

Рассмотрим краевую задачу в общем виде:

$$\begin{cases} y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x) \\ \alpha_1 y(a) + \beta_1 y'(a) = \gamma_1 \\ \alpha_2 y(b) + \beta_2 y'(b) = \gamma_2 \end{cases}$$

Введя сетку $hN = b - a$ и заменив производные разностными соотношениями, получим:

$$\begin{cases} \alpha_1 y_0 + \beta_1 \frac{y_1 - y_0}{h} = \gamma_1 \\ \frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} + p_n \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h} + q_n y_n = f_n \\ \alpha_2 y_N + \beta_2 \frac{y_N - y_{N-1}}{h} = \gamma_2 \end{cases}$$

Тогда получим систему, задающую тридиагональную матрицу, решаемую методом прогонки:

$$\begin{cases} y_0 \left(\alpha_1 - \frac{\beta_1}{h} \right) + \frac{\beta_1}{h} y_1 = \gamma_1 \\ y_{n+1} \left(\frac{1}{h^2} + \frac{p_n}{2h} \right) + y_n \left(-\frac{2}{h^2} + q_n \right) + y_{n-1} \left(\frac{1}{h^2} - \frac{p_n}{2h} \right) = f_n \\ y_N \left(\alpha_2 + \frac{\beta_2}{h} \right) - \frac{\beta_2}{h} y_{N-1} = \gamma_2 \end{cases}$$