Задача А. Проверка сбалансированности (!) (1 балл)

Имя входного файла: balance.in Имя выходного файла: balance.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

АВЛ-дерево является сбалансированным в следующем смысле: для любой вершины высота ее левого поддерева отличается от высоты ее правого поддерева не больше, чем на единицу.

Введем понятие баланса вершины: для вершины дерева V ее баланс B(V) равен разности высоты правого поддерева и высоты левого поддерева. Таким образом, свойство АВЛ-дерева, приведенное выше, можно сформулировать следующим образом: для любой ее вершины V выполняется следующее неравенство:

$$-1 \le B(V) \le 1$$
.

Дано двоичное дерево поиска. Для каждой его вершины требуется определить ее баланс.

Формат входного файла

Входной файл содержит описание двоичного дерева. В первой строке файла находится число N ($1 \le N \le 200000$) — число вершин в дереве. В последующих N строках файла находятся описания вершин дерева. В (i+1)-ой строке файла ($1 \le i \le N$) находится описание i-ой вершины, состоящее из трех чисел K_i , L_i , R_i , разделенных пробелами — ключа в i-ой вершине ($|K_i| \le 10^9$), номера левого ребенка i-ой вершины ($i < L_i \le N$ или $L_i = 0$, если левого ребенка нет) и номера правого ребенка i-ой вершины ($i < R_i \le N$ или $R_i = 0$, если правого ребенка нет).

Все ключи различны. Гарантируется, что данное дерево является деревом поиска.

Формат выходного файла

Для i-ой вершины в i-ой строке выведите одно число — баланс данной вершины.

balance.in	balance.out
6	3
-2 0 2	-1
8 4 3	0
9 0 0	0
3 5 6	0
0 0 0	0
6 0 0	

Задача В. Делаю я левый поворот... (2 балла)

Имя входного файла: rotation.in Имя выходного файла: rotation.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Для балансировки ABЛ-дерева при операциях вставки и удаления производятся *левые* и *правые* повороты. Левый поворот в вершине производится, когда баланс этой вершины больше 1, аналогично, правый поворот производится при балансе, меньшем -1.

Существует два разных левых (как, разумеется, и правых) поворота: большой и малый левый поворот.

Малый левый поворот осуществляется следующим образом:

Заметим, что если до выполнения малого левого поворота был нарушен баланс только корня дерева, то после его выполнения все вершины становятся сбалансированными, за исключением случая, когда у правого ребенка корня баланс до поворота равен -1. В этом случае вместо малого левого поворота выполняется большой левый поворот, который осуществляется так:

Дано дерево, в котором баланс корня равен 2. Сделайте левый поворот.

Формат входного файла

Входной файл содержит описание двоичного дерева. В первой строке файла находится число N ($3 \le N \le 200000$) — число вершин в дереве. В последующих N строках файла находятся описания вершин дерева. В (i+1)-ой строке файла ($1 \le i \le N$) находится описание i-ой вершины, состоящее из трех чисел K_i , L_i , R_i , разделенных пробелами — ключа в i-ой вершине ($|K_i| \le 10^9$), номера левого ребенка i-ой вершины ($i < L_i \le N$ или $L_i = 0$, если левого ребенка нет) и номера правого ребенка i-ой вершины ($i < R_i \le N$ или $R_i = 0$, если правого ребенка нет).

Все ключи различны. Гарантируется, что данное дерево является деревом поиска. Баланс корня дерева (вершины с номером 1) равен 2, баланс всех остальных вершин находится в пределах от -1 до 1.

Формат выходного файла

Выведите в том же формате дерево после осуществления левого поворота. Нумерация вершин может быть произвольной при условии соблюдения формата. Так, номер вершины должен быть меньше номера ее детей.

rotation.in	rotation.out
7	7
-2 7 2	3 2 3
8 4 3	-2 4 5
9 0 0	8 6 7
3 5 6	-7 0 0
0 0 0	0 0 0
6 0 0	6 0 0
-7 0 0	9 0 0

Задача С. Вставка в АВЛ-дерево (2 балла)

Имя входного файла: addition.in Имя выходного файла: addition.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вставка в ABЛ-дерево вершины V с ключом X при условии, что такой вершины в этом дереве нет, осуществляется следующим образом:

- \bullet находится вершина W, ребенком которой должна стать вершина V;
- \bullet вершина V делается ребенком вершины W;
- \bullet производится подъем от вершины W к корню, при этом, если какая-то из вершин несбалансирована, производится, в зависимости от значения баланса, левый или правый поворот.

Первый этап нуждается в пояснении. Спуск до будущего родителя вершины V осуществляется, начиная от корня, следующим образом:

- \bullet Пусть ключ текущей вершины равен Y.
- \bullet Если X < Y и у текущей вершины есть левый ребенок, переходим к левому ребенку.
- ullet Если X < Y и у текущей вершины нет левого ребенка, то останавливаемся, текущая вершина будет родителем новой вершины.
- \bullet Если X > Y и у текущей вершины есть правый ребенок, переходим к правому ребенку.
- \bullet Если X > Y и у текущей вершины нет правого ребенка, то останавливаемся, текущая вершина будет родителем новой вершины.

Отдельно рассматривается следующий крайний случай — если до вставки дерево было пустым, то вставка новой вершины осуществляется проще: новая вершина становится корнем дерева.

Формат входного файла

Входной файл содержит описание двоичного дерева, а также ключа вершины, которую требуется вставить в дерево.

В первой строке файла находится число N ($0 \le N \le 200000$) — число вершин в дереве. В последующих N строках файла находятся описания вершин дерева. В (i+1)-ой строке файла ($1 \le i \le N$) находится описание i-ой вершины, состоящее из трех чисел K_i , L_i , R_i , разделенных пробелами — ключа в i-ой вершине ($|K_i| \le 10^9$), номера левого ребенка i-ой вершины ($i < L_i \le N$ или $L_i = 0$, если левого ребенка нет) и номера правого ребенка i-ой вершины ($i < R_i \le N$ или $R_i = 0$, если правого ребенка нет).

Все ключи различны. Гарантируется, что данное дерево является корректным АВЛ-деревом.

В последней строке содержится число X ($|X| \le 10^9$) — ключ вершины, которую требуется вставить в дерево. Гарантируется, что такой вершины в дереве нет.

Формат выходного файла

Выведите в том же формате дерево после осуществления операции вставки. Нумерация вершин может быть произвольной при условии соблюдения формата.

addition.in	addition.out
2	3
3 0 2	4 2 3
4 0 0	3 0 0
5	5 0 0

Задача D. Удаление из АВЛ-дерева (2 балла)

Имя входного файла: deletion.in Имя выходного файла: deletion.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Удаление из $AB\Pi$ -дерева вершины с ключом X, при условии ее наличия, осуществляется следующим образом:

- \bullet путем спуска от корня и проверки ключей находится V удаляемая вершина;
- \bullet если вершина V лист (то есть, у нее нет детей):
 - удаляем вершину;
 - поднимаемся к корню, начиная с бывшего родителя вершины V, при этом если встречается несбалансированная вершина, то производим поворот.
- \bullet если у вершины V не существует левого ребенка:
 - следовательно, баланс вершины равен единице и ее правый ребенок лист;
 - заменяем вершину V ее правым ребенком;
 - поднимаемся к корню, производя, где необходимо, балансировку.
- иначе:
 - находим R самую правую вершину в левом поддереве;
 - переносим ключ вершины R в вершину V;
 - удаляем вершину R (у нее нет правого ребенка, поэтому она либо лист, либо имеет левого ребенка, являющегося листом);
 - поднимаемся к корню, начиная с бывшего родителя вершины R, производя балансировку.

Исключением является случай, когда производится удаление из дерева, состоящего из одной вершины— корня. Результатом удаления в этом случае будет пустое дерево.

Указанный алгоритм не является единственно возможным, но мы просим Вас реализовать именно его, так как тестирующая система проверяет точное равенство деревьев, получающихся в результате.

Формат входного файла

Входной файл содержит описание двоичного дерева, а также ключа вершины, которую требуется удалить из дерева.

В первой строке файла находится число N ($1 \le N \le 200000$) — число вершин в дереве. В последующих N строках файла находятся описания вершин дерева. В (i+1)-ой строке файла ($1 \le i \le N$) находится описание i-ой вершины, состоящее из трех чисел K_i , L_i , R_i , разделенных пробелами — ключа в i-ой вершине ($|K_i| \le 10^9$), номера левого ребенка i-ой вершины ($i < L_i \le N$ или $L_i = 0$, если левого ребенка нет) и номера правого ребенка i-ой вершины ($i < R_i \le N$ или $R_i = 0$, если правого ребенка нет).

Все ключи различны. Гарантируется, что данное дерево является деревом поиска.

В последней строке содержится число X ($|X| \le 10^9$) — ключ вершины, которую требуется удалить из дерева. Гарантируется, что такая вершина в дереве существует.

Формат выходного файла

Выведите в том же формате дерево после осуществления операции удаления. Нумерация вершин может быть произвольной при условии соблюдения формата.

deletion.in	deletion.out
3	2
4 2 3	3 0 2
3 0 0	5 0 0
5 0 0	
4	

Задача Е. Упорядоченное множество на АВЛ-дереве (3 балла)

 Имя входного файла:
 avlset.in

 Имя выходного файла:
 avlset.out

 Ограничение по времени:
 2 секунды

 Ограничение по памяти:
 256 мегабайт

Если Вы сдали все предыдущие задачи, Вы уже можете написать эффективную реализацию упорядоченного множества на ABЛ-дереве. Сделайте это.

Для проверки того, что множество реализовано именно на ABЛ-дереве, мы просим Вас выводить баланс корня после каждой операции вставки и удаления.

Операции вставки и удаления требуется реализовать точно так же, как это было сделано в предыдущих двух задачах, потому что в ином случае баланс корня может отличаться от требуемого.

Формат входного файла

В первой строке файла находится число N ($1 \le N \le 200000$) — число операций над множеством. Изначально множество пусто. В каждой из последующих N строк файла находится описание операции.

Операции бывают следующих видов:

- А x вставить число x в множество. Если число x там уже содержится, множество изменять не следует.
- D x удалить число x из множества. Если числа x нет в множестве, множество изменять не следует.
- \bullet С x проверить, есть ли число x в множестве.

Формат выходного файла

Для каждой операции вида С x выведите Y, если число x содержится в множестве, и N, если не содержится.

Для каждой операции вида $\mathbf{A} x$ или $\mathbf{D} x$ выведите баланс корня дерева после выполнения операции. Если дерево пустое (в нем нет вершин), выведите 0.

Вывод для каждой операции должен содержаться на отдельной строке.

avlset.in	avlset.out
6	0
A 3	1
A 4	0
A 5	Y
C 4	N
C 6	-1
D 5	