summa: $p = p_A + p_B + \dots$, kus p on kogurõhk, p_A - rõhk A tüüpi molekulide tõttu, p_B - rõhk B tüüpi

molekulide tõttu jne.

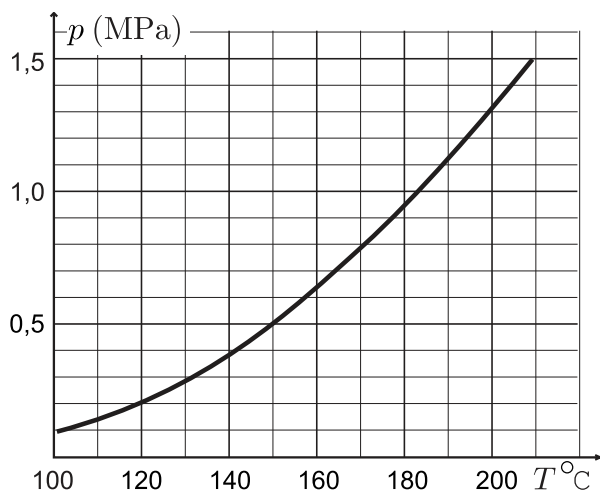
Suhteliseks õhuniiskuseks nimetatakse aururõhu ja küllastunud auru rõhu suhet antud gaasi temperatuuril.

Kahe vedeliku piirpinnal algab keemine märksa madalamal temperatuuril, kui kummaski vedelikus eraldi. Keemine hakkab tingimusel kui küllastunud auru rõhk on suurem atmosfääri rõhust: $p_s(T) > p_{atm}$. Kahe vedeliku piirpinnal kehtib keemise jaoks tingimus $p_{1s} + p_{2s} > p_{atm}$.

Ülesanne 17. Vaakumis ja kaalutus olekus, silindrilise anuma põhjas asub kiht tahket ainet. See sublimeerub (aurustub tahkest faasist gaasilisse) aeglaselt ja lükkab selle käigus anumast vastassuunas. Anuma mass on M ja aine algne mass $m \ll M$. Anuma ristlõike pindala on A ja küllastunud auru rõhk temperatuuril T on p_0 . Milline on anuma kiirendus, kui

- molekulide keskmine vaba tee pikkus λ küllastunud aururõhul on palju väiksem anuma pikkusest;
- palju suurem sellest.

Ülesanne 18. Geisreid võib vaadelda kui suuri maa-aluseid reservuaare, mis on täidetud põhjaveega ja mida kuumutavad reservuaari kuumad seinad. Reservuaar on ühendatud maapinnaga kitsa ja sügava kanali abil, mis on geisri puhkeolekus täidetud peaaegu servani veega. Lugeda, et geiser hakkab purskama siis, kui vesi reservuaaris läheb keema; puhkeperioodi jooksul vesi maapinnale viivas kanalis ei kuumene; purske ajal on kanal täidetud ainult veeauruga; reservuaari sees seguneb vesi hästi, nii et vee temperatuur on seal kõikjal enam-vähem üks ja sama; reservuaari maht on hulga suurem kanali mahust; põhjavee juurdevool läbi reservuaari seinte on piisavalt kiire, et täita pursete vahelise aja jooksul reservuaar ja kanal kuni kanali ülemise servani. Olgu maapinnale viiva kanali otste kõrguste vahe $h = 90$ m. Vee aurustumissoojus $\lambda = 2.26 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ ja tema erisoojus $c = 4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Vee küllastunud auru rõhu sõltuvus temperatuurist on toodud graafikul. Leidke, millise osa oma veest kaotab reservuaar purske jooksul.



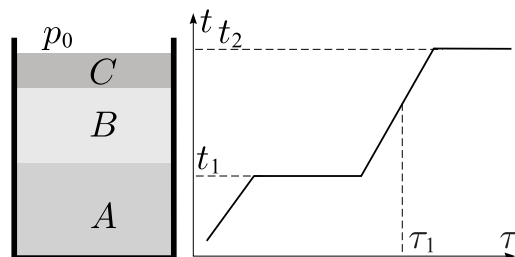
Ülesanne 19. (IPhO 1989, T1) Vedelikud A ja B omavahel ei segune. Küllastunud auru rõhk $p_i (i = A, B)$ nende kohal vastab piisava täpsusega valemile $\ln(p_i/p_0) = a_i/T + b_i$, kus p_0 on atmosfääri normaalarõhk, T on auru absoluutne temperatuur ning a_i ja b_i on vedeliku omadustest sõltuvad konstandid. Suhte $p_i/p_0, i = A, B$ tegelikud väärtused tem-

peratuuride 40°C ja 90°C jaoks on esitatud tabelis.

$T(^{\circ}\text{C})$	p_A/p_0	p_B/p_0
40	0.284	0.07278
90	1.476	0.6918

- Leidke vedelike A ja B keemistemperatuurid.
- Vedelikud A ja B valati nõusse, kus nad kihistusid nii, nagu näidatud joonisel. Vedelikku B katab õhuke mitteamurustuva vedeliku C kiht, mis ei lahustu ei A -s ega B -s. Vedelike A ja B molaarmassid gaasilises olekus suhtuvad nagu $g = M_A/M_B = 8$. Algselt oli mõlemat vedelikku ühepalju, $m = 100$ g kumbagi. Vedelikusamba kõrgus ja nende tihedus on sellised, et kõikjal anumast võib rõhu lugeda võrdseks välisrõhuga p_0 . Seda segu hakatakse aeglaselt ja ühtlaselt kuumutama. Skeemaatilisel on vedeliku temperatuuri t sõltuvus ajast t esitatud graafikul. Leidke temperatuurid t_1 ja t_2 ühe kraadilise täpsusega. Millised on vedelike massid ajahetkel t_1 ?

Märkus: Eeldatakse, et vaadeldavate vedelike aurud alluvad piisava täpsusega Daltoni seadusele ning kuni küllastunud auru rõhuni võib neid lugeda ideaalseteks gaasideks.



5 Pindpinevus

Vedelikus olevad molekulid omandavad keemiliste sidemete tõttu negatiivse potentsiaalse energia aurufaasis olevate molekulide suhtes. Äärmises pinnakihis on igal molekulil lähinaabreid ainult ühel pool ning seetõttu on nende negatiivne potentsiaalne energia natuke väiksem. Teisisõnu, vedeliku pinnal asuvatel molekulidel on teatav positiivne potentsiaalne energia vedeliku sisemuses asuvate molekulide suhtes. Seda energiat võib vaadelda kui vedeliku vaba pinnaga seonduvat energiat, mis loomulikult on võrdeline vaba pinna pindalaga, $U = S\sigma$. Võrdetegurit σ nimetatakse pindpinevusteguriks.

Kui vaadelda mõtteliselt joont pikkusega l vedeliku pinnal, siis kaks poolt, milleks see joon vedeliku pinna jagab, tõmbuvad jõuga $F = \sigma l$. Tõepoolest, kui lasta vedeliku pinnal laieneda risti mõttelise joonega dx võrra, siis pindala suureneb $dS = l dx$ võrra ning potentsiaalne energia $dU = \sigma l dx$ võrra. Selle jaoks on vaja teha tööd, st peab toimima jõud F , mis rahuldab võrdust $F dx = dU$, st $F = \sigma l$.

Meniski, kapillaaris oleva veesamba, toru otsas rippuva tilga jms massi saab leida tasakaalutingimusest: pindpinevusjõud tasakaalustab raskusjõu.

Teatud puhkudel on pindpinevusülesannetes võimalik leida tasakaaluasend summaarse energia (pinna-energia koos ülejäänud potentsiaalse energiaga) miinimumina.

Tihti on kasulik kasutada jõudude tasakaalu tingimust fiktiivselt eraldatud vedeliku osade jaoks gravitatsioonijõu, pindpinevusjõu ja hüdrostaatilisest rõhust tingitud jõu suhtes.

Kõver pindpinev pind põhjustab rõhkude erinevust (ühe ja teise ruumipoole vahel). Sfäärilise pinna puhul $\Delta p = 2\sigma/R$ ja silindrilise pinna puhul $\Delta p = \sigma/R$, kus R on kõverusraadius.

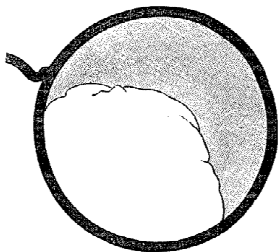
Pindpinevusülesannetes figureerivadki sageli kiled (sh seebimullid). Sellisel juhul ei tohi unustada, et kilel on kaks külge ning mõlemal küljel on oma pindpinevusenergia, mis tekitab valemitesse teguri „2“.

Ülesanne 20. Silindrilise mensuuri mahtuvus on $V = 100$ ml ja kõrgus $h = 20$ cm. Mensuurile kantud skaalal on jooned tõmmatud iga 1 ml järel. Oletame, et kasutakse mensuuri vee ruumala mõõtmiseks ja loetakse vee nivooks vee vaba pinna madalaima punkti kõrguse. Milline viga tuleneb sellest asjaolust, et vee pind on tegelikult kõver? Vee pindpinevustegur $\sigma = 0.073 \text{ N m}^{-1}$ ja ta märgab täielikult mensuuri seinu.

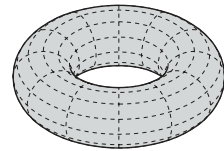
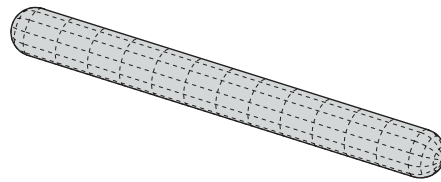
Ülesanne 21. Süstalt hoitakse vertikaalselt nõelaga alla-poolle; seda vajutatakse aeglaselt nii, et tilgad kukuvad nõela tipust (nõela tipp on lame, st et on lõigatud risti nõela teljega). Pindpinevustegur on σ , tihedus on ρ , raskuskiirendus on g , nõela sisediameeter on d ($d \ll \sqrt{\sigma/\rho g}$). Leia langeva tilga mass m (andke oma vastusele parand võttes arvesse tilga siserõhust tingitud jõudu).

Ülesanne 22. (E-S 2009, P6) Lord Rayleigh pidas 1891. aastal loengu füüsikaliste protsesside fotografeerimisest, muuhulgas esitles ta ka fotot rõngale toetunud purunevast seebikilest (pilt lisatud). Väklambi asemel kasutas ta valgustamiseks lühiajalist elektrisädet (elektrisädemel põhinevad tegelikult ka tänapäevased väklambid). Hinda, kui täpselt pidi Lord Rayleigh selle sädeme tekkimise ajastama - teisisõnu, hinnake seebikile purunemisele kuluvat aega. Seebikile paksus olgu $h = 1$ μm , rõnga diameeter $D = 10$ cm ning seebivee pindpinevustegur $\sigma = 0.025 \text{ N m}^{-1}$.

Vihje: Kasutage mudelit, mille kohaselt juba purunenud seebikile osa koondub ühtseks frondiks ning hakkab ühtselt liikuma purunemata osa poole.



Ülesanne 23. (200MPPP, P67) Süüa tehes võib märgata, et viiner lõheneb keetmisel. See toimub alati „pikkupidi“, mitte kunagi aga „ristipidi“. Mis on selle põhjus? Kui oleks võimalik luua toroidikujuline viiner, siis kust ja millises suunas see lõheneks. Eeldage mõlemal juhul, et viinerinahk on homogeenne.



6 Ülesandeid

Ülesanne 24. Ulmeromaanis kirjeldatakse järgmist olukorda. Kosmoselaeval toimub avariid ning astronaut osutub olevaks avakosmoses, kaugusel $L = 100$ m kosmoselaevast. Tal on juhtumisi käes klaas tahkestunud veega (jääga), ja ta kasutab jää sublimeerumisel (aurustumisel) tekkivat reaktiivjõudu selleks, et naasta kosmoselaevale. Hinnake, kui realistlik see projekt. Võite eeldada, et sublimeerumine toimub konstantsel temperatuuril $T = 272 \text{ K}$, mille juures küllastunud veeauru rõhk $p = 550 \text{ Pa}$. Klaasi mõõte ja vee massi hinnake ise.

Ülesanne 25. (NBPhO 2018, P8) Tundmatut päritolu allveelaev sõidab Läänemere põhja lähedal sügavusel $h = 300$ m. Selle sisemuseks on üks suur kamber ruumalaga $V = 10 \text{ m}^3$, mida täidab õhk ($M = 29 \text{ g mol}^{-1}$) rõhul $p_0 = 100 \text{ kPa}$ ja temperatuuril $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Ootamatult sõidab ta aga karile, mis rebib laeva põhja suure augu pindalaga $A = 20 \text{ cm}^2$. Allveelaev vajub põhja ja täitub kiiresti veega, välja arvatud üks kõrgemal rõhul õhumull (kogu õhk jääb laeva). Vee tihedus $\rho_0 = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ ja raskuskiirendus $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$. Õhu molaarne erisoojus jääval ruumalal $c_V = \frac{5}{2}R$, kus $R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ on gaasikonstant.

- Millisel mahukiirusel ($\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$) voolab vesi laeva vahetult pärast augu tekkimist?
- Veevool on niivõrd kiire, et gaasi ja vee vaheline soojusvahetus on tühine (see kehtib ka järgmise küsimuse jaoks). Kui suur on õhumulli ruumala, kui veevool peatub?
- Laeva paiskuv veejuga paneb laevasoleva vee turbulent-selt liikuma. Kui suur on selle veeturbulentsi summaarne kineetiline energia (mis hiljem eraldub soojusena), kui sissevoolrõhkude tasakaalustumisel peatub?

Ülesanne 26. (EuPhO 2017, T2) Õhuke ketas massiga M ja pindalaga S temperatuuril T_1 on alguses paigal kaalutus olekus gaasis massitiheidusega ρ temperatuuriga T_0 $T_1 = 1000T_0$. Üks ketta külge on kaetud termiaalselt isoleeritud kihiga, teisel küljel on väga hea termaalne kontakt seda ümbritseva gaasiga: gaasi molekulid massiga m omandavad ketta temperatuuri ühe põrkega ketta pinnalt. Hinnake ketta algset kiirendust a_0 ja maksimaalset kiirust v_{\max} järgneva liikumise jooksul. Eeldage, et ketta soojusmahtuvus suurusjärg on Nk_B , kus N on selles olevate aatomite arv ja k_B on Boltzmanni konstant, ja gaasi molekulide ja ketta materjali molaarmassid on samas suurusjärgus. Molekulide keskmine vaba tee pikkus on palju suurem ketta mõõtmetest. Ärge arvestage ääreefektidega, mis tulenevad ketta äärest.