

Nech existuje optimálne riešenie také, že na jednom tlačidle je hľadané číslo a a na druhom je iné číslo. Musí byť nutne iné, pretože ak by boli rovnaké (iné od 1) tak nemohli vzniknúť, lebo pred tým muselo byť jedno z čísel 0, ale ono muselo byť aspoň 1 – to je prvý krok.

Nemôže to druhé číslo byť však ani väčšie, pretože pred tým sa toto číslo pripočítalo k nášmu hľadanému – nemohlo byť inak, pretože naše číslo práve vzniklo – prvý krát sa objavilo.

Takže na konci budeme mať 2 čísla r a x . $x < r$

Potom posledný ťah nemohol byť iný ako pripočítanie x k $r-x$.

Ak aj $r-x$ bolo väčšie ako x , tak znova sa muselo byť dvojica $r-2*x$ a x

Všeobecne povedané ak má byť v optimálnom riešení niekedy dvojica x a y ($x > y$) na tlačidlách, tak jedine čo mohlo byť pred touto dvojicou je $x-y$ a y ak samozrejme $x=y=1$

lebo na začiatku muselo byť 0 1.

Takže každú dvojicu x a y vieme dostať len jedným spôsobom ktorý vieme získať tak, že ak je $x > y$ tak odčítaj y od x ak $y > x$ tak zas x musíme odčítať od y ak $x=y > 1$ tak nemáme riešenie, pretože pred touto dvojicou mohlo byť len 0 x , a lebo 0 y , inak túto dvojicu nevieme dostať. Ak x alebo y má byť rovné 0, tak potom do druhej nenulové číslo musí byť rovné 1, ale ak nieje, tak sa tam nevieme dostať.

Preto ak chceme nájsť takú postupnosť, takú, aby bolo čo najmenej rovnakých po sebe, tak hľadáme takú dvojicu r, x – ku ktorej (z ktorej) sa vieme dostať takými krokmi, aby bolo čo najmenej po sebe rovnakých.

Takže vypočítame to pre každú dvojicu r, x kde $r \geq x \geq 1$

a vyberieme tú najmenšiu možnosť.

Počítať to vieme nasledovne:

pokiaľ je $r > x$ tak odpočítaj x

ale ak by sme mali dvojicu 1000000 a 1, tak vieme, že by sme stále odpočítavali 1.

koľko krát by sme ju odpočítali aby sme dostali 0 a 1 ?? no 1000000 krát

preto pred r a x ($r > x$) museli byť $r \bmod x$ a x

počet krát koľko sme ho odčítali vieme ako r/x – celočíselné delenie

takže takto v logaritmickom čase (bude to logaritmus vysvetlím neskôr) vieme vypočítať akým spôsobom sa vieme k danej dvojici dostať.

Potom vyberieme už len tú s najmenším počtom po sebe stlačení kde sme stláčali n krát a máme to.

Avšak ak dostaneme nejakú postupnosť znakov H a D ktorými sa vieme k danej dvojici dostať tak ak máme postupnosťHH, tak nič sa nezmení, ak zmeníme posledné H na D – to číslo ktoré chceme nám nevznikne na hornom, ale na dolnom tlačidle

to isté platí aj od ...DD vznikne námDH

Ak budeme mať na začiatku HH....., tak prečo to nezmeniť na HD..... ale všetky ostatné znaky za 2. zmeneným treba dať na opačné

a ešte jeden special case, keď nám vznikne na začiatku D, tak nieje problém ho zmeniť na H – musíme začínať H – potom uplatníme to pravidlo pre druhý znak.

Takto vieme, že reťazec je určite minimálny – najmenej po sebe rovnakých znakov.

Reťazec môže byť až r dlhý napr dvojica r,1 tak potom pamäťová zložitosť je $O(r)$.

Avšak aj keď nájdeme menší reťazec (menej po sebe rovnakých znakov) tak si ho musíme zapísať. Teoreticky pri každej dvojici r,x nám môže vzniknúť menší reťazec (s menším počtom po sebe rovnakých) a tým pádom čas je $O(r \cdot (\log r + r))$

avšak v tom reťazci bude určite hodne po sebe idúcich rovnakých znakov ktoré môžeme jednoducho skomprimovať spôsobom počet rovnakých znakov * znak

Takže pamäť sa nám zmenší na $\log r$. a tým pádom aj čas na $O(r \cdot \log r)$

Prečo dá toto riešenie vždy určite správny výsledok ?? ak také riešenie existuje, tak potom je to jedna z dvojíc r,x

pre každú dvojicu vieme nájsť takú postupnosť stlačení, že menšia už nemôže byť, takže dvojica r,x ktorá má najmenší a má stlačení práve n, tak tú berieme a vieme, že na menší počet po sebe idúcich rovnakých to už nejde.

```
If (r==0 && x==1) || (x==0 && r==1) over minimalitu reťazca  
else if (r==0 && x>1 || r>1 && x==0) skonči nemá to význam
```

```
If r>x  
pocet+=r/x, do reťazca pridaj r/x znakov H (stláčali sme H), r=r mod x
```

```
else if r<x  
pocet+=x/r, do reťazca pridaj x/r znakov D (stláčali sme D), x=x mod r
```

over minimalitu

ak sa začína na D zmen ho na H
samozrejme uprav počet najväčšej postupnosti rovnakých znakov

ak sa začína na 2 rovnaké znaky tak všetky okrem prvého zmen na opačné
uprav počet rovnakých v tomto úseku

ak sa končí na 2 rovnaké tak zmen posledný znak na opačný a uprav počet rovnakých

ak je teraz najväčší počet rovnakých znakov v reťazci za sebou menší, ako zatiaľ najmenší nájdený, tak tento označ ako najmenší nájdený.

Na konci ak prejdeme všetky dvojice r,x, tak ak sme nenašli žiadne, tak vypíš neexistuje
ak sme našli aspoň jednu, tak ju vypíš

čas $O(r \cdot \log r)$ pamäť $O(\log r)$