Raport 2

Klaudia Balcer

31 marca 2020

Spis treści

1 Zadanie 1

a

Wyestymowana macierz kowariancji: $\begin{pmatrix} 46.229542 & -0.24821804 & -3.06203011 \\ -0.248218 & 0.06155249 & -0.02382592 \\ -3.062030 & -0.02382592 & 0.23084660 \end{pmatrix}$

Wariancje odpowiednio estymatorów b_0, b_1, b_2:
$\mathrm{Var(b_0)} = 6.7985^2$ $\quad \mathrm{Var(b_1)} = 0.2481^2$ $\quad \mathrm{Var(b_2)} = 0.4804^2$
Możemy zauważyć, że są one równe kolejnym wyrazom na przekątnej w macierzy kowariancji. Znając właściwości macierzy kowariancji tego też się spodziewaliśmy.

b Będziemy testować, czy obie zmienne objaśniające nie mają wpływu na zmienną objaśnianą:
$H_0: \quad \beta_1 = \beta_2 = 0$
$H_1: \quad \beta 1 \neq 0 \vee \beta_2 \neq 0$
Przez M_1 oznaczę model składający się tylko z Interceptu, przez M_2 - pełny model.
Wykorzystam statystykę deviance.
$D(M_2) - D(M_1) = 39.74338 > 5.991465 = qchisq(0.95, 2)$
Czyli odrzucamy hipotezę zerową na rzecz alternatywnej, że co najmniej jedna ze zmiennym objaśniających ma wpływ na zmienną objaśnianą.

c Będziemy testować, czy rozkład zmiennych jest zgodny z założonym modelem.
$H_0:$ rozkład zmiennych jest zgodny z modelem
$H_1:$ rozkład zmiennych nie jest zgodny z modelem
Wykorzystam statystykę Null deviance. Pochodzi ona z rozkładu χ^2 z $n-p$ stopniami swobody.
$D = 28.286 < 64.00111 = qchisq(0.95, 47)$
Czyli nie odrzucamy hipotezy zerowej, że dane są zgodne z założonym modelem.

d

epsilon - dodatnia tolerancja konwergencji ϵ; parametr decyduje o zatrzymaniu iteracji przy wyznaczaniu estymatora wektora β, gdy $\frac{|dev-dev_{old}|}{|dev|+0.1} < \epsilon$.

epsilon	Fisher steps	intercept	p-value	numeraacy	p value	anxiety	p-value
defult: 1e-8	6	14.2386	0.03623 *	0.5774	0.01995 *	-1.3841	0.00396 **
1e-1	3	12.8901	0.012770 *	0.5376	0.007975 **	-1.2640	0.000182 ***
1e-2	4	14.0925	0.02420 *	0.5735	0.01430 *	-1.3713	0.00151 **
1e-3	5	14.2368	0.03463 *	0.5773	0.01930 *	-1.3839	0.00359 **
1e-6	6	4.2386	0.03623 *	0.5774	0.01995 *	-1.3841	0.00396 **

Tak jak się spodziewaliśmy - im mniejsza tolerancja, tym większa liczba iteracji, by dostać model, który jej nie będzie przekraczał.

Warto zwrócić uwagę, że estymatory współczynników regresji i ich p-wartości dla epsilon=1e-8 i epsilon=1e-6 wyszły identyczne. Dlaczego tak się stało? Dokładność do 1e-8 i do 1e-6 wymagała tej samej liczby iteracji, co za tym idzie - stworzyła identyczne modele (*zmiana modelu* następuje po każdej kolejnej iteracji).

Co ciekawe, dokładność przybliżeń nie powodowała pomniejszenia p-wartości. Idealnie dopasowane do danych równanie dostajemy, gdy n jest niewiększe niż p, jednak niekoniecznie będzie to dobry model. Mała próba może nie oddawać faktycznego stanu rzeczy, a model na niej oparty może dobrze poasować do danych, lecz słabo przystawać do rzeczywistości.

2 Zadanie 2

W tej implementacji zadania użyłam modelu z interceptem (domyślna wartość w eRze – i zazwyczaj podstaw do odrzucenia istotności interceptu szukamy w modelu, toteż w trakcie symulacji nie zakładałam znajomości sposobu generowania danych).

Macierz informacji Fishera w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3)'$:

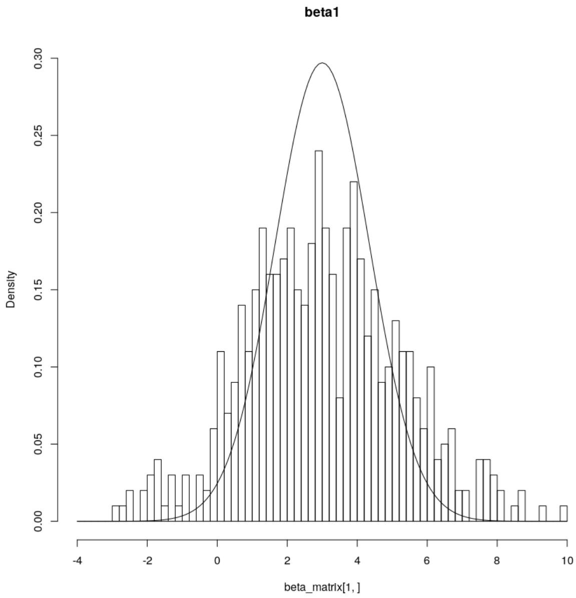
$$\begin{pmatrix} 93.88248217 & 0.179727538 & -0.159775259 & 0.034361566 \\ 0.17972754 & 0.223509010 & 0.009793625 & 0.015198422 \\ -0.15977526 & 0.009793625 & 0.237745775 & 0.002183475 \\ 0.03436157 & 0.015198422 & 0.002183475 & 0.242009800 \end{pmatrix}$$

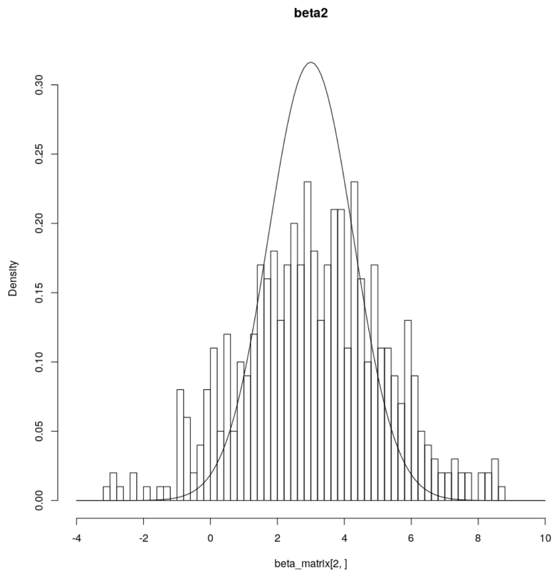
Macierz kowariancji w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3)'$:

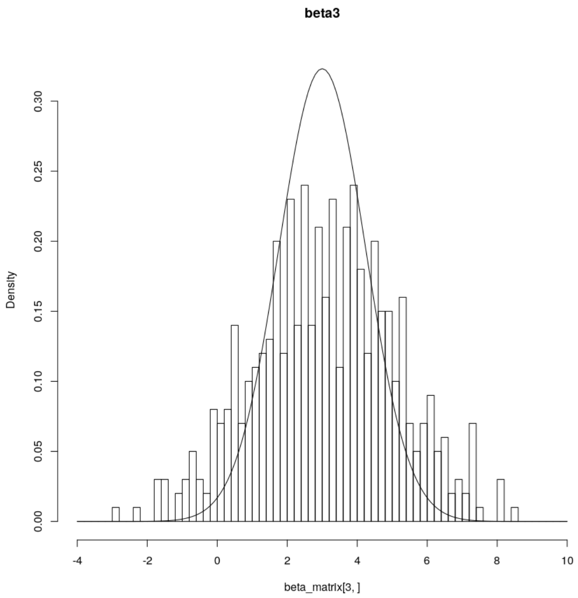
$$\begin{pmatrix} 0.010681788 & -0.008850383 & 0.007552645 & -0.001028975 \\ -0.008850383 & 4.508547010 & -0.189098335 & -0.280177897 \\ 0.007552645 & -0.189098335 & 4.219289342 & -0.027264345 \\ -0.001028975 & -0.280177897 & -0.027264345 & 4.150051563 \end{pmatrix}$$

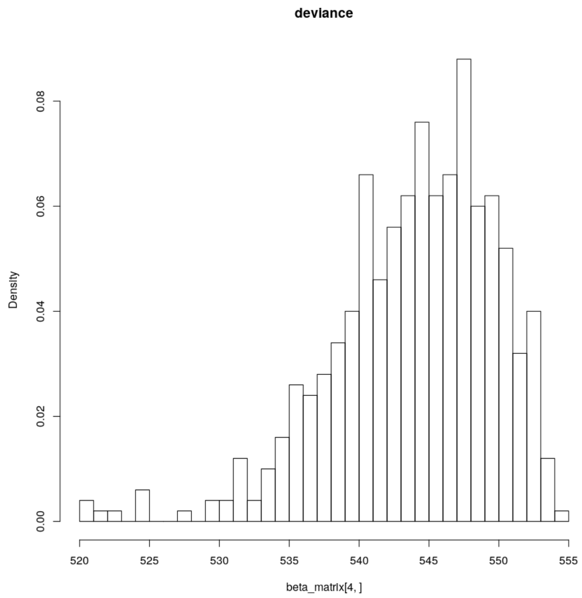
a Histogramy β_i i deviance:

Wzbogaciłam histogramy o odpowiednie funkcje gęstości, ze średnią równą 3 i wariancją z odpowiednich wyrazów diagonali macierzy kowariancji. Zgodność empirycznego i teoretycznego rozkładu, jak na 500-elementową próbę, wydaje się być całkiem przyzowita.









Dorysowywanie gęstości rozkładu χ^2 uznałam za mylące, gdyż znacząca część nośnika przy tak wielu stopniach swobody jest dość rozległa i nie wpsółgra z uzyskanym histogramem (nie z powodu błędu, a właściwości rozkładu).

b Obciążenia estymatorów $\widehat{\beta}_i$:

$\mathrm{bias(b_1)} = 0.03043006$
$\mathrm{bias(b_2)} = 0.09967832$
$\mathrm{bias(b_3)} = 0.08806881$
Obciżenia estymatorów powodują błędy względne rzędu $1 - 3\%$, błędy bezwzględne $< .1$. Jest to akceptowalne przy próbie wielkości 500.

c By wyestymować macierz kowariancji utworzyłam model regresji logistycznej dla każdego z 500 wektorów odpowiedzi. Na tej podstawie za pomocą średniej próbkowej predykcyjnych wartości p_i obliczyłam wyrazy na diagonali macierzy wagowej.

Wyestymowana macierz kowariancji :

$$\begin{pmatrix} 0.010220217 & -0.01045698 & 0.005532991 & -0.002813691 \\ -0.010456976 & 4.35159156 & -0.136929781 & -0.213848453 \\ 0.005532991 & -0.13692978 & 4.057571083 & 0.011764252 \\ -0.002813691 & -0.21384845 & 0.011764252 & 4.025174111 \end{pmatrix}$$

Jest ona stosunkowo bliska asymptotycznej macierzy kowariancji [przedstawionej na początku zadania].

3 Zadanie 3

Metoda implementacji poniższych zadań jest analogiczna do zadania 2., toteż skupię się na omówieniu różnic miedzy wynikami.

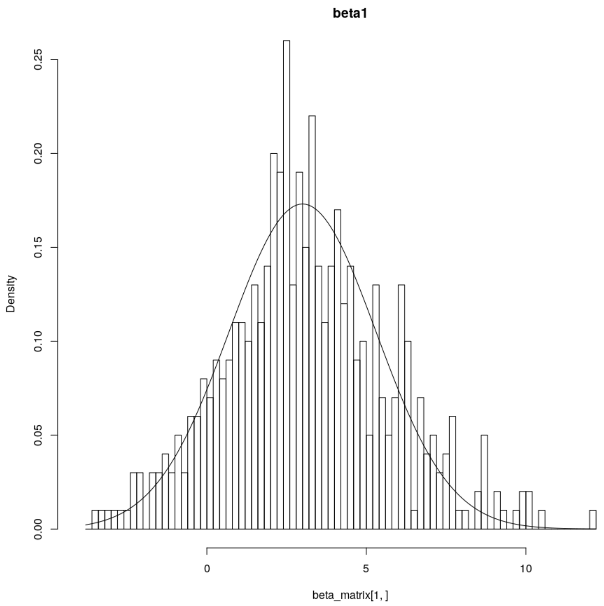
Macierz informacji Fishera w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3)'$:

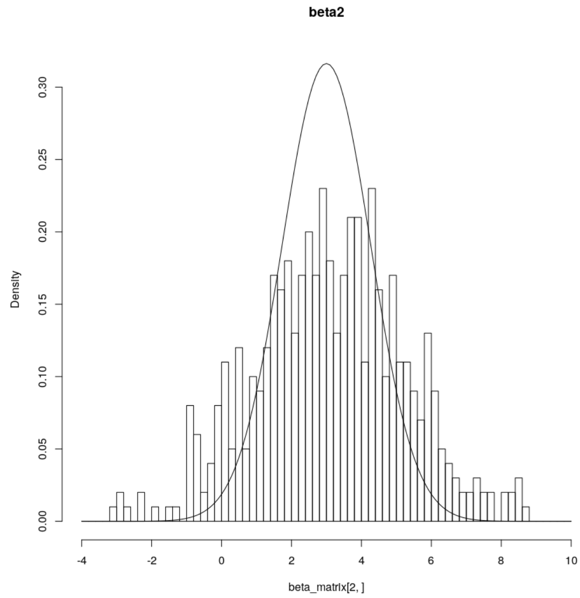
$$\begin{pmatrix} 23.37740799 & 0.20012579 & 0.0730452891 & -0.1182702554 \\ 0.20012579 & 0.19255387 & 0.0244930108 & 0.0108764657 \\ 0.07304529 & 0.02449301 & 0.3058456161 & 0.0002064384 \\ -0.11827026 & 0.01087647 & 0.0002064384 & 0.1838149952 \end{pmatrix}$$

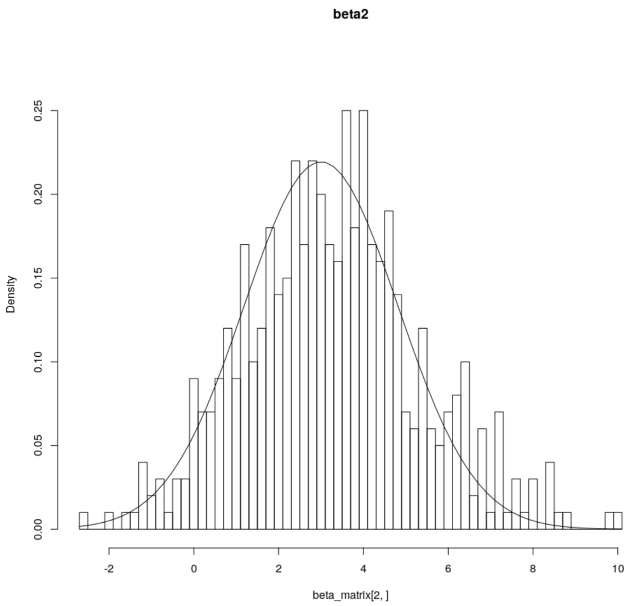
Macierz kowariancji w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3)'$:

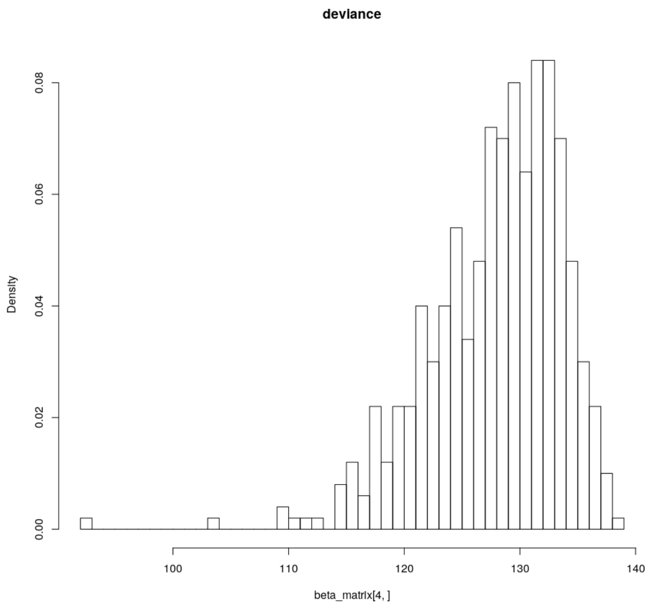
$$\begin{pmatrix} 0.043345313 & -0.04592748 & -0.006694844 & 0.03061432 \\ -0.045927480 & 5.31318510 & -0.414294670 & -0.34347037 \\ -0.006694844 & -0.41429467 & 3.304389183 & 0.01649543 \\ 0.030614325 & -0.34347037 & 0.016495434 & 5.48025530 \end{pmatrix}$$

a Histogramy β_i i deviance:









Dopasowanie histogramów do asymptotycznych gęstości jest na pdoobnym poziomie, co w zadaniu 2.

b Obciążenia estymatorów $\widehat{\beta_i}$:

$\mathrm{bias(b_1)} = 0.135795$
$\mathrm{bias(b_2)} = 0.263659$
$\mathrm{bias(b_3)} = 0.1375891$

Zmiejszenie n powoduje zwiększenie obciążenia estymatorów β. Dla $n = 100$ obciążenia te dają błąd względny rzędu $4 - 9$

c Wyestymowana macierz kowariancji :
$$\begin{pmatrix} 0.04372489 & -0.05334905 & -0.01142417 & 0.02605673 \\ -0.05334905 & 5.50634710 & -0.11490675 & -0.24234393 \\ -0.01142417 & -0.11490675 & 3.53382363 & 0.25994266 \\ 0.02605673 & -0.24234393 & 0.25994266 & 5.73923818 \end{pmatrix}$$
Błędy względne estymatorów wariancji estymatorów β:

n	$Var(b_1)$	$Var(b_2)$	$Var(b_3)$
n = 400	0.03481287	0.03832832	0.03009058
n = 100	0.036355216	0.069433239	0.047257447

Błędy bezwzględne estymatorów wariancji estymatorów β:

n	$Var(b_1)$	$Var(b_2)$	$Var(b_3)$
n = 400	0.1569554515	0.1617182589	0.1248774519
n = 100	0.1931619931	0.2294344443	0.2589828765

Asymptotyczna wariancja estymatorów β jest większa dla n=100, ponadto estymacja tej wariancji daje większe błędy względne i bezwzględne. Nie sa to bardzo znaczące różnice, niemniej widocznym jest, że mniejsze n daje słabszą estymację współczynników regresji logistycznej.

4 Zadanie 4

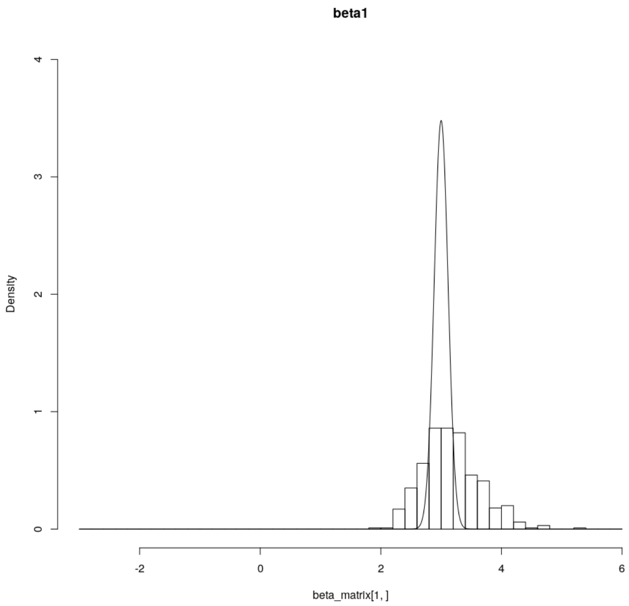
W tym zadaniu zobaczymy zachowanie modelu, gdy zmienne objaśniające są ze sobą zależne (macierz sigma ma niezerowe wyrazy poza przekątną).

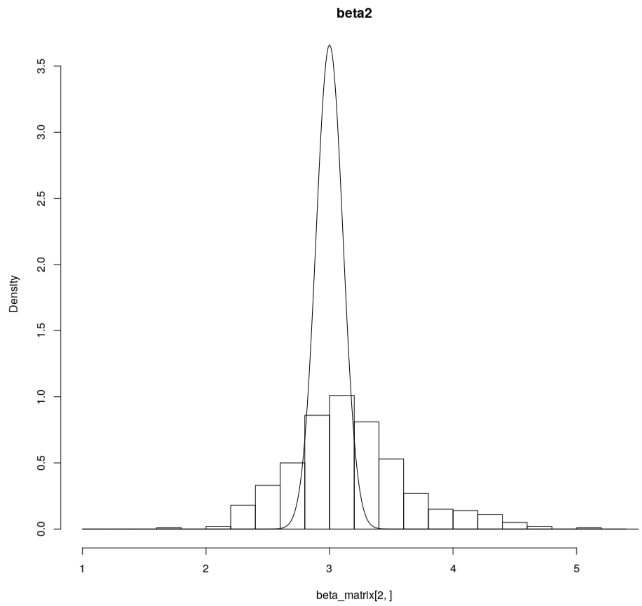
4.1 n=400

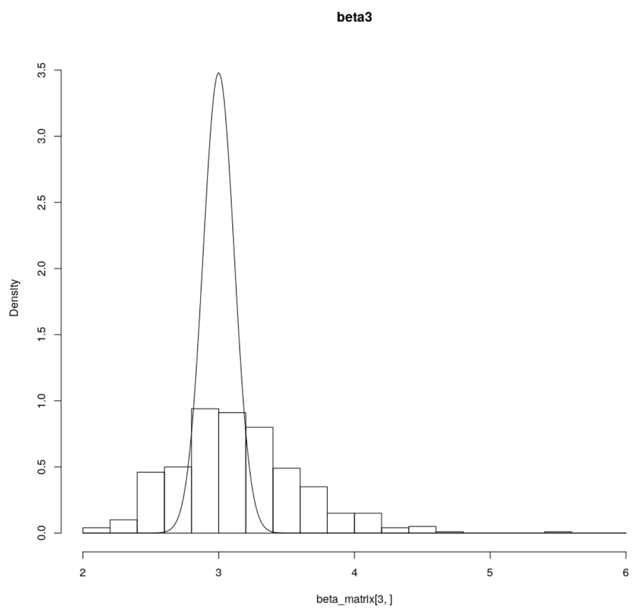
Macierz informacji Fishera w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3)'$:
$$\begin{pmatrix} 90.736208 & -10.20158 & -9.740752 & -7.222384 \\ -10.201579 & 86.30609 & 25.991116 & 21.346668 \\ -9.740752 & 25.99112 & 96.803699 & 25.270194 \\ -7.222384 & 21.34667 & 25.270194 & 85.483793 \end{pmatrix}$$

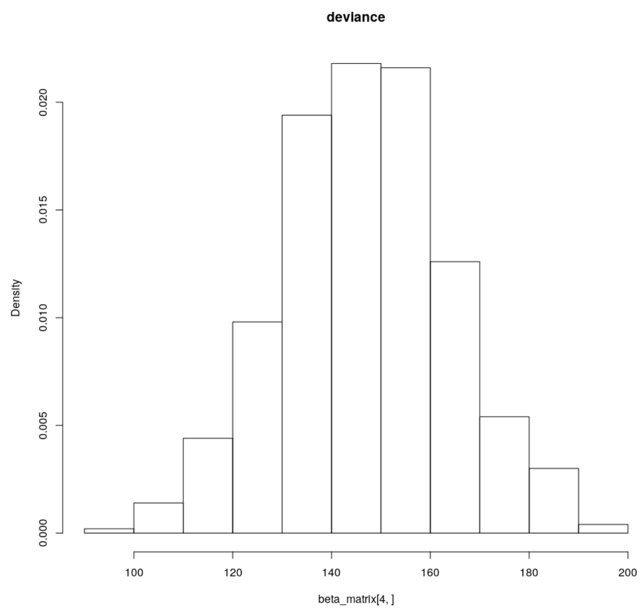
Macierz kowariancji w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3)'$:
$$\begin{pmatrix} 0.0112500109 & 0.000986794 & 0.0007404115 & 0.0004852007 \\ 0.0009867940 & 0.013134626 & -0.0028096292 & -0.0023659878 \\ 0.0007404115 & -0.002809629 & 0.0118760286 & -0.0027465532 \\ 0.0004852007 & -0.002365988 & -0.0027465532 & 0.0131418618 \end{pmatrix}$$
Wyrazy macierzy kowariancji są istotnie mniejsze niż w przypadku niezależnych zmiennych objaśniających.

a Histogramy β_i i deviance:









Histogramy są znacznie dalsze asymptotycznym rozkładom niż w poprzednich zadaniach.

b Obciążenia estymatorów $\widehat{\beta_i}$:

$\mathrm{bias}(\mathrm{b}_1) = 0.1676119$
$\mathrm{bias}(\mathrm{b}_2) = 0.1608707$
$\mathrm{bias}(\mathrm{b}_3) = 0.1424548$

Obciążenie estymatorów współczynników regresji logistycznej przy zależnych zmiennych objaśniających dla 400 obserwacji jest porównywalne z wynikami dla niezależnych X i n=100.

c Wyestymowana macierz kowariancji :

$$\begin{pmatrix} 0.0449141240 & -0.002893998 & -0.0003988058 & -0.002127385 \\ -0.0028939978 & 0.207041169 & 0.1305549846 & 0.130098523 \\ -0.0003988058 & 0.130554985 & 0.1808843803 & 0.129969260 \\ -0.0021273853 & 0.130098523 & 0.1299692596 & 0.190232724 \end{pmatrix}$$

Ze względu na bardzo małe asymptotyczne wariancje b_i błąd względny przy estymacji macierzy kowariancji jest duży. Błąd względny jest jednak na poziomie 0.15 – porównywalnie z wynikami zadania 3.

Przy dużej liczbie obserwacji zależność zmiennych objaśniających nie psuje wyników.

4.2 n=100

Macierz informacji Fishera w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3)'$:

$$\begin{pmatrix} 22.740830 & -2.074993 & -3.256282 & -3.941950 \\ -2.074993 & 21.671551 & 2.760231 & 2.029436 \\ -3.256282 & 2.760231 & 22.268942 & 8.518226 \\ -3.941950 & 2.029436 & 8.518226 & 20.310731 \end{pmatrix}$$

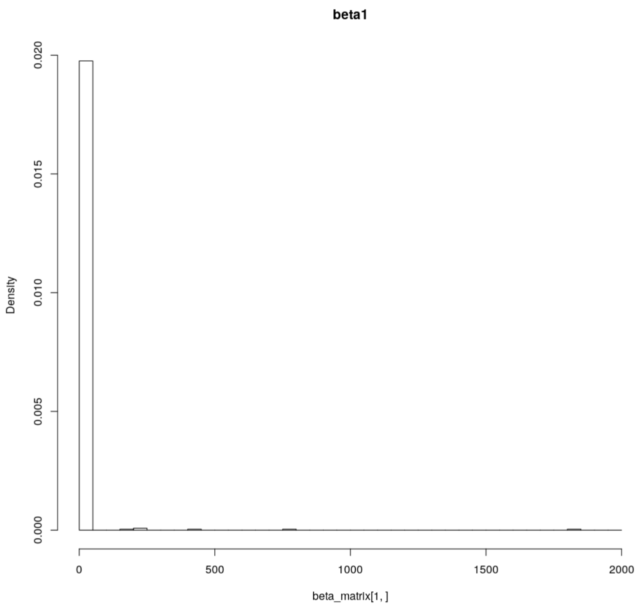
Macierz kowariancji w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3)'$:

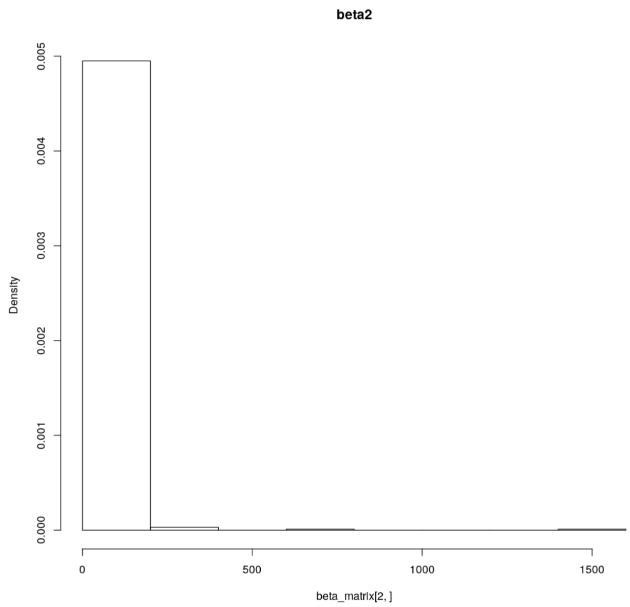
$$\begin{pmatrix} 0.046019148 & 0.003282473 & 0.003610543 & 0.007089267 \\ 0.003282473 & 0.047240237 & -0.004542262 & -0.002178143 \\ 0.003610543 & -0.004542262 & 0.054259507 & -0.021601582 \\ 0.007089267 & -0.002178143 & -0.021601582 & 0.059888198 \end{pmatrix}$$

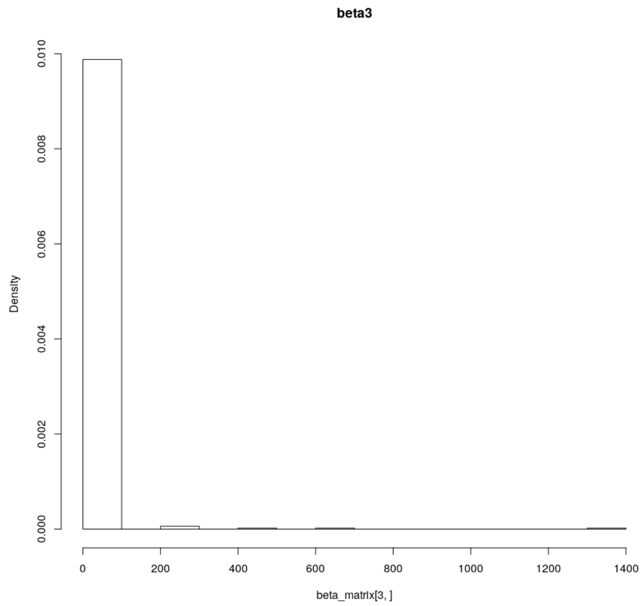
a Histogramy β_i i deviance:

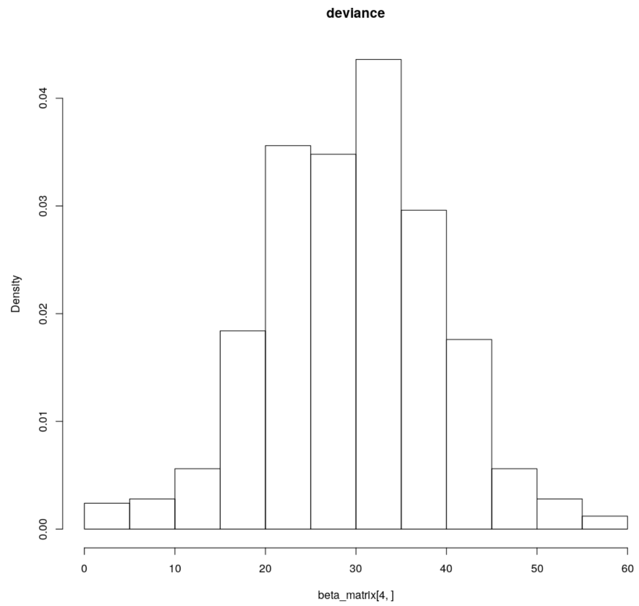
Przed podaniem histogramów pokażę, jak różnie zostały wyestymowane b dla kolejnych wektorów odpowiedzi, podając poniżej najmniejsze i największe wyniki w modelach przy 100 obserwacjach i trzech zależnych zmiennych objaśniających:

	min	maks
β_1	1.557905	1811.040945
β_2	1.470084	1467.833113
β_3	1.399734	1360.790948
deviance	6.791038e-08	5.628472e+01









Patrząc na histogramy nie jesteśmy w stanie wychwycić ewentualnej obecności obserwacji wpływowych, gdyż mamy pewną liczbę obserwacji znacznie odstających i zaburzających obraz rozkladu b. Co wpłynęło na znacznie większe niż wcześniej obciążenia i błąd w estymacji macierzy kowariancji.

b Obciążenia estymatorów $\widehat{\beta_i}$:

bias(b_1) = 8.310843
bias(b_2) = 7.262548
bias(b_3) = 7.435932
Obciążenie jest ogromne.

c Wyestymowana macierz kowariancji :

$$\begin{pmatrix} 1.667433 & -7.14772 & -5.963199 & -5.842985 \\ -7.147720 & 51.05578 & 44.075614 & 43.243116 \\ -5.963199 & 44.07561 & 39.700476 & 37.775696 \\ -5.842985 & 43.24312 & 37.775696 & 37.575716 \end{pmatrix}$$

Wyestymowana macierz absolutnie nie przystaje do macierzy asymptotycznej.

4.3 Wnioski

Dla odpowiednio dużej liczby obserwacji n estymacja wpsółczynników regresji logistycznej daje przyzwoite wyniki. Zmniejszenie n powoduje jednak gwałtowne i znaczne zaburzenia. Zmiany wiarygodności wyników są znacznie większe niż w przypadku niezależnych zmiennych objaśniających. Wymaga to znacznie uważniejszego podejścia (być może eliminując outlierów uzyskalibyśmy bardziej wiarygodne wyniki).

4.4 n=100 - symulacja z odrzuceniem outlierów

Postanowiłam wcielić wnioski w życie i przeprowadzić symulację z wykluczeniem do 6

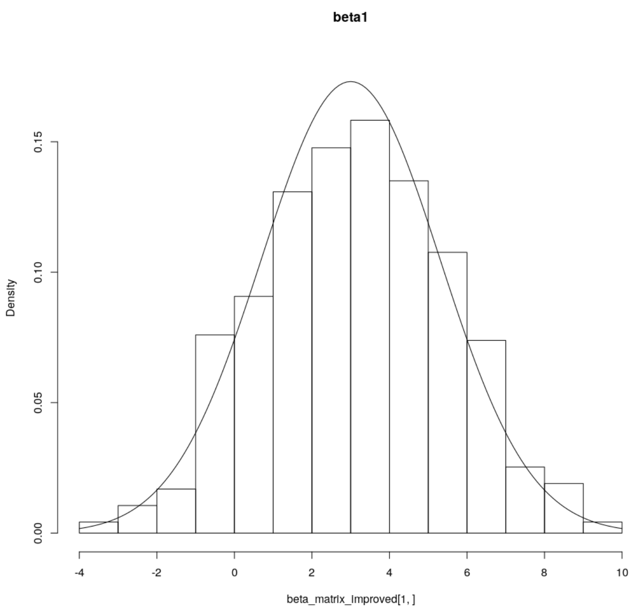
Zmiana w implementacji przedstawiała się następująco:

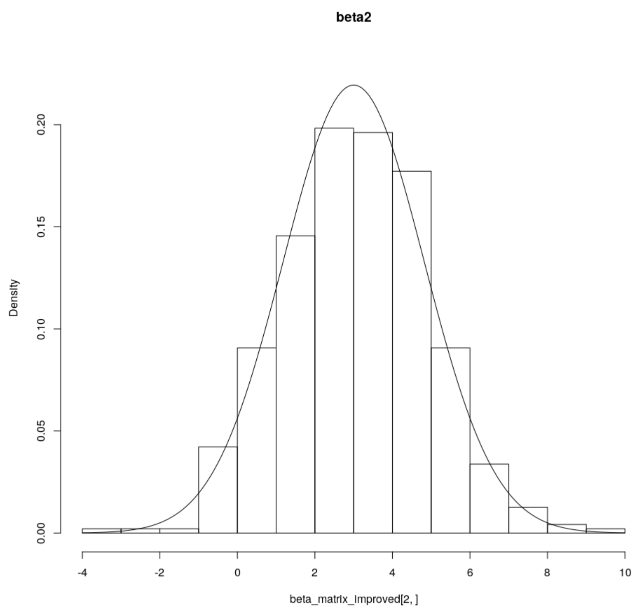
```
beta_matrix <- sapply(seq(500), function(i){
  model <- glm(Y500[,i]~X[,1]+X[,2]+X[,3], family = "binomial") #intercept = FALSE
  c(model$coefficients[2], model$coefficients[3], model$coefficients[4],
   model$deviance, model$coefficients[1])})
```

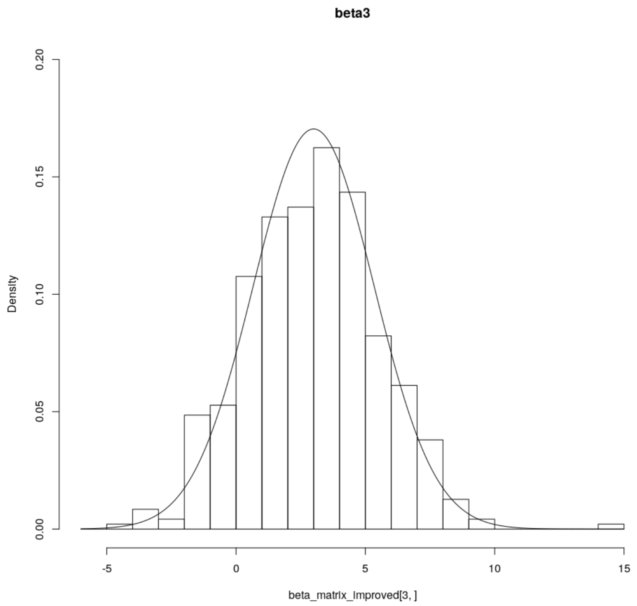
```
mediana <- sapply(seq(5), function(i){median(beta_matrix[i, ])})
err <- sapply(seq(5), function(i){beta_matrix[i, ]-mediana})
to_be_deleted <- sort(c(which(err[,1]>quantile(err[,1], .98)),
which(err[,2]>quantile(err[,2], .98)),
which(err[,3]>quantile(err[,3], .98))))
res <- c()
for(i in 1:500){
  control <- TRUE
  for(j in 1:length(to_be_deleted)){
    if(i==to_be_deleted[j]){
      control <- FALSE
    }
  }
  if(control){res <- c(res, i)}
}
beta_matrix_improved <- beta_matrix[, res]
```

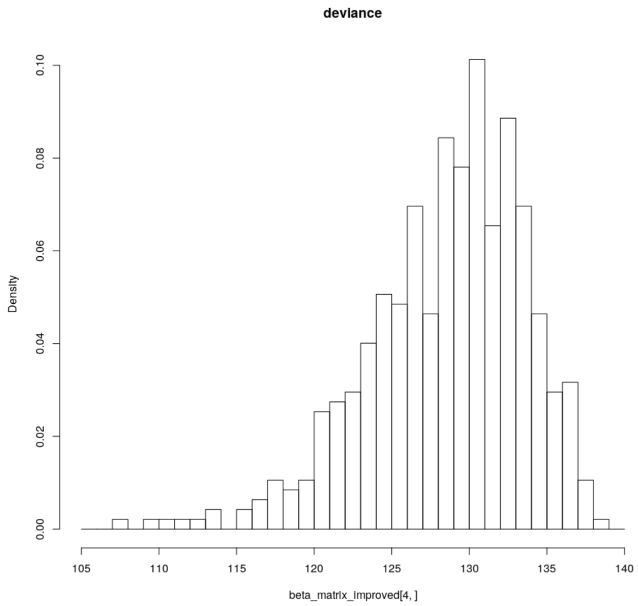
Użyłam nieefektywnej metody z pętlami w R, niemniej jednak nie każda iteracja miała coś zwracać, toteż użycie sapply w tym algorytmie nie może mieć miejsca, a taki właśnie sposób postępowania wydał mi się najbardziej przystępny.

a Histogramy β_i i deviance:









Widzimy, że tylko dla b_3 odrzucenie 2

b Obciążenia estymatorów $\widehat{\beta_i}$:
$bias(b_1) = 0.2378524$
$\text{bias}(\text{b}_2) = 0.2077744$
$\text{bias}(\text{b}_3) = 0.06367604$

Po odrzuceniu obserwacji odstających, obciążenie estymatora współczynników regresji logistycznej wróciło do stanu akceptowalnego.

c Wyestymowana macierz kowariancji:

$$\begin{pmatrix} 0.04370757 & -0.05367444 & -0.01181205 & 0.02582357 \\ -0.05367444 & 5.51410242 & -0.11219826 & -0.24211123 \\ -0.01181205 & -0.11219826 & 3.52694892 & 0.24985040 \\ 0.02582357 & -0.24211123 & 0.24985040 & 5.72262367 \end{pmatrix}$$

Macierz kowariancji estymatorów różni się znacznie od asymptotycznej, niemniej jednak i tutaj wyrzucenie outlierów zmniejszyło błąd.

5 Zadanie 5

5.1 n=400

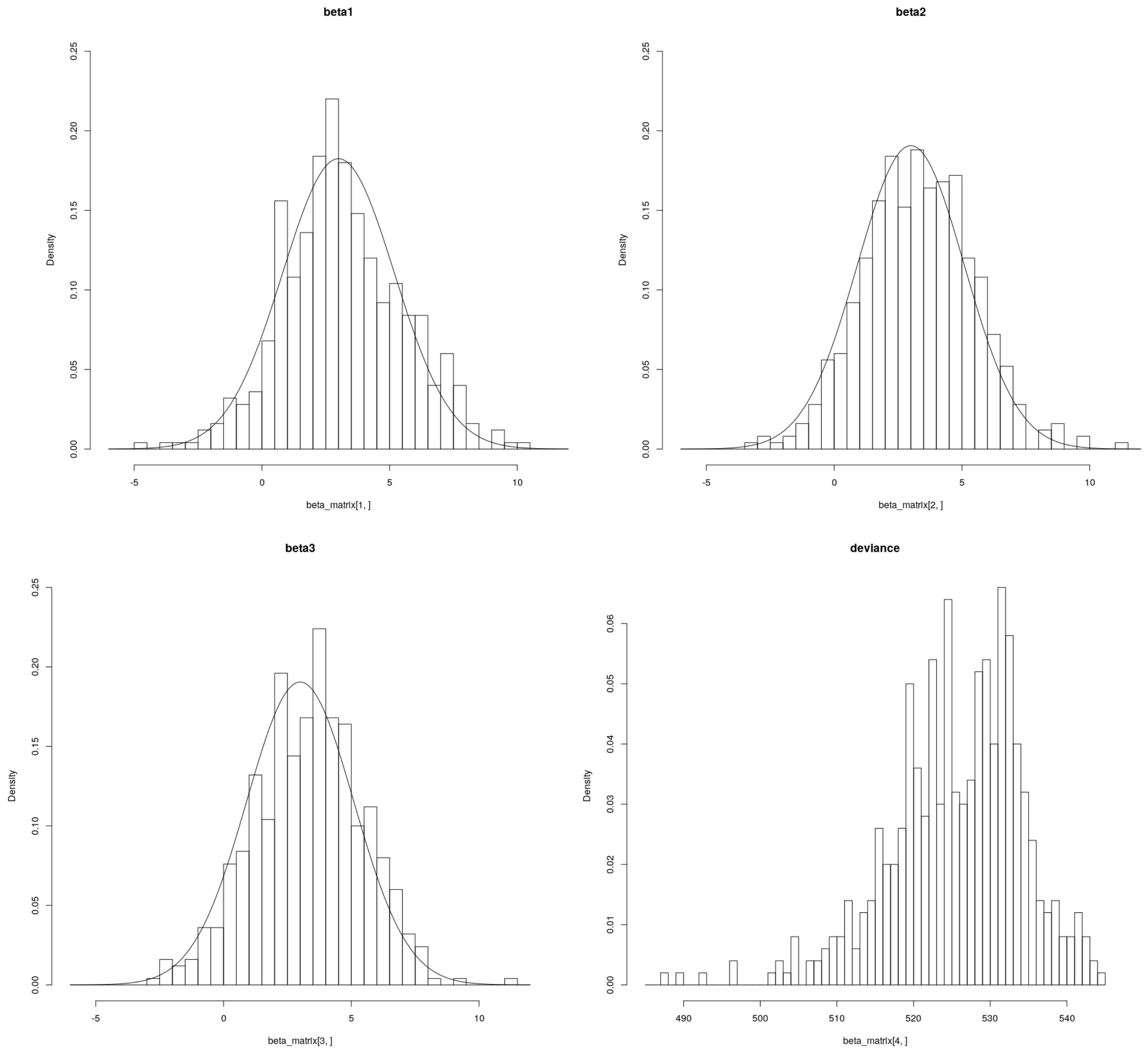
Macierz informacji Fishera w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3, 0, 0, 0, \ldots)'$:

$$\begin{pmatrix} 93.88248217 & 0.179727538 & -0.159775259 & 0.034361566 & -0.385143555 & 0.179330740 & \ldots \\ 0.17972754 & 0.223509010 & 0.009793625 & 0.015198422 & -0.015505792 & 0.007263230 & \ldots \\ -0.15977526 & 0.009793625 & 0.237745775 & 0.002183475 & 0.010042652 & 0.011403094 & \ldots \\ 0.03436157 & 0.015198422 & 0.002183475 & 0.242009800 & 0.005705871 & 0.014241778 & \ldots \\ -0.38514356 & -0.015505792 & 0.010042652 & 0.005705871 & 0.223683084 & -0.009582992 & \ldots \\ 0.17933074 & 0.007263230 & 0.011403094 & 0.014241778 & -0.009582992 & 0.256719151 & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ddots \end{pmatrix}$$

Macierz kowariancji w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3, 0, 0, 0, \ldots)'$:

$$\begin{pmatrix} 0.010973611 & -0.006128395 & 0.006483011 & 0.001019718 & 0.01824566 & -0.008019834 & \dots \\ -0.006128395 & 4.779311111 & -0.242867545 & -0.299172835 & 0.32174181 & -0.068019713 & \dots \\ 0.006483011 & -0.242867545 & 4.376532047 & -0.046809947 & -0.22782025 & -0.246101675 & \dots \\ 0.001019718 & -0.299172835 & -0.046809947 & 4.384208925 & -0.10465954 & -0.235519218 & \dots \\ 0.018245656 & 0.321741814 & -0.227820255 & -0.104659539 & 4.69594841 & 0.282330614 & \dots \\ -0.008019834 & -0.068019713 & -0.246101675 & -0.235519218 & 0.28233061 & 4.166461237 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}$$

a Histogramy $\beta_{1,2,3}$ i deviance:



b Obciążenia estymatorów $\widehat{\beta_{1,2,3}}$:

bias(b_1) $= 0.163725$
bias(b_2) $= 0.2955454$
bias(b_3) $= 0.3109781$

c Wyestymowana macierz kowariancji :

$$\begin{pmatrix} 1.122355e-02 & -0.007194674 & 0.004279991 & 7.857526e-05 & 0.01555513 & -0.007613947 & \dots \\ -7.194674e-03 & 4.889265050 & -0.250790032 & -3.539216e-01 & 0.29441646 & -0.095619358 & \dots \\ 4.279991e-03 & -0.250790032 & 4.480899217 & -6.125341e-02 & -0.19637423 & -0.244461138 & \dots \\ 7.857526e-05 & -0.353921630 & -0.061253410 & 4.475031e+00 & -0.10582805 & -0.257699219 & \dots \\ 1.555513e-02 & 0.294416463 & -0.196374233 & -1.058280e-01 & 4.74489495 & 0.251669327 & \dots \\ -7.613947e-03 & -0.095619358 & -0.244461138 & -2.576992e-01 & 0.25166933 & 4.273667462 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}$$

5.2 n=100

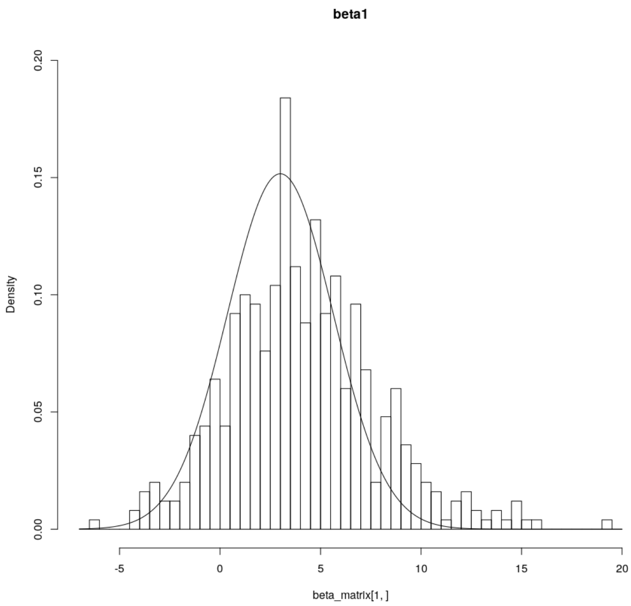
Macierz informacji Fishera w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3, 0, 0, 0, \dots)'$:

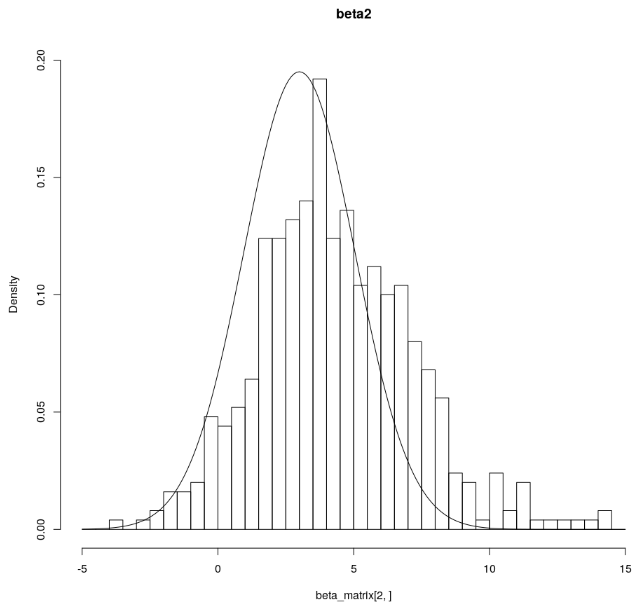
$$\begin{pmatrix} 23.37740799 & 2.001258e-01 & 0.0730452891 & -0.1182702554 & 1.636312e-01 & -0.127307567 & \dots \\ 0.20012579 & 1.925539e-01 & 0.0244930108 & 0.0108764657 & -9.578576e-05 & 0.033875710 & \dots \\ 0.07304529 & 2.449301e-02 & 0.3058456161 & 0.0002064384 & -4.111820e-02 & -0.014239494 & \dots \\ -0.11827026 & 1.087647e-02 & 0.0002064384 & 0.1838149952 & 8.124780e-03 & 0.003642053 & \dots \\ 0.16363119 & -9.578576e-05 & -0.0411182042 & 0.0081247801 & 2.062045e-01 & -0.018203970 & \dots \\ -0.12730757 & 3.387571e-02 & -0.0142394937 & 0.0036420533 & -1.820397e-02 & 0.274174406 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}$$

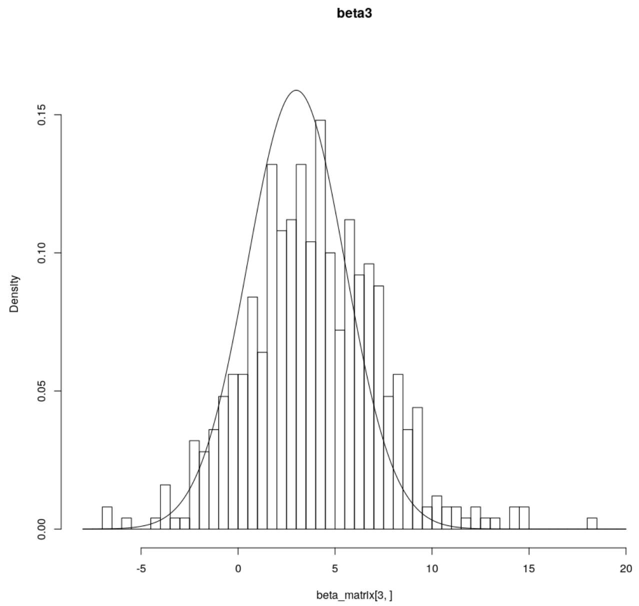
Macierz kowariancji w puncie $\beta = (0, 3, 3, 3, 0, 0, 0, \dots)'$:

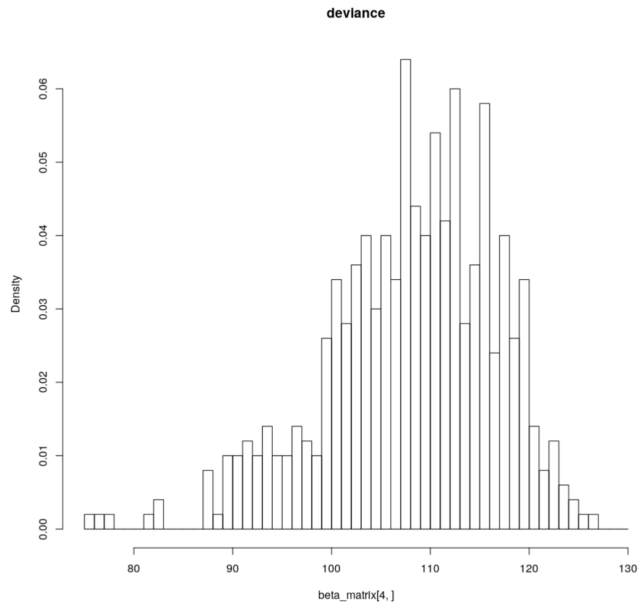
$$\begin{pmatrix} 0.052120649 & 0.01119199 & -0.05506969 & 0.008541025 & -0.04301242 & 0.03285469 & \dots \\ 0.011191987 & 6.92120968 & -1.02118248 & -0.574051068 & -0.07329602 & -0.60041111 & \dots \\ -0.055069690 & -1.02118248 & 4.18269753 & 0.341389399 & 0.79967576 & 0.20227475 & \dots \\ 0.008541025 & -0.57405107 & 0.34138940 & 6.305626489 & -0.36044794 & -0.07965277 & \dots \\ -0.043012418 & -0.07329602 & 0.79967576 & -0.360447936 & 5.61290603 & 0.37125000 & \dots \\ 0.032854694 & -0.60041111 & 0.20227475 & -0.079652768 & 0.37125000 & 4.09708413 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}$$

a Histogramy $\beta_{1,2,3}$ i deviance:









b Obciążenia estymatorów $\widehat{\beta_{1,2,3}}$:

bias(b_1) = 1.119492
bias(b_2) = 1.329651
bias(b_3) = 0.9156808

c Wyestymowana macierz kowariancji :

$$\begin{pmatrix} 0.074450048 & -0.007067676 & -0.1369618 & -0.07468648 & -0.009048333 & 0.04686173 & \dots \\ -0.007067676 & 9.293511554 & -0.9682030 & -0.94835635 & -0.494283441 & -0.99358031 & \dots \\ -0.136961835 & -0.968203014 & 7.0442408 & 1.02462375 & 1.282408102 & -0.98789799 & \dots \\ -0.074686479 & -0.948356346 & 1.0246238 & 8.84023525 & -0.509839140 & -0.91046896 & \dots \\ -0.009048333 & -0.494283441 & 1.2824081 & -0.50983914 & 7.445481563 & 0.36932106 & \dots \\ 0.046861726 & -0.993580312 & -0.9878980 & -0.91046896 & 0.369321062 & 6.37651839 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}$$

5.3 Wnioski:

Przy zmianie n obserwujemy sytuację analogiczną co dla p=3.

Zwiększenie p spowodowało większe zaszumienie. Przez co dla obu zadanych n wyniki okazały się słabsze niż w zadaniach 2 i 3. Są to błędy zauważalne, ale w zależności od sytuacji mogą się okazać akceptowalne (a także skłonić do poszukiwania lepszego modelu - o mniejszej ilości zmiennych objaśniających).