

Meno: Michal Korbela
trieda: sexta
škola: Gymnázium J.J. Bánovce
úloha č.5

b.)

Tak napr vyhovuje vstup

5 2
7 5 4 4 4

Už som ich aj usporiadal.

Čo sa tu stane?? optimálny výstup je 12

1. bude mať 7 a 5 a 2. bude mať 4,4,4

Váš algoritmus hodí prvému 7, druhému 5, potom 2. 4, prvému 4 a 2. 4 a výstup bude teda 13 a nie 12.

c.)

Tu môžeme spozorovať, že každý robotník bude mať najviac 2 práce, pretože 3 by sa už do optimálneho času nezmestili. To spraví aj náš algoritmus, nikomu nedá 3 práce, takže zatiaľ máme nádej na optimálne riešenie.

Pozrime sa na optimálne riešenie a naše riešenie.

Keby naše riešenie nemalo byť optimálne, tak to by znamenalo, že robotník ktorý má najviac roboty v našom riešení má viac ako robotník s najviac roboty v optimálnom riešení.

Podme sa pozrieť, či sa dá naše riešenie nejak vylepšiť.

Na to, aby sme znížili čas najdlhšie pracujúceho pracovníka(predpokladáme, že tento pracovník má 2 práce, pretože keby mal len jednu, tak je to určite optimálne riešenie, lebo určite nejaký robotník musí mať takýto čas), tak na to potrebujeme, aby si s niekým vymenil robotu za menšiu(nemá význam meniť obidve práce, lebo dostaneme to isté, čas sa nezmení).

Keďže platí, že p_1 prvého $\leq p_1$ druhého a p_2 prvého $\geq p_2$ druhého(je jedno ktorého zvolíme za prvého a ktorého za druhého a to platí aj o prácach p), tak keby si chcel ľubovoľnú prácu vymeniť, tak v každom prípade by sme dostali, že čas niektorého robotníka by bol vždy väčší alebo rovný ako čas dovtedy robotníka s najväčším časom, pretože určite jeden dostane obidve najväčšie práce(z tých, ktoré majú títo 2 robotníci). Takže nikdy si nevieme polepšiť, takže toto je určite optimálne riešenie, aj keby si ten, čo dostal obidve práce najväčšie vymieňal práce ďalej, vždy by bola rovnaká situácia, až nakoniec by sme došli k tomu, že najlepšie boli práce tak ako na začiatku.

d.)

po usporiadaní si rozdelíme práce na 2 intervaly:

1., kde budú všetky práce ostro väčšie ako $1/3$ optimálneho času a ostatné budú v druhom intervale.

Keď rozdelíme práce 1. intervalu, optimálne riešenie bude vždy väčšie, alebo rovné ako čas nášho riešenia. Potom budeme dávať práce jednotlivým robotníkom, a všimnime si, že ak nejaký robotník prekročí čas optimálneho riešenia, tak už sa mu nikdy nepridelá práca, pretože najskôr sa prideliť tomu, ktorý má menší čas ako je optimálny čas, a keď už všetci budú mať čas práce väčší alebo rovný optimálnemu riešeniu, tak môže nastať len jedna situácia: buď majú všetci čas optimálneho riešenia, alebo takáto situácia neexistuje, pretože maximálny počet práce môžu spraviť iba optimálny čas*počet robotníkov, ale tejto práce je viac, takže sa určite nestihne spraviť v optimálnom čase.

Takže vždy existuje taký robotník, ktorý má menej alebo rovnako veľa práce ako je optimálne riešenie. Keď pridáme prácu, a tento robotník má určite menej roboty ako je optimálny čas, tak keď mu pridáme prácu o veľkosti menšej alebo rovnaj $1/3$ optimálneho času, tak určite jeho čas neprekročí $4t/3$. Keď už čas nejakého robotníka prekročí t , tak už mu prácu nikdy nedáme a toto je jediná šanca, kedy by mohol mať viac práce ako $4/3$, ale to sa nikdy nestane.

Takže každý robotník bude mať vždy najviac $4/3$ práce optimálneho riešenia a tým pádom najväčší čas bude najviac $4/3$ optimálneho času.