

Методы дифференцирования функций в математическом анализе.

Рассмотрим функцию

$$x^2$$

Упростим выражение

$$x^2$$

Очевидно, данное выражение не нуждается в упрощении.

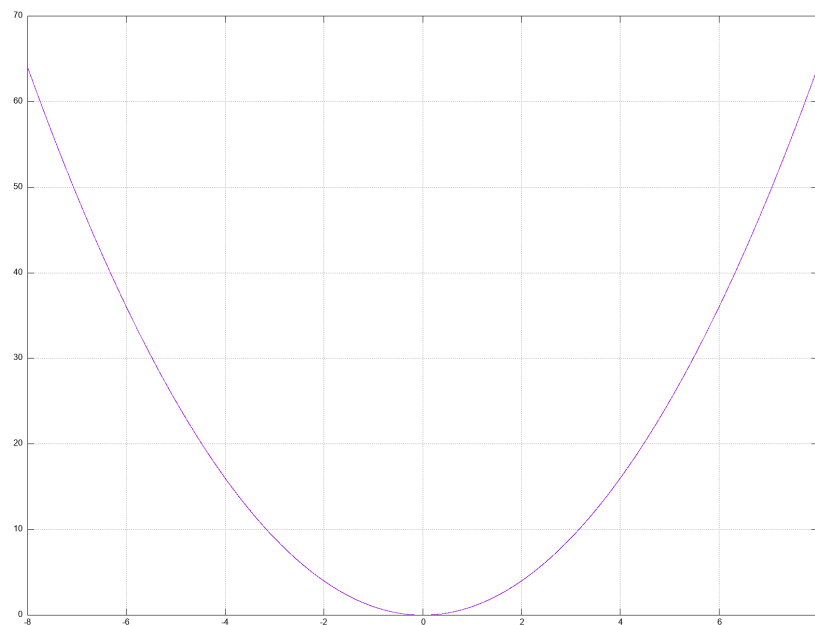


Рис. 1: График функции

Нахождение производной.

Продифференцируем выражение

$$x^2$$

Продифференцируем выражение

$$x$$

После дифференцирования получаем

$$1$$

Упростим выражение

$$1$$

Очевидно, данное выражение не нуждается в упрощении.

После дифференцирования получаем

$$2 \cdot x^{2-1} \cdot 1$$

Упростим выражение

$$2 \cdot x^{2-1} \cdot 1$$

Получим

$$2 \cdot x$$

Таким образом, производная функции

$$x^2$$

равна

$$2 \cdot x$$

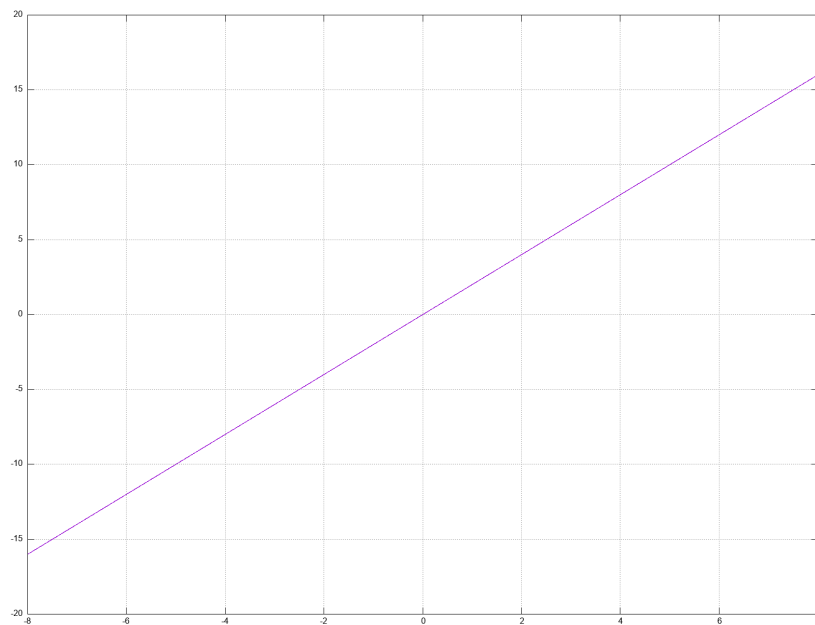


Рис. 2: График производной

Построение касательной.

Зная производную функции, можем построить касательную в точке

$$x_0 = 1$$

Значение функции в точке x_0 равно 1;

Значение производной в точке x_0 равно 2;

Уравнение касательной в точке x_0 :

$$2 \cdot (x - 1) + 1$$

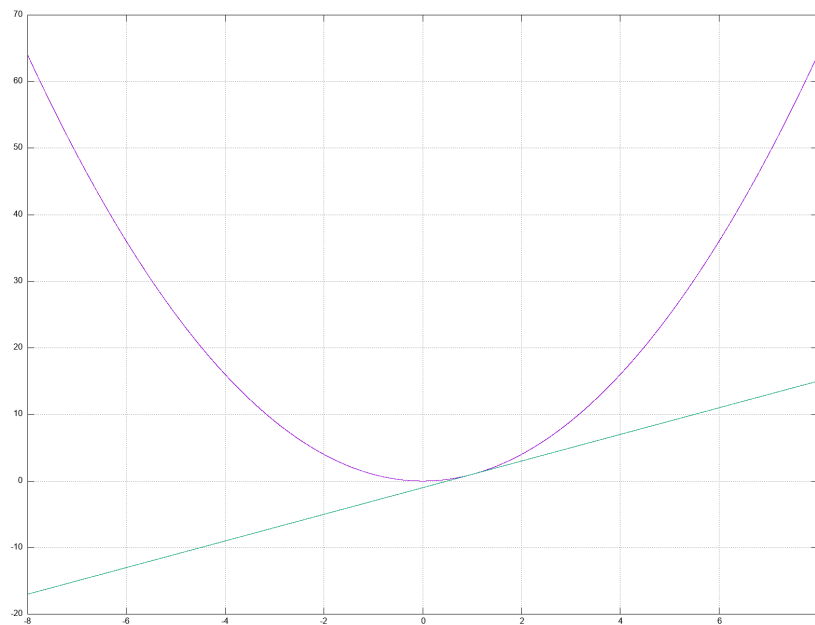


Рис. 3: График касательной

Разложение функции в ряд Тейлора в точке $x_0 = 1$.

Значение функции при $x = x_0$ равно 1.

1-я производная функции равна

$$2 \cdot x$$

Значение 1-й производной при $x = x_0$ равно 2.

Найдём 2-ю производную функции. Продифференцируем выражение

$$2 \cdot x$$

Продифференцируем выражение

$$x$$

После дифференцирования получаем

$$1$$

Упростим выражение

$$4$$

$$1$$

Очевидно, данное выражение не нуждается в упрощении.

После дифференцирования получаем

$$2 \cdot 1$$

Упростим выражение

$$2 \cdot 1$$

Получим

$$2$$

2-я производная функции равна

$$2$$

Значение 2-й производной при $x = x_0$ равно 2.

Найдём 3-ю производную функции. Продифференцируем выражение

$$2$$

После дифференцирования получаем

$$0$$

Упростим выражение

$$0$$

Очевидно, данное выражение не нуждается в упрощении.

3-я производная функции равна

$$0$$

$$5$$

Значение 3-й производной при $x = x_0$ равно 0.

Разложение функции в ряд Тейлора в точке x_0 до x^3 :

$$1 + 2 \cdot (x - 1) + \frac{2}{2} \cdot (x - 1)^2 + \frac{0}{6} \cdot (x - 1)^3$$

Упростим выражение

$$1 + 2 \cdot (x - 1) + \frac{2}{2} \cdot (x - 1)^2 + \frac{0}{6} \cdot (x - 1)^3$$

Получим

$$1 + 2 \cdot (x - 1) + (x - 1)^2$$