Kaarel Kivisalu

13. veebruar 2019

Elektrostaatilise välja energia ja potent-

1 Elektrostaatika

Elementaarteadmised

Kahe punktlaengu q_1 ja q_2 vahel mõjub elektrostaatiline jõud:

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \hat{r}_{21}, \qquad \text{(Coulomb'i seadus)}$$

kus $\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ ja $\varepsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} \,\mathrm{F \, m^{-1}}.$

Võrrandi lineaarsuse tõttu kehtib ka superpositsiooniprint-

Elektriväli \vec{E} on defineeritud valemiga $\vec{F} = q\vec{E}$. Elektrivälja on mugav visualiseerida jõujoone mõiste kaudu. Elektrivälja *jõujoonteks* nimetatakse kõveraid, millele elektriväli \vec{E} on igas punktis puutujaks. Jõujooned algavad positiivsetel ja lõpevad negatiivsetel laengutel. Kvantitatiivsedseosed on järgmised: punktlaengust lähtuvate jõujoonte arv on võrdeline selle laengu suurusega q ning jõujoonte tihedus (st jõujoontega risti asetatud ühikpinda läbivate jõujoonte arv) on võrdeline välja tugevusega \vec{E} .

Ülesanne 1. Neli identset punktlaengut suurusega q paiknevad ruudu tippudes, kus ruudu kuljepikkus on L. Leidke laengutele mõjuva jõu suurus.

Ülesanne 2. Kella numbrilauale on fikseeritud punktlaengud suurusega q, 2q, 3q, ..., 12q (q > 0), mis paiknevad vastavatel tunnijaotistel. Millist aega näitab tunniosuti hetkel, kui ta on paralleelne ja samasuunaline nende laengute poolt tekitatud resultantväljatugevuse vektoriga numbrilaua tsentris?

Gaussi seadus elektrivälja jaoks

Mingit suletud pinda läbiv elektrivälja voog on võrdeline pinna sees oleva laenguga:

$$\oint_{S} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$
 (I Maxwelli võrrand)

Ülesanne 3. Leidke Gaussi seaduse abil elektrivälja tugevus kaugusel r

- a) punktlaengust laenguga q;
- b) ühtlaselt laetud lõputult pikast ja peenikesest traadist, mille laengu joontihedus on λ ;
- c) ühtlaselt laetud lõputust tasandist, mille laengu pindtihedus on σ ;
- d) ühtlaselt laetud kerast, mille raadius on R ja laengu ruumtihedus on ρ .

Ülesanne 4. Leidke elektrivälja tugevus plaatkondensaatoris, kui plaatide laengu pindtihedus on $\pm \sigma$.

Elektrostaatiline väli on konservatiivne: töö, mida väli teeb laetud osakese nihutamisel piki suletud kontuuri, on null. Ekvivalentne väide on, et töö, mida väli teeb osakese nihutamisel punktist A punkti B, ei sõltu osakese trajektoorist. Välja potentsiaaliks nimetatakse osakese potentsiaalset energiat laengu kohta. Kahe ruumipunkti potentsiaalide vahe ehk *pinge* avaldub järgnevalt:

$$V = \varphi_B - \varphi_A = -\int_A^B \vec{E} \, d\vec{r}.$$

Illustreerime öeldut punktlaengu baasil. Harilikult lepitakse kokku, et lõpmatuses on potentsiaal võrdne nulliga. Seega punktlaengu q elektrivälja potentsiaal kaugusel r avaldub järgmiselt:

$$\varphi(r) = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{r}^{\infty} E \, dr$$
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_{0}} \int_{r}^{\infty} \frac{1}{r^{2}} \, dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_{0}r}.$$

Ülesanne 5. Ruumiosa 0 < x < d täidab ühtlaselt jaotunud elektrilaeng tihedusega ρ ($\rho < 0$); laengutihedus ruumiosas d < x < 0 on $-\rho$. Piirkondades $\infty < x < d$ ning $d < x < \infty$ laeng puudub. Piirkonnas x > d liigub elektron massiga mja laenguga e, selle kiirusvektor on suunatud otse laetud kihi poole. Millise minimaalse algkiiruse puhul suudab elektron veel läbida laetud kihid?

Ülesanne 6. N ühesugust elavhõbedatilka on laetud ühesuguse potentsiaalini φ_0 . Missuguseks kujuneb suure elavhõbedatilga potentsiaal kõigi väikeste tilkade liitumisel (tilgad lugeda kerakujulisteks)?

Ülesanne 7. Näidake, et ühtlaselt laetud sfääri sisemuses on potentsiaal konstantne ja võrdne sfääri enese potentsiaaliga.

Ülesanne 8. Näidake, et plaatkondensaatori mahtuvus (vaakumis) avaldub valemiga $\varepsilon_0 S/d$, kus S on katete pindala ja d on katetevaheline kaugus. Oletades, et kondensaatori energia kandjaks on plaatide vahel olev elektriväli E, näidake, et viimase energiatihedus on $\varepsilon_0 E^2/2$.

Juhid elektrostaatilises väljas

Juhiks nimetatakse materjali, milles on vabu laengukandjaid.

Ülesanne 9. Põhjendage,

- a) miks puudub juhi sees elektriväli;
- b) miks liigub laenguga juhis laeng täielikult selle pinnale (ehk miks puudub juhi sees laeng);
- c) miks puudub õõnsusega juhis laeng juhi sisepinnal;
- d) miks on elektriväli igas punktis risti pinnaga ja milline on elektrivälja tugevus pinna vahetus läheduses, kui selles punktis on juhi laengu pindtihedus σ .

2 Magnetostaatika

2.1 Gaussi seadus magnetvälja jaoks

Mingit suletud pinda läbiv summaarne magnetvälja voog on null:

$$\oint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$
 (II Maxwelli võrrand)

2.2 Ampere'i tsirkulatsiooniteoreem

Mingi suletud kontuuri B-välja "tsirkulatsioon" on võrdeline kontuuri läbiva koguvooluga. Suuna leidmiseks saab kasutada parema käe kruvireeglit.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \qquad (III Maxwelli võrrand)$$

Ülesanne 10. Leidke magnetiline induktsioon kaugusel r lõpmatult pikast sirgjoonelisest juhtmest, mille voolutugevus on I.

Ülesanne 11. Leidke magnetiline induktsioon pika solenoidi ehk pooli sees, mida läbib voolutugevus I ja mille keerdude arvtihedus (keerdude arv pikkusühiku kohta) on n.

2.3 Biot'-Savart' seadus

Vooluelemendil on magnetostaatikas samasugune roll nagu punktlaengul elektrostaatikas. Coulomb'i seaduse analoogiks võib lugeda Biot'-Savart'i seadust, mille kohaselt vooluelement I $d\vec{l}$ annab magnetinduktsiooni kaugusel r panuse

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}.$$
 (Biot'-Savart' seadus)

Ülesanne 12. Leidke magnetiline induktsioon ringvoolu teljel kaugusel x ringvoolu tasandist. Voolutugevus kontuuris on I ja kontuuri raadius R.

Ülesanne 13. (E-S 2015, P8) Juhtivas rõngas raadiusega R voolab suur vool I. Rõngas lebab paigal xy-tasandis, tema keskpunkt on (0,0,0). Vaatleja läheneb rõngale z-teljega paralleelselt kiirusega v ja mõõdab elektrivälja kaugusel r teljest. Eeldage, et $v \ll c$ ja $r \ll R$.

- a) Leidke z-teljel magnetinduktsiooni suurus B(z) ja suund paigalseisvas taustsüsteemis.
- b) Hinnake elektrivälja E(z,r) suurust ja suunda, mida mõõdab me vaatleja kaugusel z rõnga tasandist.

3 Elektrodünaamika

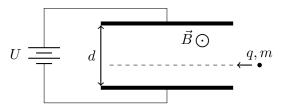
3.1 Lorentzi jõud

Punktlaengule q mõjub magnetväljas jõud $\vec{F}=q\vec{E}+q(\vec{v}\times\vec{B})$. Kui $\vec{E}=0,\,\vec{B}=const$ ja on risti kiirusvektoriga, siis hakkab laeng liikuma mööda ringjoonelist trajektoori, kui $\vec{E}=0$ ja $\vec{B}=const$ omab ka mingit kiirusvektorisuunalist kompo-

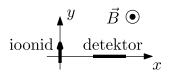
nenti, hakkab laeng liikuma mööda spiraalset trajektoori.

Ülesanne 14. Leidke punktlaengu q trajektoori raadius kiirusvektoriga ristsuunalises magnetväljas, kui magnetiline induktsioon on B, laengu kiirus on v ja mass on m.

Ülesanne 15. (VKV 2018, P2) Elektron, mis on kiirendatud elektronkahuris pingega U, liigub vaakumis ja siseneb tasaparalleelsete metallplaatide vahelisse ruumipiirkonda nii, et kiirusvektor on paralleelne plaatidega (vt joonis). Plaadid paiknevad üksteisest kaugusel d ja on ühendatud alalispingeallika, mille pinge on U, erinevate poolustega. Samal ajal saab plaatide vahel tekitada ka homogeense magnetvälja, kus magnetilise induktsiooni vektor \vec{B} on risti elektroni kiirusega ja paralleelne plaatidega. Kui suur peab olema B, et elektron liiguks suunda muutmata läbi kondensaatori? Elektroni mass on m ja laeng on q.



Ülesanne 16. (Piirk 2013, G10) Laboris oli uurimiseks hulk mingit atomaarset ainet, mille molaarmassiks mõõdeti μ_1 . Ühekordselt ioniseeritud ainet (iga aatom oli kaotanud ühe elektroni) kiirendati elektriväljas potentsiaalide vahega U ja suunati magnetvälja induktsiooniga B (vaadake joonist). Magnetinduktsioon oli joonise tasandiga risti, ioonide algkiirus oli y-telje suunaline, magnetväli asus piirkonnas y>0 ning aine sisenes magnetvälja punktis (0,0,0). Täheldati, et väike kogus ainet langes x-teljel asuvale detektorile kauguse d võrra kaugemal kohast, kuhu langes põhiosa ainest. Sellest järeldati, et aine hulgas oli väike osa isotoopi erineva molaarmassiga. Leidke selle isotoobi molaarmass μ_2 . Avogadro arv on N_A ja elektroni laeng on e.



Ülesanne 17. (Piirk 2018, G10) Vaatleme tsüklotroni – teatud tüüpi osakestekiirendi toimimist. Tsüklotron koosneb silindrikujulisest piirkonnast raadiusega R, kus on homogeenne magnetväli tugevusega B ning õhukesest ribakujulisest piirkonnast laiusega d, kus on homogeenne ribaga risti olev elektriväli tugevusega E. Elektrivälja suunda muudetakse perioodiliselt vastassuunaliseks nii, et osakeste igal riba läbimisel on elektrivälja suund osakeste kiirusvektoriga samasuunaline. Samuti on tsüklotroni ühes ääres osakeste tsüklotronist väljumiseks kitsas kanal. Alustagu osakesed liikumist tsüklotroni keskelt tühiselt väikse algkiirusega. Mitu täisringi n teevad osakesed tsüklotronis enne väljumist? Osakeste laeng on q ja mass m. Eeldada, et $n \gg 1$.

Lorentzi jõu abil saab tuletada ka juhtmelõigule pikkusega L ja voolutugevusega I mõjuva jõu

$$\vec{F} = L(\vec{I} \times \vec{B}).$$
 (Ampere'i seadus)

Ülesanne 18. Leidke kahe lõpmata pika paralleelse sirg-harude vaheline kaugus oli d, leidke, millise lõppkiirusega juhtme vahel ühikulise pikkusega lõigu kohta mõjuv jõud, hakkab takisti langema. kui voolud juhtmetes on I_1 ja I_2 ning juhtmetevaheline kaugus on r.

Liikumine statsionaarses magnetväljas

Magnetväljas hakkab juhtmes olevatele laengukandjatele mõjuma Lorentzi jõud, mis omakorda tekitab juhtmes voolu. Võib mõelda, et juhtmelõigu otstele tekib pinge ehk elektromotoorjõud.

Ülesanne 19. Leidke magnetväljas B sellega kiirusega vristi liikuva juhtmelõigu (mille pikkus on l) otstele tekkiv pinge.

Saadud tulemuse võib esitada kujul (mis kehtib ka üldkujul, kui juhtmelõik ei ole sirgjooneline)

$$\mathcal{E} = B \frac{dS}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}$$

Ülesanne 20. (E-S 2011, P3) Dielektrilisest materjalist silinder raadiusega r kannab oma silindrilisel pinnal laengut pindtihedusega σ ja pöörleb ümber oma pikitelje nurkkiirusega ω .

- a) Määrake magnetinduktsioon B silindri sisemuses. Märkus: soovi korral võite kasutada avaldist solenoidaalse pooli induktiivsuse jaoks, $L = \mu_0 N^2 S/l$, kus r on pooli raadius, l — pikkus ($l \gg r$), S — ristlõike pindala ja N — keerdude arv.
- b) Radiaalne juhtiv traat ühendab silindri telge ja silindrilist pinda (ning pöörleb koos silindriga). Leidke traadi otste vahele tekkiv elektromotoorjõud (pinge) \mathcal{E} .
- c) Oletagem, et silindri telge ja silindrilist pinda ühendav traat ei ole radiaalne, vaid omab suvalist kuju (siiski, ükski traadi osa ei ulatu silindri seest välja). Näidake, et \mathcal{E} ei sõltu traadi kujust.

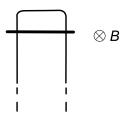
Faraday induktsiooniseadus 3.3

Mistahes kontuuri jaoks indutseerib muutuv magnetvoog kontuuris pööriselise elektrivälja. Kuigi kontuuris tekib selle tulemusena elektromotoorjõud, siis klassikalisest pingest (potentsiaalide vahest) selle juures rääkida ei saa.

$$\oint_{L} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad \text{(IV Maxwelli võrrand)}$$

kus $\Phi = BS$ on magnetvoog läbi kontuuri. See tähendab, et voolu saab indutseerida kahel viisil, kas muutes magnetvälja (siis $\mathcal{E} = -S \frac{dB}{dt}$) või muutes kontuuri kuju (siis $\mathcal{E} = -B \frac{dS}{dt}$). Miinusmärk tähistab seda, et indutseeritud voolu poolt tekitatud magnetväli üritab kompenseerida magnetvoo muutust (Lenzi reegel).

Ülesanne 21. (Piirk 2011, G8) Maa gravitatsiooniväljas (raskuskiirendusega g) vertikaalselt paiknevale juhtivale traadile kinnitati takisti (massiga m, takistusega R) nõndaviisi, et see võib piki traati vabalt libiseda. Teades, et magnetinduktsioon B oli risti traadi tasandiga ja traadi



Mõnikord võib vooluelemendis (tavaliselt on selleks pool) toimuda eneseinduktsioon, kus voolu muutumine elemendis tekitab pinge selle sama elemendi otstele (sarnaselt Lenzi reegilile üritab jällegi pinge tasakaalustada voolu muutust). Sellisel juhul $U = L\frac{dI}{dt}$, kus võrdetegurit L nimetatakse induktiivsuseks.

Ülesanne 22. Avaldage pooli induktiivsus keerdude arvu N, ristlõikepindala S ja pooli pikkuse l kaudu.

Ülesanne 23. Avaldage magnetvälja energiatihedus. Vihje: Kasutades induktiivsuse definitsiooni, leidke pooli energia.

Ülesanne 24. (Lõppv 2008, G10) Libedale klaaspulgale on pehmest traadist tihedasti keritud solenoid pikkusega l, keerdude arvuga N ja ristlõikepindalaga S. Selles hoitakse konstantset voolu tugevusega I. Millist jõudu F oleks vaja rakendada pooli otstele südamiku sihis, et venitada seda pisutki pikemaks, kui kehtiks eeldus, et venitamisel suurenevad kõigi naaberkeerdude vahekaugused võrdselt. Võite lugeda, et klaasi magnetiline läbitavus $\mu = 1$.

Ülesandeid

Ülesanne 25. (Lahtine 2016, V10) Kaks metallkuulikest raadiusega R on ühendatud peenikese metalltraadi abil ja asuvad homogeenses elektriväljas tugevusega E. Metalltraadi pikkus on l, kusjuures $l \gg R$. Süsteem on tasakaalus. Leidke mehaaniline pinge T traadis.

Ülesanne 26. (E-S 2010, P1) Kaks osakest (punane ja sinine) omavad mass m ning on ühendatud vedru abil, mille pikkus on L ja jäikus k; sinine kannab laengut q(q > 0), kuid punane on laenguta. Ruumipiirkonnas x > 0 on homogeenne x-teljega antiparalleelne elektriväli tugevusega E; piirkonnas x < 0 elektriväli puudub. Alguses liigub laengutest "hantel" ruumipiirkonnas x < 0 kiirusega v paralleelselt x-teljega, kusjuures hantli telg on samuti x-teljega paralleelne ja vedru on pingevabas olekus. On teada, et laengute süsteem liigub mõne aja möödudes ruumipiirkonnas x < 0 kiirusega v (st antiparalleelselt x-teljega) ning et punane osake ei sisene kunagi piirkondax x > 0. Peale selle, vedru pikkus saavutab oma miinimumväärtuse vaid ühel korral.

- a) Millise ajavahemiku τ vältel viibib sinine osake piirkonnas x > 0? Selleks, et protsess saaks toimuda täpselt nii nagu kirjeldatud, peab suuruste m, v, k, q, E ja Ljaoks olema rahuldatud üks võrdus ja üks võrratus.
- b) Milline võrdus peab kehtima?
- c) Milline võrratus peab kehtima?

Ülesanne 27. (Piirk 2012, G10) Ühtlaselt laetud koonus kõrgusega H tekitab oma tipus S potentsiaali φ_0 . Sellest lõigatakse ära väiksem koonus kõrgusega h, mis on suure koonusega sarnane, kahe koonuste tipud ühtivad. Seejärel eemaldatakse väiksem koonus lõpmatusesse. Milline on uus potentsiaali väärtus punktis S?

Ülesanne 28. (Lõppv 2017, G10) Ruumipiirkonnas x > a(a > 0) on homogeenne z-telje sihiline magnetväli induktsiooniga B. Koordinaatide alguspunktis on elektronide allikas, mis kiirgab elektrone võrdsel arvul kõikidesse suundadesse (üle ruuminurga 4π). Kõikide elektronide kiirus on v. Tasandis x = a on ekraan. Kui elektronid laenguga e ja massiga m põrkuvad vastu ekraani, siis on kokkupõrkepunktis näha helendust. Leidke helenduva laigu y-telje sihiline läbimõõt tasandil z = 0 eeldusel, et vähemalt osa elektronidest jõuavad ekraanini. Samal tasandil leida, kus kohas on laigu helenduse intensiivsus kõige suurem. Milline on selle laigu z-telje sihiline pikkus tasandil y = 0?

Ülesanne 29. (Lõppv 2018, G10) Kaks ühesugust metallkuuli raadiusega R ja massiga m on ühendatud peenikese terastraadiga pikkusega $L\gg R$. Piirkonnas $x\geq 0$ on elektriväli tugevusega E, mis on suunatud piki x-telge; piirkonnas x<0 elektriväli puudub. Alghetkel on kuulid paigal ja üksteisest kaugusel L nii et traat on pingul ning paralleelne x-teljega; ühe kuuli keskpunkt asub punktis x=R ning teine kuul on piirkonnas x<0. Visandage kvalitatiivselt kuulide kiiruse graafik sõltvuses ajast (kvantitatiivset ajaskaalat ei ole vaja) ning leidke nende kiirus punkti x=2L läbimisel. Terastraadi mahtuvus lugeda tühiselt väikeseks.

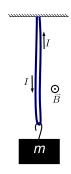
Ülesanne 30. (E-S 2015, P9) Tihedalt keritud jäik solenoidpool on osaliselt pistetud teise samasuguse sisse. Nad on ühendatud konstantse voolu allikaga, mis hoiab mõlemas voolu I; nad tekitavad magnetvälja samas suunas. Mõlemal solenoidil on N keerdu, nende pikkus on l ja ristlõikepindalad on A_1 ja A_2 . Võib eeldada, et $A_1, A_2 \ll l^2$. Kasu võib olla teadmisest, et magnetinduktsioon ühe eraldivõetud solenoidi keskmes on $B = \mu_0 I N/l$, kus μ_0 on vaakumi magnetiline läbitavus.

- a) Solenoidide keskmed on teineteisest kaugusel x < l piki nende ühist telge $[A_1, A_2 \ll (x l)^2, x^2]$. Leidke magnetvälja koguenergia E_m selles süsteemis.
- b) Leidke elektromotoorjõud \mathcal{E}_1 ja \mathcal{E}_2 , mis genereeritakse poolidel, kui üht tõmmatakse välja kiirusega v.
- c) Leidke jõud F, mida on vaja, et tõmmata üht pooli väljapoole.

Ülesanne 31. (E-S 2012, P7) Vaadelgem vabalt deformeeritavat isolatsiooniga elektrijuhet pikkusega 2l, mille mõlemad otsad on kinnitatud lähestikku lakke, vt joonist. Koormis massiga m on kinnitatud traadi keskpunkti külge (traadi mass on tühine). Süsteem asub horisontaalses homogeenses magnetväljas induktsiooniga B; vabalangemise kiirendus on g. Traadist lastakse läbi vool I.

- a) Visandage traadi kuju.
- b) Millise maksimaalse vahemaa võrra saab sellisel viisil koormist kergitada (suurendades vajadusel voolutuge-

- vust)?
- c) Kirjutage võrrand, millest on võimalik leida koormise kerkimiskõrgus Δh .
- d) Milline voolutugevus I_0 on vajalik selleks, et kergitada koormist vahemaa $\Delta h_0 = l \left(1 \frac{1}{3}\right)$ võrra?



Ülesanne 32. (E-S 2010, P6) Ruumipiirkonnas x>0 on homogeenne z-teljega paralleelne magnetväli induktsiooniga B; piirkonnas x<0 magnetväli puudub. Kaks ühesugust osakest massiga m ja laenguga q asuvad algselt punktides koordinaatidega y=z=0 ning vastavalt $x=L_0$ ja $x=2L_0$. Kummagi osaksese algkiirus on v, piki x-telge magnetvälja suunas. Laengutevahelise elektrostaatilise tõukejõuga mitte arvestada.

- a) Visandage esimese osakese trajektoor ja selle *y*-koordinaadi graaik sõltuvusena ajast.
- b) Visandage laengute vahekauguse L graafik sõltuvusena ajast eeldusel, et $\pi mv/Bq > L$. Milline on osakeste minimaalne vahekaugus L_{min} ?

Ülesanne 33. (PhysCup 2017, P1) Hinnake suurusjärgu täpsusega punktlaengu q ja ringikujulise metallketta raadiusega r, kui punktlaengu paikneb ketta teljel ja ketta ja punktlaengu vaheline kaugus on $L \gg r$, interaktsioonijõudu. Ketta summaarne laeng on 0 ja paksus on tühiselt väike.

Ülesanne 34. (EuPhO 2018, T2) Solenoid pikkusega $l=20\,\mathrm{cm}$ on keritud ümber vertikaalse silindrilise katseklaasi, mis on tehtud klaasist ja täidetud veega. Solenoid on soojuslikult isoleeritud veest. Veesamba kõrgus on umbes $20\,\mathrm{cm}$ võrra suurem solenoidi ülemise osa kõrgusest, katseklaasi diameeter on 1 cm, mähise keerdude arv on N=6000. Atmosfääri rõhk on $p_0=101\,\mathrm{kPa}$, vee temperatuur on $293\,\mathrm{K}$. Vee magnetiline vastuvõtlikkus on $\chi \equiv \mu_r - 1 = -9.04 \times 10^{-6}$. Vaakumi magnetiline läbitavus $\mu_0 = 12.57 \times 10^{-7}\,\mathrm{/m}$. Voolu solenoidis suurendatakse aeglaselt kuni vesi mähises hakkab keema. Millisel voolutugevusel see juhtub? Vajadusel tee mõistlikke lihtsustusi. Vajalik voolutugevus võib olla mõnevõrra liiga suur tänapäevase tehnoloogia jaoks.

