

Работа 5.1.3. Эффект Рамзауэра

Смирнов Иван

Цель работы: исследовать энергетическую зависимость вероятности рассеяния электронов атомами ксенона, определить энергии электронов, при которых наблюдается просветление ксенона и оценить размер его внешней электронной оболочки.

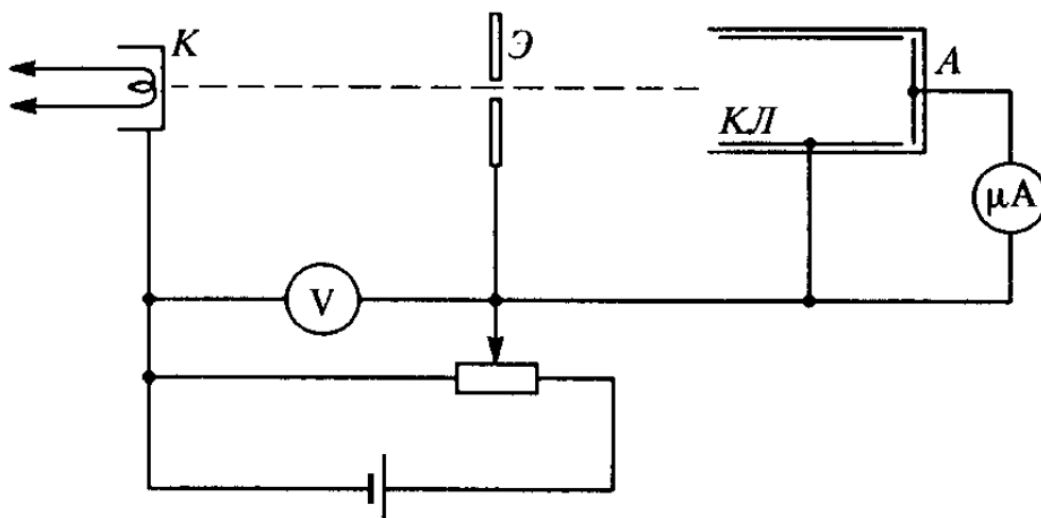


Рис. 1: Схема эксперимента Рамзауэра

Рассмотрим схему опыта Рамзауэра, приведенную на рис. 1. Пучок электронов, вылетая из накаливаемого катода K, проходит ускоряющую разность потенциалов V, приложенную между катодом и электродом Э, и приобретает энергию $E = mv^2/2 = eV$. При прохождении через газ часть электронов рассеивается на атомах и собирается где-то в стороне коллектором КЛ, а часть проходит дальше и попадает на анод А, создавая анодный ток I. Этот ток пропорционален числу прошедших электронов и потому непосредственно характеризует проникаемость газа для электронного пучка в зависимости от ускоряющего напряжения. То есть с ростом V можно ожидать монотонное возрастание тока.

Но этого не происходит. Рассмотрим процесс с точки зрения квантовой теории. Внутри атома потенциальная энергия налетающего электрона U отлична от нуля, и его скорость изменяется в соответствии с законом сохранения:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + U.$$

Но это значит и что меняется длина его волны де Бройля. То есть атом ведет себя как преломляющая среда.

Будем считать, что атом рассеивается на прямоугольной потенциальной яме конечной шириной l и глубиной U_0 . Уравнение Шредингера в данном случае:

$$\psi'' + k^2\psi = 0,$$

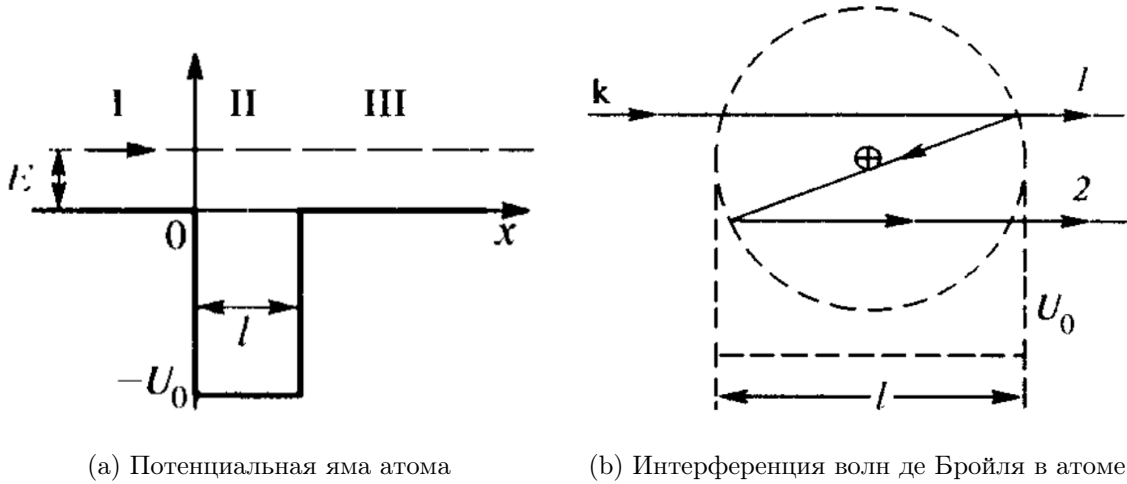
$$k^2 = \begin{cases} k_1^2 = 2mE/\hbar^2, & \text{в I и III} \\ k_2^2 = 2m(E + U_0)/\hbar^2, & \text{в II} \end{cases}$$

Коэффициент прохождения определяется как:

$$D = \frac{16k_1^2 k_2^2}{16k_1^2 k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 l)}$$

Этот коэффициент имеет ряд чередующихся максимумов и минимумов. Он максимален при условии:

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}} l, \quad l = \pi n, \quad n = 1, 2, 3.$$



(a) Потенциальная яма атома

(b) Интерференция волн де Бройля в атоме

Можно также рассмотреть интерференцию волн де Бройля в атоме. Движущемуся электрону соответствует волна де Бройля длины $\lambda = h/mv$. Если его кинетическая энергия мала, то $E = mv^2/2$ и $\lambda = h/\sqrt{2mE}$. При движении через атом длина волны становится меньше и равна $\lambda_1 = h/\sqrt{2m(E + U_0)}$, где U_0 — глубина атомного потенциала. При этом волна отражается от границ атомного потенциала, и происходит интерференция прошедшей и отраженной волн (они когерентны). Если геометрическая разность хода между этими волнами равна $\Delta = 2l = \lambda_1$, то прошедшая волна усилится отраженной, что даст первый интерференционный максимум:

$$2l = \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}}. \quad (1)$$

Прошедшая волна ослабится, если $\Delta = 2l = (3/2)\lambda_1$, т.е. условие первого интерференционного минимума запишется как

$$2l = \frac{3}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(E_2 + U_0)}}. \quad (2)$$

Исключив U_0 , можно найти эффективный размер атома l :

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32m(E_2 - E_1)}}. \quad (3)$$

Также можно рассчитать глубину потенциальной ямы:

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1. \quad (4)$$

Экспериментальная установка

Рассмотрим вольт-амперную характеристику тиратрона. Выделим в газе на расстоянии x тонкий слой длины dx с площадью поперечного сечения S . В этом слое сожержится $\nu = n_a S dx$ атомов газа. Суммарная рассеивающая поверхность этих атомов $\Delta = \Delta_a \nu$, Δ_a — площадь поперечного сечения атома. dN — убыль потока электронов посл прохождения этого слоя; тогда $dN/N(x)$ — вероятность рассеяния в этом слое. Эта вероятность равна произведению двух событий: первое — то, что электрон встретил атом газа, и второе — электрон на нем рассеялся:

$$-\frac{dN}{N(x)} = \frac{\Delta}{S} w(V) = n_a \Delta_a w(V) dx.$$

Отсюда уравнение ВАХ:

$$I_a = I_0 e^{-C w(V)}, \quad C = L n_a \Delta_a,$$

где I_0 — ток катода, I_a — анодный ток.

Отсюда по измеренной ВАХ:

$$w(V) = -\frac{1}{C} \ln \frac{I_a(V)}{I_0}. \quad (5)$$

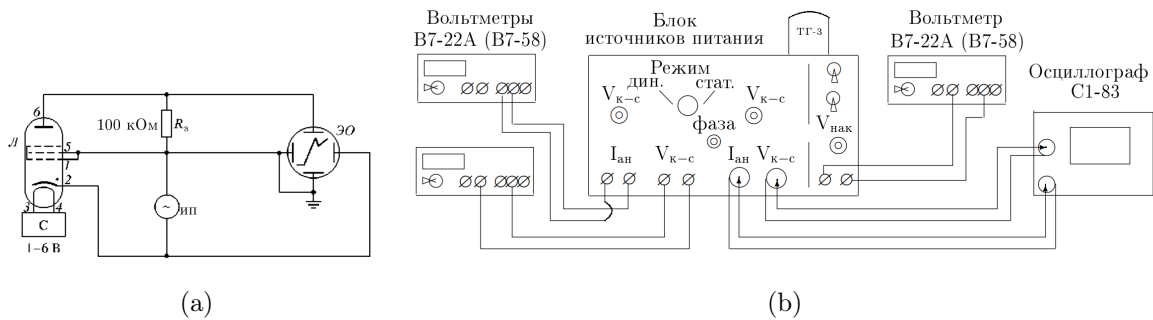
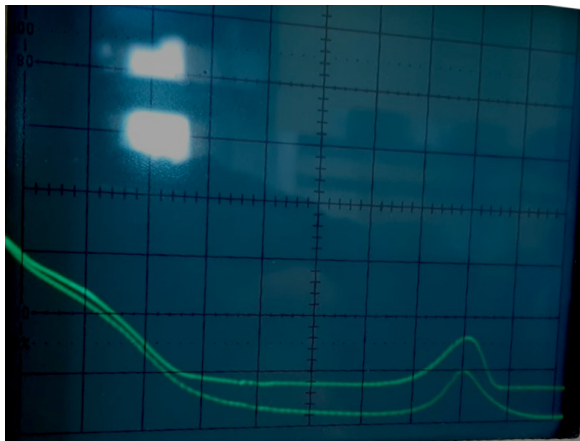


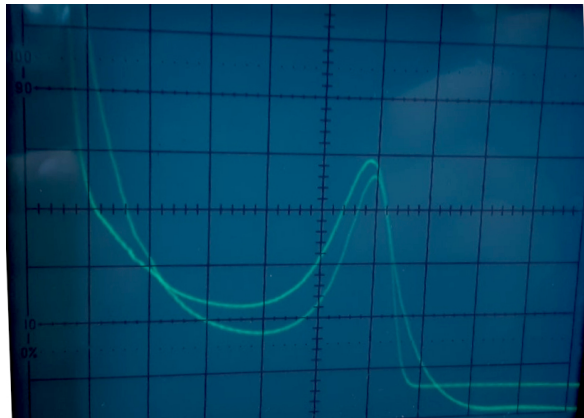
Рис. 3: Схема подключения тиратрона (а) и блок-схема установки (б).

Ход работы

Проведем исследования в динамическом режиме.



(а) 2.3 В



(б) 2.9 В

Для напряжения накала равного 2.3 В: $E_1 = 1.6 \pm 0.2$

$E_2 = 6 \pm 0.2$

Отсюда посчитаем(приняв $U_0 = 2.5$) тремя способами размер электронной оболочки атома:

$l_1 = 3.3 \pm 0.4 \text{ \AA}$

$$l_2 = 3.0 \pm 0.4 \text{ \AA}$$

$$l_3 = 3.2 \pm 0.4 \text{ \AA}$$

$$\text{Тогда } \bar{l} = 3.2 \pm 0.1 \text{ \AA}.$$

Оценим глубину ямы: $U_0 = 1.9 \pm 0.2$ эВ.

Теперь то же для напряжения накала в 2.9 В:

$$E_1 = 2 \pm 0.2$$

$$E_2 = 6 \pm 0.2$$

Отсюда посчитаем(приняв $U_0 = 2.5$) тремя способами размер электронной оболочки атома:

$$l_1 = 3.4 \pm 0.4 \text{ \AA}$$

$$l_2 = 2.9 \pm 0.3 \text{ \AA}$$

$$l_3 = 3.2 \pm 0.2 \text{ \AA}$$

$$\text{Тогда } \bar{l} = 3.2 \pm 0.2 \text{ \AA}.$$

Оценим глубину ямы: $U_0 = 1.9 \pm 0.2$ эВ.

Также отметим, что напряжение резко возрастает примерно при 12 В, из чего можно заключить, что тиратрон наполнен ксеноном — его потенциал ионизации равен 12.1 В.

Вольт-амперная характеристика тиратрона, полученная измерением в статическом режиме:

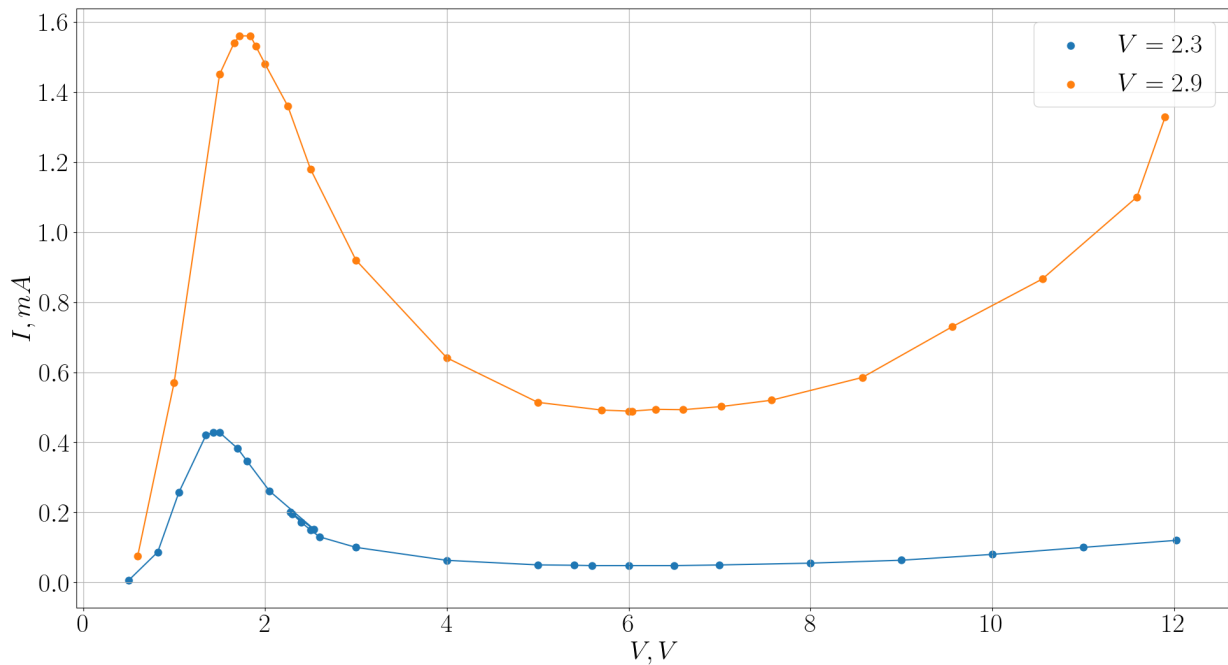


Рис. 5: Зависимость анодного тока от энергии электронов

Повторим вычисления эффективного размера атома и глубины его потенциальной ямы:

$$V_n = 2.3:$$

$$E_1 = 1.5 \pm 0.2$$

$$E_2 = 6 \pm 0.2$$

Отсюда посчитаем(приняв $U_0 = 2.5$) тремя способами размер электронной оболочки атома:

$$l_1 = 3.2 \pm 0.4 \text{ \AA}$$

$$l_2 = 3.1 \pm 0.4 \text{ \AA}$$

$$l_3 = 3.2 \pm 0.3 \text{ \AA}$$

$$\text{Тогда } \bar{l} = 3.2 \pm 0.1 \text{ \AA}.$$

Оценим глубину ямы: $U_0 = 2.1 \pm 0.2$ эВ.

$$V_n = 2.9:$$

$$E_1 = 1.8 \pm 0.2$$

$$E_2 = 6 \pm 0.2$$

Отсюда посчитаем(приняв $U_0 = 2.5$) тремя способами размер электронной оболочки атома:

$$l_1 = 3.3 \pm 0.4 \text{ \AA}$$

$$l_2 = 2.9 \pm 0.3 \text{ \AA}$$

$$l_3 = 3.2 \pm 0.2 \text{ \AA}$$

Тогда $\bar{l} = 3.1 \pm 0.2 \text{ \AA}$.

Оценим глубину ямы: $U_0 = 1.6 \pm 0.2 \text{ эВ}$.

Построим график зависимости вероятности рассеяния от энергии с точностью до константы:

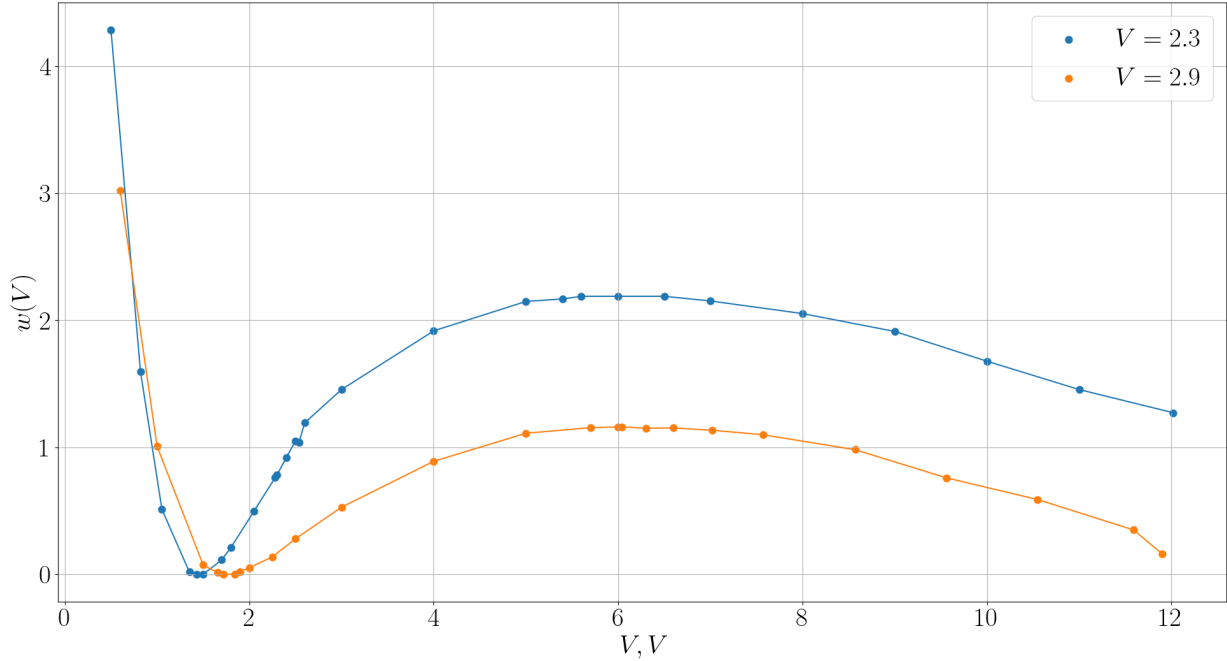


Рис. 6: Зависимость вероятности рассеяния от энергии

Оценим также, при каких напряжениях должны появиться второй и третий максимумы. Для этого преобразуем условие просветления:

$$\sqrt{E_n + U_0} \frac{l}{1.95} = \pi n,$$

где энергии — в эВ, а l — в \AA . Отсюда можно получить:

$$E_n = \left(\frac{1.95\pi}{l} \right)^2 (n^2 - 1) + E_1.$$

Получим, что при напряжении накала в 2.3 В у нас должны были быть максимумы при 12.8 и 31.6 эВ, а при 2.9 — при 13.1 и 32 эВ соответственно. Так как при таких энергиях уже начинается пробой (да и на приборе дальше ручка не крутится), мы, ожидаемо, не смогли их увидеть.

Вывод

Мы смогли увидеть эффект Рамзауэра при рассеянии электронов на атомах ксенона; из полученных данных смогли оценить размеры атомов газа и глубину потенциальной ямы, которой можно их представить. Полученные величины по порядку совпадают с ожидаемыми (размер атома порядка 1 ангстрема; потенциал порядка 1-10 эВ).